

• DEWI NUHARINI

• TRI WAHYUNI



MATEMATIKA

KONSEP DAN APLIKASINYA



Untuk Kelas VII SMP dan MTs



PUSAT PERBUKUAN
Departemen Pendidikan Nasional

• DEWI NUHARINI

• TRI WAHYUNI

MATEMATIKA

KONSEP DAN APLIKASINYA

Untuk Kelas VII SMP dan MTs

1



Pusat Perbukuan
Departemen Pendidikan Nasional

Hak Cipta pada Departemen Pendidikan Nasional
Dilindungi Undang-undang

Hak Cipta Buku ini dibeli oleh Departemen Pendidikan Nasional
dari Penerbit CV. Usaha Makmur

MATEMATIKA

KONSEP DAN APLIKASINYA

Untuk SMP/MTs Kelas VII

Penulis : Dewi Nuharini
Tri Wahyuni
Editor : Indratno
Perancang Kulit : Risa Ardiyanto
Ilustrasi, Tata Letak : Risa Ardiyanto
Ukuran Buku : 17,6 x 25 cm

410
NUH NUHARINI, Dewi
m Matematika 1: Konsep dan Aplikasinya: untuk Kelas VI SMP/MTs I/Dewi
Nuharini, Tri Wahyuni; editor Indratno. — Jakarta: Pusat Perbukuan,
Departemen Pendidikan Nasional, 2008.
viii, 299 hlm.: ilus.; 25 cm.
Bibliografi : hlm. 299
Indeks.
ISBN 978-462-998-7
1. Matematika-Studi dan Pengajaran I. Judul
II. Wahyuni, Tri III. Indratno

Diterbitkan oleh Pusat Perbukuan
Departemen Pendidikan Nasional
Tahun 2008

Diperbanyak oleh ...

KATA SAMBUTAN

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Allah SWT, berkat rahmat dan karunia Nya, Pemerintah, dalam hal ini, Departemen Pendidikan Nasional, pada tahun 2008, telah membeli hak cipta buku teks pelajaran ini dari penulis/penerbit untuk disebarluaskan kepada masyarakat melalui situs internet (*website*) Jaringan Pendidikan Nasional.

Buku teks pelajaran ini telah dinilai oleh Badan Standar Nasional Pendidikan dan telah ditetapkan sebagai buku teks pelajaran yang memenuhi syarat kelayakan untuk digunakan dalam proses pembelajaran melalui Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 34 Tahun 2008.

Kami menyampaikan penghargaan yang setinggi-tingginya kepada para penulis/penerbit yang telah berkenan mengalihkan hak cipta karyanya kepada Departemen Pendidikan Nasional untuk digunakan secara luas oleh para siswa dan guru di seluruh Indonesia.

Buku-buku teks pelajaran yang telah dialihkan hak ciptanya kepada Departemen Pendidikan Nasional ini, dapat diunduh (*down load*), digandakan, dicetak, dialihmediakan, atau difotokopi oleh masyarakat. Namun, untuk penggandaan yang bersifat komersial harga penjualannya harus memenuhi ketentuan yang ditetapkan oleh Pemerintah. Diharapkan bahwa buku teks pelajaran ini akan lebih mudah diakses sehingga siswa dan guru di seluruh Indonesia maupun sekolah Indonesia yang berada di luar negeri dapat memanfaatkan sumber belajar ini.

Kami berharap, semua pihak dapat mendukung kebijakan ini. Kepada para siswa kami ucapkan selamat belajar dan manfaatkanlah buku ini sebaik-baiknya. Kami menyadari bahwa buku ini masih perlu ditingkatkan mutunya. Oleh karena itu, saran dan kritik sangat kami harapkan.

Jakarta, Juli 2008
Kepala Pusat Perbukuan



KATA PENGANTAR

Buku *Matematika Konsep dan Aplikasinya 1* ini membantumu belajar matematika dan aplikasinya dalam kehidupan sehari-hari. Buku ini disusun dengan menggunakan bahasa yang mudah kamu pahami. Di dalam buku ini kamu akan menjumpai soal-soal yang dapat melatih keterampilanmu. Dengan harapan, kamu akan lebih tertarik dan suka belajar matematika.

Setiap awal bab di buku ini disajikan kover bab. Bagian ini berisi ilustrasi dan deskripsi singkat yang menarik berkaitan dengan materi bab yang bersangkutan. Selain itu, di awal bab juga disajikan tujuan pembelajaran yang harus kamu capai dalam setiap bab. Kata-kata kunci merupakan inti dari materi. Bacalah terlebih dahulu kata-kata kuncinya sebelum kamu mempelajari isi materi.

Di dalam buku ini disajikan *Tugas Mandiri* yang akan meningkatkan pemahaman kamu terhadap konsep yang telah kamu pelajari. *Diskusi* akan mendorongmu untuk lebih bersemangat dalam bekerja sama. *Soal Tantangan* akan memotivasi kamu dalam memahami konsep. *Pelangi Matematika* akan menambah pengetahuan dan wawasan kamu mengenai tokoh yang berjasa besar pada konsep yang sedang dipelajari. *Tips* akan membantumu memahami konsep yang sedang kamu pelajari. Di bagian akhir setiap bab dilengkapi dengan soal-soal untuk mengevaluasi kompetensi yang telah kamu capai setelah mempelajari satu bab.

Akhirnya, semoga buku ini bermanfaat dan jangan segan untuk bertanya jika kamu menemui kesulitan. Selamat belajar, semoga sukses.

Surakarta, 2008

Penulis

SAJIAN ISI BUKU



Uji Kompetensi

Uji kompetensi berisikan soal-soal latihan bervariasi yang disajikan setiap subbab. Uji kompetensi dapat digunakan untuk menguji pemahaman siswa berkaitan dengan isi materi.



Tugas Mandiri

Bagian ini berisi tugas yang bersifat individu. Tugas mandiri memuat tugas observasi, investigasi, eksplorasi, atau inkuiri yang dapat memacu siswa untuk berpikir kritis, kreatif, maupun inovatif.



Tips

Tips berisi info atau keterangan yang dapat membantu siswa memahami materi yang sedang dipelajari.



Pelangi Matematika

Pelangi matematika berisi tokoh-tokoh yang berjasa besar pada konsep yang sedang dipelajari.



Diskusi

Bagian ini berisi tugas yang harus dikerjakan secara berpasangan atau berkelompok. Diskusi memuat tugas observasi, investigasi, eksplorasi, atau inkuiri yang dapat memacu siswa untuk berpikir kritis, kreatif, dan inovatif.



Soal Tantangan

Soal tantangan berisikan suatu soal yang menantang siswa untuk menguji kecerdasannya. Bagian ini dapat memotivasi siswa dalam memahami konsep materi secara total.



Rangkuman

Rangkuman berisi ringkasan materi dalam satu bab. Bagian ini disajikan di akhir setiap bab agar siswa dapat mengingat kembali hal-hal penting yang telah dipelajari.



Evaluasi

Bagian ini berisi soal-soal pilihan ganda dan soal-soal esai sebagai bahan evaluasi untuk mengukur tingkat pemahaman siswa setelah mempelajari materi satu bab.



Refleksi

Refleksi berisi umpan balik yang harus dilakukan oleh siswa setelah mempelajari materi satu bab.

DAFTAR ISI

| | |
|---|-----|
| KATA SAMBUTAN | iii |
| KATA PENGANTAR | iv |
| SAJIAN ISI BUKU | v |
| DAFTAR ISI | vi |
| PENDAHULUAN | 1 |
| BAB 1 BILANGAN BULAT | |
| A. Bilangan Bulat | 4 |
| B. Operasi Hitung pada Bilangan Bulat | 7 |
| C. Menaksir Hasil Perkalian dan Pembagian Bilangan Bulat | 20 |
| D. Kelipatan dan Faktor | 22 |
| E. Perpangkatan Bilangan Bulat | 27 |
| F. Operasi Hitung Campuran pada Bilangan Bulat | 33 |
| G. Penggunaan Operasi Hitung Bilangan Bulat untuk Menyelesaikan Masalah | 34 |
| Evaluasi 1 | 37 |
| BAB 2 PECAHAN | |
| A. Bilangan Pecahan | 40 |
| B. Perbandingan dan Bentuk-Bentuk Pecahan | 48 |
| C. Operasi Hitung Pecahan | 56 |
| D. Pembulatan dan Bentuk Baku Pecahan | 69 |
| E. Menyelesaikan Masalah Sehari-Hari yang Berkaitan dengan Pecahan | 72 |
| Evaluasi 2 | 76 |
| BAB 3 OPERASI HITUNG BENTUK ALJABAR | |
| A. Bentuk Aljabar dan unsur-unsurnya | 80 |
| B. Operasi Hitung pada Bentuk Aljabar | 83 |
| C. Pecahan Bentuk Aljabar | 92 |
| D. Penggunaan Aljabar untuk Menyelesaikan Masalah | 98 |
| Evaluasi 3 | 101 |
| BAB 4 PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN LINEAR SATU VARIABEL | |
| A. Kalimat Terbuka | 104 |
| B. Persamaan Linear Satu Variabel | 106 |
| C. Pertidaksamaan Linear Satu Variabel | 114 |
| D. Membuat Model Matematika dan Menyelesaikan Soal Cerita yang Berkaitan dengan Persamaan Linear Satu Variabel | 122 |
| E. Membuat Model Matematika dan Menyelesaikan Soal Cerita yang Berkaitan dengan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel | 124 |
| F. Logika Matematika (Pengayaan) | 126 |
| Evaluasi 4 | 133 |
| BAB 5 PERBANDINGAN DAN ARITMETIKA SOSIAL | |
| A. Aritmetika Sosial dalam Kegiatan Ekonomi | 136 |
| B. Rabat (Diskon), Bruto, Tara, dan Neto | 142 |

| | |
|--|-----|
| C. Bunga Tabungan dan Pajak | 145 |
| D. Perbandingan | 147 |
| E. Gambar Berskala | 149 |
| F. Bentuk-Bentuk Perbandingan | 152 |
| G. Memecahkan Masalah Sehari-hari yang Melibatkan Konsep Perbandingan | 157 |
| Evaluasi 5 | 161 |
| BAB 6 HIMPUNAN | |
| A. Himpunan | 164 |
| B. Himpunan Kosong dan Himpunan Semesta | 169 |
| C. Himpunan Bagian | 171 |
| D. Hubungan Antarhimpunan | 175 |
| E. Operasi Himpunan | 177 |
| F. Diagram Venn | 186 |
| G. Menyelesaikan Masalah dengan Menggunakan Konsep Himpunan | 193 |
| Evaluasi 6 | 196 |
| BAB 7 GARIS DAN SUDUT | |
| A. Garis | 200 |
| B. Perbandingan Segmen Garis | 205 |
| C. Sudut | 208 |
| D. Menggambar dan Memberi Nama Sudut | 211 |
| E. Jenis-Jenis Sudut | 214 |
| F. Hubungan Antarsudut | 216 |
| G. Hubungan Antarsudut jika Dua Garis Sejajar Dipotong oleh Garis Lain | 220 |
| H. Melukis Sudut | 224 |
| I. Membagi Sudut | 226 |
| Evaluasi 7 | 231 |
| BAB 8 SEGITIGA DAN SEGIEMPAT | |
| A. Segitiga | 234 |
| B. Jumlah Sudut-Sudut Segitiga | 241 |
| C. Hubungan Panjang Sisi dengan Besar Sudut pada Segitiga | 243 |
| D. Keliling dan Luas Segitiga | 246 |
| E. Segi Empat | 250 |
| F. Melukis Segitiga | 276 |
| G. Melukis Segitiga Sama Kaki dan Segitiga Sama Sisi | 279 |
| H. Melukis Garis-Garis Istimewa pada Segitiga | 280 |
| I. Menyelesaikan Masalah yang Berkaitan dengan Segi Empat | 284 |
| Evaluasi 8 | 288 |
| DAFTAR PUSTAKA | 290 |
| GLOSARIUM | 291 |
| KUNCI JAWABAN SOAL TERPILIH | 292 |
| DAFTAR SIMBOL | 296 |
| INDEKS | 297 |



PENDAHULUAN

Matematika merupakan ilmu universal yang mendasari perkembangan teknologi modern. Matematika mempunyai peran penting dalam berbagai disiplin ilmu sehingga memajukan daya pikir manusia. Mata pelajaran matematika diberikan kepada siswa mulai dari sekolah dasar untuk membekali siswa dengan kemampuan bekerja sama.

Pembelajaran matematika di buku ini dimulai dengan pengenalan masalah yang sesuai dengan situasi (*contextual problem*). Dengan mengajukan masalah kontekstual, siswa secara bertahap dibimbing untuk menguasai konsep matematika. Sekolah diharapkan menggunakan teknologi informasi dan komunikasi seperti komputer, alat peraga, atau media lainnya untuk meningkatkan keefektifan pembelajaran.

Buku *Matematika Konsep dan Aplikasinya 1* ini diperuntukkan bagi siswa kelas VII SMP/MTs. Materi pembelajaran buku ini mengacu pada Standar Kompetensi dan Kompetensi Dasar Matematika SMP/MTs tahun 2006. Kajian materi buku ini meliputi tiga aspek, yaitu aspek *bilangan*, *aljabar*, dan aspek *geometri*. Untuk memudahkan pembahasan, buku ini terbagi ke dalam delapan bab sebagai berikut.

Bab 1 Bilangan Bulat

Bab ini memuat materi mengenai operasi tambah, kurang, kali, bagi, dan pangkat pada bilangan bulat beserta sifat-sifatnya; cara menaksir hasil perkalian dan pembagian bilangan bulat; kuadrat dan pangkat tiga serta akar kuadrat dan akar pangkat tiga bilangan bulat. Dengan memahami sifat-sifat operasi hitung tersebut dapat bermanfaat untuk menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan bilangan bulat.

Bab 2 Pecahan

Bab ini berisi materi mengenai operasi tambah, kurang, kali, bagi, dan pangkat pada pecahan beserta sifat-sifatnya; cara mengubah bentuk pecahan ke bentuk pecahan yang lain; dan menggunakan sifat-sifat operasi hitung pada pecahan untuk memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan pecahan.

Bab 3 Operasi Hitung Bentuk Aljabar

Bab ini memuat materi mengenai bentuk aljabar dan unsur-unsurnya; operasi hitung tambah, kurang, kali, bagi, dan pangkat pada bentuk aljabar; serta menerapkan operasi hitung bentuk aljabar untuk menyelesaikan soal.

Bab 4 Persamaan dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel

Bab ini berisi uraian materi mengenai persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel dalam berbagai bentuk dan variabel; menentukan penyelesaian persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel; serta membuat model matematika dan menyelesaikannya dari suatu masalah yang berkaitan dengan persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel.



Bab 5 Perbandingan dan Aritmetika Sosial

Bab ini memuat materi mengenai penggunaan konsep aljabar dalam pemecahan masalah aritmetika sosial, misalnya nilai keseluruhan, nilai per unit, laba, rugi, rabat, dan bunga tunggal; pengertian skala sebagai suatu perbandingan; faktor perbesaran dan pengecilan pada gambar berskala; serta perbandingan seharga (senilai) dan perbandingan berbalik harga (berbalik nilai).

Bab 6 Himpunan

Bab ini berisi materi mengenai pengertian, notasi, dan penyajian himpunan; konsep himpunan bagian; operasi irisan, gabungan, kurang (*difference*), dan komplemen pada himpunan; penyajian himpunan dengan diagram Venn, serta menyelesaikan masalah dengan menggunakan diagram Venn dan konsep himpunan.

Bab 7 Garis dan Sudut

Bab ini memuat materi mengenai hubungan antara dua garis, serta besar dan jenis sudut; sifat-sifat sudut yang terbentuk jika dua garis berpotongan atau dua garis sejajar berpotongan dengan garis lain; serta cara melukis dan membagi sudut.

Bab 8 Segitiga dan Segi Empat

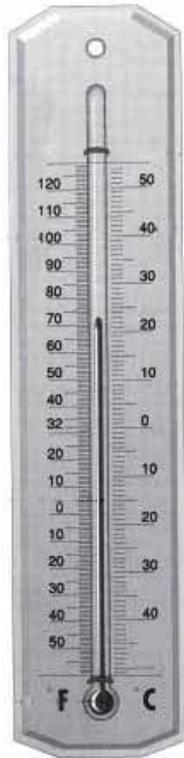
Bab ini berisi uraian materi mengenai sifat-sifat segitiga berdasarkan sisi dan sudutnya; sifat-sifat persegi panjang, persegi, jajargenjang, belah ketupat, layang-layang, dan trapesium; menghitung keliling dan luas bangun segitiga dan segi empat dan menggunakannya dalam memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari; serta cara melukis segitiga, garis tinggi, garis bagi, garis berat, dan garis sumbu.



BAB

1

BILANGAN BULAT



Sumber: *Kamus Visual*, 2004

Pernahkah kalian memerhatikan termometer? Termometer adalah alat yang digunakan untuk mengukur suhu suatu zat. Pada pengukuran menggunakan termometer, untuk menyatakan suhu di bawah 0°C digunakan tanda negatif. Pada tekanan 1 atmosfer, suhu air mendidih 100°C dan membeku pada suhu 0°C . Jika air berubah menjadi es, suhunya kurang dari 0°C . Misalkan, es bersuhu -7°C , artinya suhu es tersebut 7°C di bawah nol.

Tujuan pembelajaranmu pada bab ini adalah:

- ❖ dapat memberikan contoh bilangan bulat;
- ❖ dapat menyatakan sebuah besaran sehari-hari yang menggunakan bilangan negatif;
- ❖ dapat menentukan letak bilangan bulat pada garis bilangan;
- ❖ dapat menyelesaikan operasi tambah, kurang, kali, bagi, dan pangkat bilangan bulat termasuk operasi campuran;
- ❖ dapat menentukan sifat-sifat perkalian dan pembagian bilangan negatif dengan negatif dan positif dengan negatif;
- ❖ dapat menaksir hasil perkalian dan pembagian bilangan bulat;
- ❖ dapat menghitung kuadrat dan pangkat tiga serta akar kuadrat dan akar pangkat tiga bilangan bulat;
- ❖ dapat menemukan dan menggunakan sifat penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, dan perpangkatan bilangan bulat untuk menyelesaikan masalah.

Kata-Kata Kunci:

- ❖ bilangan bulat positif
- ❖ bilangan bulat negatif
- ❖ penjumlahan bilangan bulat
- ❖ pengurangan bilangan bulat
- ❖ perkalian bilangan bulat
- ❖ pembagian bilangan bulat
- ❖ perpangkatan dan akar bilangan bulat

Sebelum kalian mempelajari materi pada bab ini, sebaiknya kalian memahami kembali mengenai bilangan cacah, garis bilangan, kuadrat, akar pangkat dua, serta KPK dan FPB dari dua bilangan atau lebih. Pemahaman materi tersebut akan sangat bermanfaat dalam mempelajari materi bilangan bulat. Konsep yang akan kalian pelajari pada bab ini merupakan dasar untuk mempelajari bab selanjutnya di buku ini.

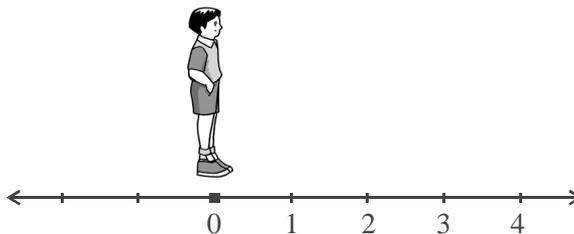


A. BILANGAN BULAT

1. Pengertian Bilangan Bulat

Coba kalian ingat kembali materi di tingkat sekolah dasar mengenai bilangan cacah. Bilangan cacah yaitu 0, 1, 2, 3, Jika bilangan cacah tersebut digambarkan pada suatu garis bilangan, apa yang kalian peroleh?

Seseorang berdiri di atas lantai berpetak. Ia memilih satu garis lurus yang menghubungkan petak-petak lantai tersebut. Ia berdiri di satu titik dan ia namakan titik 0.



Gambar 1.1

Garis pada petak di depannya ia beri angka 1, 2, 3, 4, Jika ia maju 4 langkah ke depan, ia berdiri di angka +4. Selanjutnya, jika ia mundur 2 langkah ke belakang, ia berdiri di angka +2. Lalu ia mundur lagi 3 langkah ke belakang. Berdiri di angka berapakah ia sekarang? Di angka berapa pulakah ia berdiri, jika ia mundur lagi 1 langkah ke belakang?

Perhatikan bahwa posisi 4 langkah ke depan dari titik nol (0) dinyatakan dengan +4. Demikian pula posisi 2 langkah ke depan dinyatakan dengan +2. Oleh karena itu, posisi 4 langkah ke belakang dari titik nol (0) dinyatakan dengan -4. Adapun posisi 2 langkah ke belakang dari titik nol (0) dinyatakan dengan -2.

Pasangan-pasangan bilangan seperti di atas jika dikumpulkan akan membentuk *bilangan bulat*. Tanda + pada bilangan bulat biasanya tidak ditulis. Kumpulan semua bilangan bulat disebut himpunan bilangan bulat dan dinotasikan dengan $B = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$.



Tugas Mandiri

(Berpikir kritis)

Apa yang kamu ketahui mengenai bilangan cacah? Ceritakan secara singkat di depan kelas.

Bilangan bulat terdiri atas himpunan bilangan bulat negatif $\{\dots, -3, -2, -1\}$, nol $\{0\}$, dan himpunan bilangan bulat positif $\{1, 2, 3, \dots\}$.

2. Penggunaan Bilangan Bulat dalam Kehidupan Sehari-hari

Perhatikan Gambar 1.2. Kapal selam digunakan untuk kepentingan penjagaan, perang, dan operasi-operasi penyelamatan. Oleh karena itu, para penyelam dan kapten kapal selam perlu mengetahui tingkat kedalaman laut. Jika permukaan air laut dinyatakan 0 meter maka tinggi di atas permukaan laut dinyatakan dengan bilangan positif dan kedalaman di bawah permukaan laut dinyatakan dengan bilangan negatif. Misalnya, kedalaman 10 m di bawah permukaan laut ditulis -10 m.



Sumber: *Ensiklopedi Matematika dan Peradaban Manusia*, 2003

Gambar 1.2



Tugas Mandiri

(Menumbuhkan kreativitas)

Perhatikan lingkungan sekitarmu. Amati kejadian/peristiwa yang merupakan penerapan bilangan bulat dalam kehidupan sehari-hari. Catat dan deskripsikan hal itu. Hasilnya, ceritakan di depan kelas.



Tugas Mandiri

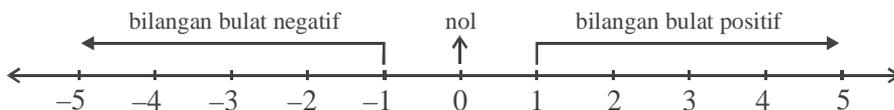
(Berpikir kritis)

Diketahui suatu gedung berlantai 12. Dari gedung tersebut 3 di antaranya berada di bawah permukaan tanah. Tito berada di lantai terbawah, kemudian naik 7 lantai dengan lift. Di lantai berapakah ia berada di atas permukaan tanah?



3. Letak Bilangan Bulat pada Garis Bilangan

Pada garis bilangan, letak bilangan bulat dapat dinyatakan sebagai berikut.



Gambar 1.3

Pada garis bilangan di atas, bilangan 1, 2, 3, 4, 5, ... disebut bilangan bulat positif, sedangkan bilangan $-1, -2, -3, -4, -5, \dots$ disebut bilangan bulat negatif.

Bilangan bulat positif terletak di sebelah kanan nol, sedangkan bilangan bulat negatif terletak di sebelah kiri nol.

4. Menyatakan Hubungan antara Dua Bilangan Bulat



Gambar 1.4

Perhatikan garis bilangan di atas.

Pada garis bilangan tersebut, makin ke kanan letak bilangan, makin besar nilainya. Sebaliknya, makin ke kiri letak bilangan, makin kecil nilainya. Sehingga dapat dikatakan bahwa untuk setiap p, q bilangan bulat berlaku

- jika p terletak di sebelah kanan q maka $p > q$;
- jika p terletak di sebelah kiri q maka $p < q$.



Contoh

Pada suatu garis bilangan, bilangan -3 terletak di sebelah kiri bilangan 2 sehingga ditulis $-3 < 2$ atau $2 > -3$. Adapun bilangan -3 terletak di sebelah kanan -5 sehingga ditulis $-3 > -5$ atau $-5 < -3$. Jika kedua kalimat di atas digabungkan maka diperoleh $-5 < -3 < 2$ atau $2 > -3 > -5$.



Uji Kompetensi 1

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Jika permukaan air laut dinyatakan dengan 0 meter, tulislah letak suatu tempat yang ditentukan sebagai berikut.
 - 175 meter di atas permukaan air laut.
 - 60 meter di bawah permukaan air laut.

- c. 270 meter di bawah permukaan air laut.
- d. 10 meter di atas permukaan air laut.
2. Dengan menggunakan garis bilangan, tentukan
- lima bilangan bulat yang terletak di sebelah kiri 3;
 - enam bilangan bulat yang terletak di sebelah kanan -2 ;
 - empat bilangan bulat yang lebih dari -1 ;
 - tujuh bilangan bulat yang kurang dari 5.
3. Diketahui sebuah tangga lantai memiliki 10 anak tangga. Nyoman dan Santi berada di anak tangga ke-2, kemudian mereka naik 7 tangga ke atas. Karena ada buku yang terjatuh, Nyoman dan Santi turun 5 tangga ke bawah. Di anak tangga berapakah mereka sekarang?
4. Tentukan benar atau salah pernyataan berikut.
- | | |
|--------------|-----------------|
| a. $-4 < -8$ | e. $-2 > -102$ |
| b. $5 > -7$ | f. $-150 < 150$ |
| c. $-2 > -4$ | g. $6 < -5$ |
| d. $-3 < -4$ | h. $-75 > -57$ |
5. Isilah titik-titik di bawah ini dengan tanda “ $>$ ” atau “ $<$ ”, sehingga menjadi kalimat yang benar.
- | | |
|-------------------|--------------------|
| a. $-3 \dots 5$ | c. $-8 \dots -13$ |
| b. $12 \dots 27$ | d. $16 \dots -24$ |
| e. $0 \dots -1$ | h. $2 \dots -21$ |
| f. $17 \dots -15$ | i. $-19 \dots -14$ |
| g. $-36 \dots 42$ | j. $39 \dots -7$ |
6. Tentukan nilai x yang memenuhi
- $x \leq -1$, pada $S = \{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$;
 - $x > 2$, pada $S = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;
 - $-5 < x \leq 4$, pada $S = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.
- Kemudian gambarkan masing-masing nilai-nilai tersebut pada garis bilangan.
7. Diketahui suhu di dalam suatu ruangan laboratorium 17°C . Karena akan digunakan untuk sebuah penelitian, maka suhu di ruangan tersebut diturunkan 25°C lebih rendah dari suhu semula. Berapakah suhu di ruangan itu sekarang?



B. OPERASI HITUNG PADA BILANGAN BULAT

1. Penjumlahan pada Bilangan Bulat

a. Penjumlahan dengan alat bantu

Dalam menghitung hasil penjumlahan dua bilangan bulat, dapat digunakan dengan menggunakan garis bilangan. Bilangan yang dijumlahkan digambarkan dengan anak panah dengan arah sesuai dengan bilangan tersebut.

Apabila bilangan positif, anak panah menunjuk ke arah kanan. Sebaliknya, apabila bilangan negatif, anak panah menunjuk ke arah kiri.



Diskusi

(Menumbuhkan inovasi)

Selain dengan garis bilangan, penjumlahan pada bilangan bulat dapat digunakan alat bantu yang lain. Coba eksplorasilah hal ini dengan teman sebangkumu. Ceritakan hasilnya secara singkat di depan kelas.

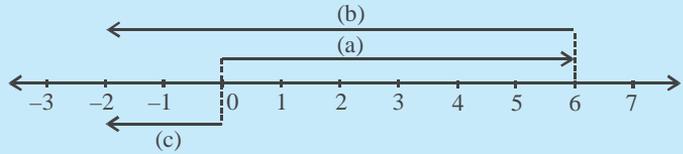


Contoh

Hitunglah hasil penjumlahan berikut dengan menggunakan garis bilangan.

1. $6 + (-8)$

Penyelesaian:



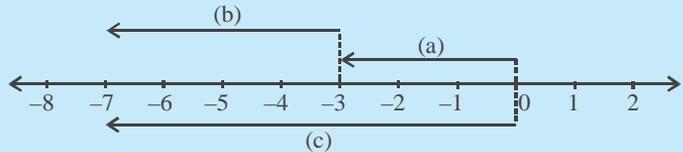
Gambar 1.5

Untuk menghitung $6 + (-8)$, langkah-langkahnya sebagai berikut.

- Gambarlah anak panah dari angka 0 sejauh 6 satuan ke kanan sampai pada angka 6.
- Gambarlah anak panah tadi dari angka 6 sejauh 8 satuan ke kiri.
- Hasilnya, $6 + (-8) = -2$.

2. $(-3) + (-4)$

Penyelesaian:



Gambar 1.6

Untuk menghitung $(-3) + (-4)$, langkah-langkahnya sebagai berikut.

- Gambarlah anak panah dari 0 sejauh 3 satuan ke kiri sampai pada angka -3 .
- Gambarlah anak panah tadi dari angka -3 sejauh 4 satuan ke kiri.
- Hasilnya, $(-3) + (-4) = -7$.



Uji Kompetensi 2

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

Dengan menggunakan garis bilangan, hitunglah hasil penjumlahan bilangan bulat berikut ini.

a. $3 + 7$

b. $-8 + 5$

c. $6 + (-9)$

d. $(-4) + (-7)$

e. $8 + (-2)$

f. $-6 + 10$

g. $(-5) + 10$

h. $(-3) + 2$

i. $(-6) + (-4)$

j. $(-8) + (-3)$

b. *Penjumlahan tanpa alat bantu*

Penjumlahan pada bilangan yang bernilai kecil dapat dilakukan dengan bantuan garis bilangan. Namun, untuk bilangan-bilangan yang bernilai besar, hal itu tidak dapat dilakukan. Oleh karena itu, kita harus dapat menjumlahkan bilangan bulat tanpa alat bantu.

1) Kedua bilangan bertanda sama

Jika kedua bilangan bertanda sama (keduanya bilangan positif atau keduanya bilangan negatif), jumlahkan kedua bilangan tersebut. Hasilnya berilah tanda sama dengan tanda kedua bilangan.

Contoh:

a) $125 + 234 = 359$

b) $-58 + (-72) = -(58 + 72) = -130$

2) Kedua bilangan berlawanan tanda

Jika kedua bilangan berlawanan tanda (bilangan positif dan bilangan negatif), kurangi bilangan yang bernilai lebih besar dengan bilangan yang bernilai lebih kecil tanpa memerhatikan tanda. Hasilnya, berilah tanda sesuai bilangan yang bernilai lebih besar.

Contoh:

a) $75 + (-90) = -(90 - 75) = -15$

b) $(-63) + 125 = 125 - 63 = 62$



Uji Kompetensi 3

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Tanpa menggunakan alat bantu, hitunglah hasil penjumlahan bilangan bulat berikut ini.

a. $23 + 19$

b. $(-42) + 27$

c. $38 + (-53)$

d. $(-46) + (-35)$

e. $(-56) + 47$

f. $32 + (-18)$

g. $(-15) + 62$

h. $(-27) + (-14) + 75$

i. $(-34) + 46 + (-28)$

j. $68 + (-29) + (-45)$

2. Tentukan nilai p yang memenuhi, sehingga kalimat matematika berikut ini menjadi benar.

a. $8 + p = 15$

b. $p + (-4) = 1$

c. $(-12) + p = -3$

d. $-p + 6 = 4$

e. $9 + (-p) = -5$

2. Sifat-Sifat Penjumlahan Bilangan Bulat

a. Sifat tertutup

Pada penjumlahan bilangan bulat, selalu menghasilkan bilangan bulat juga. Hal ini dapat dituliskan sebagai berikut.

Untuk setiap bilangan bulat a dan b , berlaku $a + b = c$ dengan c juga bilangan bulat.



Contoh

a. $-16 + 25 = 9$

-16 dan 25 merupakan bilangan bulat.

9 juga merupakan bilangan bulat.

b. $24 + (-8) = 16$

24 dan -8 merupakan bilangan bulat.

16 juga merupakan bilangan bulat.

b. Sifat komutatif

Sifat komutatif disebut juga sifat pertukaran. Penjumlahan dua bilangan bulat selalu diperoleh hasil yang sama walaupun kedua bilangan tersebut dipertukarkan tempatnya. Hal ini dapat dituliskan sebagai berikut.

Untuk setiap bilangan bulat a dan b , selalu berlaku $a + b = b + a$.



Contoh

a. $6 + 5 = 5 + 6 = 11$

b. $(-7) + 4 = 4 + (-7) = -3$

c. $8 + (-12) = (-12) + 8 = -4$

d. $(-9) + (-11) = (-11) + (-9) = -20$

c. Mempunyai unsur identitas

Bilangan 0 (nol) merupakan unsur identitas pada penjumlahan. Artinya, untuk sebarang bilangan bulat apabila ditambah 0 (nol), hasilnya adalah bilangan itu sendiri.

Hal ini dapat dituliskan sebagai berikut.

Untuk sebarang bilangan bulat a , selalu berlaku $a + 0 = 0 + a = a$.

d. Sifat asosiatif

Sifat asosiatif disebut juga sifat pengelompokan. Sifat ini dapat dituliskan sebagai berikut.

Untuk setiap bilangan bulat a , b , dan c , berlaku $(a + b) + c = a + (b + c)$.



Contoh

$$\begin{aligned} \text{a. } (4 + (-5)) + 6 &= -1 + 6 \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 + ((-5) + 6) &= 4 + 1 \\ &= 5 \end{aligned}$$

Jadi, $(4 + (-5)) + 6 = 4 + ((-5) + 6)$.

$$\begin{aligned} \text{b. } (-3 + (-9)) + 10 &= -12 + 10 \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -3 + ((-9) + 10) &= -3 + 1 \\ &= -2 \end{aligned}$$

Jadi, $(-3 + (-9)) + 10 = -3 + ((-9) + 10)$.

e. Mempunyai invers

Invers suatu bilangan artinya lawan dari bilangan tersebut. Suatu bilangan dikatakan mempunyai invers jumlah, apabila hasil penjumlahan bilangan tersebut dengan inversnya (lawannya) merupakan unsur identitas (0 nol).

Lawan dari a adalah $-a$, sedangkan lawan dari $-a$ adalah a .

Dengan kata lain, untuk setiap bilangan bulat selain nol pasti mempunyai lawan, sedemikian sehingga berlaku $a + (-a) = (-a) + a = 0$.



Diskusi

(Menumbuhkan kreativitas)

Diskusikan dengan temanmu. Coba kalian ingat kembali sifat operasi penjumlahan bilangan cacah. Bandingkan dengan sifat penjumlahan pada bilangan bulat. Apakah setiap bilangan cacah a memiliki invers (lawan)? Mengapa?



Uji Kompetensi 4

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Dengan menggunakan sifat-sifat yang berlaku pada penjumlahan bilangan bulat, hitunglah hasil penjumlahan berikut.

a. $23 + (-19) + 37$

b. $32 + (-27) + (-43)$

c. $(-51) + 75 + 51$

d. $-38 + (-45) + (-22)$

e. $(-49) + 56 + (-31)$

f. $25 + (-17) + (-28)$

2. Tentukan nilai x yang memenuhi untuk x bilangan bulat.

a. $4 + x = -3$

b. $x + (-5) = 6$

c. $-2 + x = -6$

d. $x + (-8) = 0$

e. $9 + x = 0$

f. $x + (-5) + (-9) = 0$

3. Suatu permainan diketahui nilai tertingginya 100 dan nilai terendahnya -100 . Seorang anak bermain sebanyak 6 kali dan memperoleh nilai berturut-turut 75, -80 , -40 , 65, x , dan -50 . Jika jumlah nilai anak tersebut seluruhnya 60, tentukan nilai x yang memenuhi.



Tugas Mandiri

(Berpikir kritis)

Coba cek jawabanmu pada Uji Kompetensi 4 dengan menggunakan kalkulator. Apakah hasilnya sama?



3. Pengurangan pada Bilangan Bulat

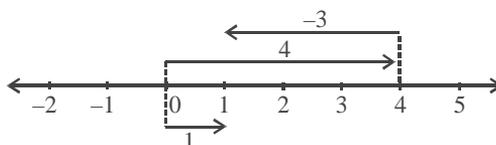
Seperti pada penjumlahan bilangan bulat, untuk menghitung hasil pengurangan dua bilangan bulat dapat digunakan bantuan garis bilangan. Namun sebelumnya coba kalian ingat kembali materi di tingkat sekolah dasar, bahwa operasi pengurangan merupakan penjumlahan dengan lawan bilangan pengurang.

Perhatikan uraian berikut.

a. *Pengurangan dinyatakan sebagai penjumlahan dengan lawan bilangan pengurang*

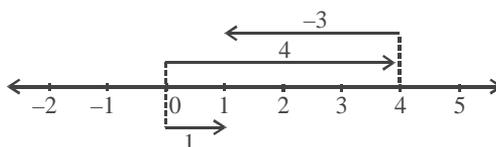
Bandingkan hasil penjumlahan dan pengurangan berikut.

1) $4 - 3$



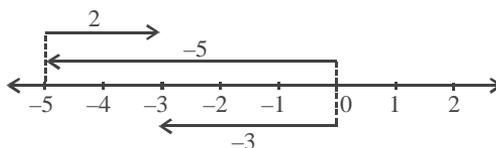
Gambar 1.7

2) $4 + (-3)$



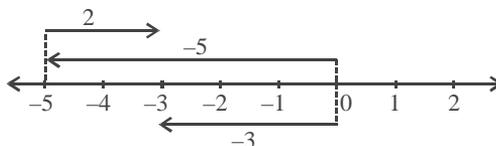
Gambar 1.8

3) $-5 - (-2)$



Gambar 1.9

4) $-5 + 2$



Gambar 1.10

Dari perbandingan di atas, diperoleh hubungan sebagai berikut.

$$4 - 3 = 4 + (-3) = 1$$

$$-5 - (-2) = -5 + 2 = -3$$

Pada pengurangan bilangan bulat, *mengurangi dengan suatu bilangan* sama artinya dengan *menambah dengan lawan pengurangannya*.

Secara umum, dapat dituliskan sebagai berikut.

Untuk setiap bilangan bulat a dan b , maka berlaku

$$a - b = a + (-b).$$



Contoh

- a. $7 - 9 = 7 + (-9) = -2$ c. $15 - (-5) = 15 + 5 = 20$
 b. $-8 - 6 = -8 + (-6) = -14$ d. $-12 - (-6) = -12 + 6 = -6$

Pada contoh di atas dapat kalian lihat bahwa hasil dari pengurangan dua bilangan bulat, juga menghasilkan bilangan bulat. Dengan demikian, dapat dikatakan bahwa pada operasi pengurangan bilangan bulat berlaku sifat tertutup.

b. Pengurangan dengan alat bantu

Berdasarkan penjelasan di atas, pelajirlah cara menghitung hasil pengurangan dua bilangan bulat dengan bantuan garis bilangan berikut ini.



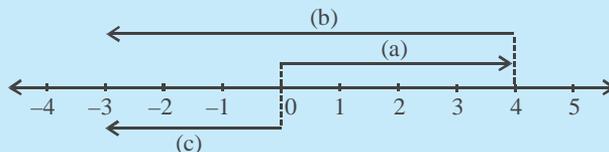
Contoh

1. $4 - 7$

Penyelesaian:

Untuk menghitung $4 - 7$, langkah-langkahnya sebagai berikut.

- (a) Gambarlah anak panah dari angka 0 sejauh 4 satuan ke kanan sampai pada angka 4.
 (b) Gambarlah anak panah tersebut dari angka 4 sejauh 7 satuan ke kiri sampai pada angka -3 .
 (c) Hasilnya, $4 - 7 = -3$.



Gambar 1.11



Diskusi

(Berpikir kritis)

Diskusikan dengan temanmu. Buktikan bahwa sifat komutatif dan asosiatif tidak berlaku pada operasi pengurangan bilangan bulat.



Diskusi

(Berpikir kritis)

Coba ingat kembali, bahwa bilangan 0 merupakan unsur identitas pada penjumlahan bilangan bulat. Menurutmu, apakah pada pengurangan bilangan bulat terdapat unsur identitas? Eksplorasilah hal ini dengan teman sebangkumu. Ceritakan hasilnya secara singkat di depan kelas.

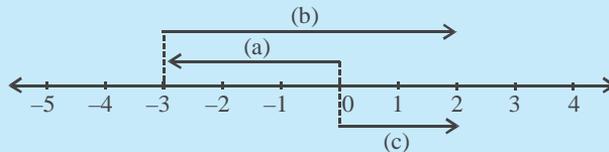


2. $-3 - (-5)$

Penyelesaian:

Langkah-langkah untuk menghitung $-3 - (-5)$ sebagai berikut.

- (a) Gambarlah anak panah dari angka 0 sejauh 3 satuan ke kiri sampai pada angka -3 .
- (b) Gambarlah anak panah tersebut dari angka -3 sejauh 5 satuan ke kanan sampai pada angka 2.
- (c) Hasilnya, $-3 - (-5) = 2$.



Gambar 1.12



Uji Kompetensi 5

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Hitunglah hasilnya.
 - a. $9 - 3$
 - b. $5 - 8$
 - c. $-13 - 9$
 - d. $16 - (-6)$
 - e. $-15 - 9 - 13$
 - f. $32 - 21 - 14$
 - g. $-18 - 11 - (-24)$
 - h. $(-7 - 27) - 18$
2. Jika n adalah bilangan bulat, tentukan nilai n agar menjadi kalimat yang benar.
 - a. $7 - n = 2$
 - b. $n - 4 = -3$
 - c. $n - (-9) = 5$
 - d. $-8 - n = -1$
 - e. $-n - (-6) = 0$
3. Diketahui suhu di Puncak Jaya Wijaya -4°C , sedangkan suhu di Kota Mekah 48°C . Hitunglah selisih suhu kedua tempat tersebut.
4. Jarak Kota A dan Kota B 40 km. Jika Kota C terletak di antara Kota A dan B, sedangkan jaraknya 25 km dari Kota B, berapakah jarak Kota C dari Kota A?

4. Perkalian pada Bilangan Bulat

Kalian telah mengetahui bahwa perkalian adalah operasi penjumlahan berulang dengan bilangan yang sama. Perhatikan contoh berikut.

$$4 \times 5 = 5 + 5 + 5 + 5 = 20$$

$$5 \times 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$$

Meskipun hasilnya sama, perkalian 4×5 dan 5×4 berbeda artinya. Secara umum, dapat dituliskan sebagai berikut.

Jika n adalah sebarang bilangan bulat positif maka

$$n \times a = \underbrace{a + a + a + \dots + a}_{\text{sebanyak } n \text{ suku}}$$

a. Menghitung hasil perkalian bilangan bulat

Perhatikan uraian berikut.

$$2 \times 4 = 4 + 4 = 8$$

$$2 \times 3 = 3 + 3 = 6$$

$$2 \times 2 = 2 + 2 = 4$$

$$2 \times 1 = 1 + 1 = 2$$

$$2 \times 0 = 0 + 0 = 0$$

$$-2 \times 4 = -(2 \times 4) = -(4 + 4) = -8$$

$$-2 \times 3 = -(2 \times 3) = -(3 + 3) = -6$$

$$-2 \times 2 = -(2 \times 2) = -(2 + 2) = -4$$

$$-2 \times 1 = -(2 \times 1) = -(1 + 1) = -2$$

$$-2 \times 0 = -(2 \times 0) = -(0 + 0) = 0$$

$$2 \times (-2) = (-2) + (-2) = -4$$

$$2 \times (-1) = (-1) + (-1) = -2$$

$$(-2) \times (-3) = -(2 \times (-3)) = -((-3) + (-3)) = 6$$

$$(-2) \times (-2) = -(2 \times (-2)) = -((-2) + (-2)) = 4$$

$$(-2) \times (-1) = -(2 \times (-1)) = -((-1) + (-1)) = 2$$

Jika kalian mengamati perkalian bilangan di atas, kalian akan memperoleh sifat-sifat berikut.

Jika p dan q adalah bilangan bulat maka

- 1) $p \times q = pq$;
- 2) $(-p) \times q = -(p \times q) = -pq$;
- 3) $p \times (-q) = -(p \times q) = -pq$;
- 4) $(-p) \times (-q) = p \times q = pq$.



Tugas Mandiri

(Berpikir kritis)

Buatlah kelompok terdiri atas 2 anak, 1 laki-laki dan 1 perempuan. Buktikan sifat-sifat operasi perkalian pada bilangan bulat seperti di samping. Berikan contoh-contoh yang mendukung. Diskusikan hal ini dengan temanmu.



Uji Kompetensi 6

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Tulislah arti perkalian berikut, kemudian selesaikan.
 - a. 8×4
 - b. $2 \times (-3)$
 - c. $3 \times p$
 - d. $4 \times (-p)$
 - e. 4×8
 - f. $5 \times (-2p)$
2. Hitunglah hasil perkalian berikut.
 - a. $7 \times (-18)$
 - b. $(-12) \times (-15)$
 - c. $(-16) \times 9$
 - d. 25×0
 - e. $(-24) \times (-11)$
 - f. $35 \times (-7)$



b. Sifat-sifat perkalian pada bilangan bulat

1) Sifat tertutup

Untuk mengetahui sifat tertutup pada perkalian bilangan bulat, salin dan tentukan hasil perkalian berikut.

$$3 \times 8 = \dots \qquad 3 \times (-8) = \dots$$

$$(-3) \times 8 = \dots \qquad (-3) \times (-8) = \dots$$

Apakah hasil perkalian bilangan di atas juga merupakan bilangan bulat?

Jika kalian mengerjakan dengan benar, kalian akan memperoleh sifat berikut.

Untuk setiap bilangan bulat p dan q , selalu berlaku $p \times q = r$ dengan r juga bilangan bulat.

2) Sifat komutatif

Untuk mengetahui sifat komutatif pada perkalian bilangan bulat, salin dan tentukan hasil perkalian berikut.

$$2 \times (-5) = \dots \qquad (-3) \times (-4) = \dots$$

$$(-5) \times 2 = \dots \qquad (-4) \times (-3) = \dots$$

Apa yang dapat kalian simpulkan dari perkalian pasangan bilangan bulat di atas?

Jika kalian mengerjakan dengan benar, kalian akan memperoleh sifat berikut.

Untuk setiap bilangan bulat p dan q , selalu berlaku $p \times q = q \times p$.

3) Sifat asosiatif

Untuk mengetahui sifat asosiatif pada perkalian bilangan bulat, salin dan tentukan hasil perkalian berikut.

$$3 \times (-2 \times 4) = \dots \qquad (-2 \times 6) \times 4 = \dots$$

$$(3 \times (-2)) \times 4 = \dots \qquad -2 \times (6 \times 4) = \dots$$

Apa yang dapat kalian simpulkan dari perkalian pasangan bilangan bulat di atas?

Jika kalian mengerjakan dengan benar, kalian akan memperoleh sifat berikut.

Untuk setiap bilangan bulat p , q , dan r selalu berlaku $(p \times q) \times r = p \times (q \times r)$.



Soal Tantangan

Dalam suatu permainan jika menang diberi nilai 3, jika kalah diberi nilai -2 , dan jika seri diberi nilai -1 . Sebuah regu telah bermain sebanyak 47 kali, dengan 21 kali menang dan 3 kali seri. Tentukan nilai yang diperoleh regu tersebut.



4) Sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan

Untuk mengetahui sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan, salin dan tentukan hasil perkalian berikut.

$$2 \times (4 + (-3)) = \dots \quad (-3) \times (-8 + 5) = \dots$$
$$(2 \times 4) + (2 \times (-3)) = \dots \quad ((-3) \times (-8)) + (-3 \times 5) = \dots$$

Apa yang dapat kalian simpulkan dari perkalian pasangan bilangan bulat di atas?

Jika kalian mengerjakan dengan benar, kalian akan memperoleh sifat berikut.

Untuk setiap bilangan bulat p , q , dan r selalu berlaku
 $p \times (q + r) = (p \times q) + (p \times r)$.

5) Sifat distributif perkalian terhadap pengurangan

Untuk mengetahui sifat distributif perkalian terhadap pengurangan, salin dan tentukan hasil perkalian berikut.

$$5 \times (8 - (-3)) = \dots \quad 6 \times (-7 - 4) = \dots$$
$$(5 \times 8) - (5 \times (-3)) = \dots \quad (6 \times (-7)) - (6 \times 4) = \dots$$

Apa yang dapat kalian simpulkan dari perkalian pasangan bilangan bulat di atas?

Jika kalian mengerjakan dengan benar, kalian akan memperoleh sifat berikut.

Untuk setiap bilangan bulat p , q , dan r selalu berlaku
 $p \times (q - r) = (p \times q) - (p \times r)$.

6) Memiliki elemen identitas

Untuk mengetahui elemen identitas pada perkalian, tulis dan tentukan hasil perkalian berikut.

$$3 \times 1 = \dots \quad (-4) \times 1 = \dots$$
$$1 \times 3 = \dots \quad 1 \times (-4) = \dots$$

Apa yang dapat kalian simpulkan dari perkalian pasangan bilangan bulat di atas?

Jika kalian mengerjakan dengan benar, kalian akan memperoleh sifat berikut.

Untuk setiap bilangan bulat p , selalu berlaku
 $p \times 1 = 1 \times p = p$.
Elemen identitas pada perkalian adalah 1.





Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Tentukan nilai pengganti huruf-huruf berikut sehingga menjadi kalimat yang benar.

- a. $6 \times p = (-3) \times 6$
- b. $2 \times (-q) \times 9 = 9 \times 3 \times 2$
- c. $3 \times a \times (-2) = 3 \times (5 \times (-2))$
- d. $7 \times (-a - b) = (7 \times (-8)) + (7 \times (-2))$

2. a. Tentukan hasil perkalian berikut.

- (i) $(5 \times 4) \times (-3)$ dan $5 \times (4 \times (-3))$
- (ii) $(6 \times (-2)) \times 7$ dan $6 \times ((-2) \times 7)$
- (iii) $(8 \times (-6)) \times (-5)$ dan $8 \times ((-6) \times (-5))$
- (iv) $((-7) \times (-9)) \times (-4)$ dan $(-7) \times ((-9) \times (-4))$

b. Berdasarkan soal (a), sifat apakah yang berlaku pada perkalian tersebut? Apa yang dapat kalian simpulkan?

3. Dengan menggunakan sifat distributif, tentukan nilai dari

- a. $8 \times (-24) + (8 \times (-16))$
- b. $((-17 \times (-25)) + ((-25) \times (-19))$
- c. $((-7) \times (-16)) - ((-2) \times (-16))$
- d. $(29 \times (-9)) - (9 \times (-9))$

4. Salin dan lengkapilah tabel berikut.

| a | b | c | $a \times (b + c)$ | $a \times b$ | $a \times c$ | $(a \times b) + (a \times c)$ |
|----|----|----|--------------------|--------------|--------------|-------------------------------|
| 2 | 1 | 3 | | | | |
| 2 | -1 | 3 | | | | |
| -2 | -1 | -3 | | | | |
| -2 | -1 | -3 | | | | |

Buatlah kesimpulan, sifat apakah yang kamu peroleh dari tabel tersebut?

5. Salin dan lengkapilah tabel berikut.

| a | b | c | $a \times (b - c)$ | $a \times b$ | $a \times c$ | $(a \times b) - (a \times c)$ |
|----|----|----|--------------------|--------------|--------------|-------------------------------|
| 3 | 2 | 4 | | | | |
| -3 | 2 | 4 | | | | |
| -3 | -2 | 4 | | | | |
| -3 | -2 | -4 | | | | |

Buatlah kesimpulan, sifat apakah yang kamu peroleh dari tabel tersebut?

5. Pembagian Bilangan Bulat

a. Pembagian sebagai operasi kebalikan dari perkalian

Perhatikan uraian berikut.

(i) $3 \times 4 = 4 + 4 + 4 = 12$

Di lain pihak, $12 : 3 = 4$ atau dapat ditulis

$3 \times 4 = 12 \Leftrightarrow 12 : 3 = 4.$

(ii) $4 \times 3 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$

Di lain pihak, $12 : 4 = 3$, sehingga dapat ditulis

$4 \times 3 = 12 \Leftrightarrow 12 : 4 = 3.$

Dari uraian di atas, tampak bahwa pembagian merupakan operasi kebalikan (invers) dari perkalian. Secara umum dapat ditulis sebagai berikut.

Jika p , q , dan r bilangan bulat, dengan q faktor p , dan $q \neq 0$ maka berlaku $p : q = r \Leftrightarrow p = q \times r$.

b. Menghitung hasil pembagian bilangan bulat

Coba ingat kembali sifat perkalian pada bilangan bulat. Dari sifat tersebut, diperoleh kesimpulan berikut.

Untuk setiap p , q , r bilangan bulat, $q \neq 0$ dan memenuhi $p : q = r$ berlaku

- (i) jika p , q bertanda sama, r adalah bilangan bulat positif;
- (ii) jika p , q berlainan tanda, r adalah bilangan bulat negatif.

c. Pembagian dengan bilangan nol

Untuk menentukan hasil pembagian bilangan bulat dengan bilangan nol (0), ingat kembali perkalian bilangan bulat dengan bilangan nol. Untuk setiap a bilangan bulat berlaku

$$a \times 0 = 0 \Leftrightarrow 0 : a = 0$$

Jadi, dapat dituliskan sebagai berikut.

Untuk setiap bilangan bulat a , berlaku $0 : a = 0$; $a \neq 0$.

Hal ini tidak berlaku jika $a = 0$, karena $0 : 0 =$ tidak terdefinisi.

d. Sifat pembagian pada bilangan bulat

Apakah pembagian pada bilangan bulat bersifat tertutup?

Perhatikan bahwa $15 : 3 = 5$

$$8 : 2 = 4$$

$$2 : 2 = 1$$

Sekarang, berapakah nilai dari $4 : 3$?

Apakah kalian menemukan nilai dari $4 : 3$ merupakan bilangan bulat?

Jawabannya adalah tidak ada. Karena tidak ada bilangan bulat yang memenuhi, maka hal ini sudah cukup untuk menyatakan bahwa pembagian pada bilangan bulat *tidak* bersifat *tertutup*.

Sekarang perhatikan bahwa $8 : 2 = 4$. Apakah ada bilangan bulat yang memenuhi $2 : 8$? Karena tidak ada bilangan bulat yang memenuhi $2 : 8$, maka pada pembagian *tidak berlaku sifat komutatif*.

Untuk mengetahui apakah pada pembagian bilangan bulat berlaku sifat asosiatif, perhatikan bahwa $(12 : 6) : 2 = 1$ tetapi $12 : (6 : 2) = 4$.

Dari contoh di atas, dapat diketahui bahwa pada pembagian bilangan bulat *tidak berlaku sifat asosiatif*.



(Berpikir kritis)

Diskusikan dengan temanmu. Tunjukkan bahwa pada pembagian bilangan bulat $a : 0 =$ tidak didefinisikan (tidak ada), sebab tidak ada satupun bilangan pengganti yang memenuhi. Eksplorasilah hal tersebut untuk sebarang bilangan bulat a .

Petunjuk

Gunakan pemisalan $a : 0 = x$.





Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Tentukan hasil pembagian bilangan bulat berikut ini.

| | | |
|-----------------|-------------------|---------------------------|
| a. $90 : 5$ | f. $-108 : (-18)$ | d. $m \times -13 = -104$ |
| b. $56 : (-8)$ | g. $-72 : 4$ | e. $-16 \times m = 112$ |
| c. $-84 : 7$ | h. $52 : 0$ | f. $8 \times m = -136$ |
| d. $51 : (-3)$ | i. $0 : (-49)$ | g. $m \times 12 = 156$ |
| e. $-64 : (-8)$ | j. $128 : (-8)$ | h. $m \times (-6) = -144$ |
- Tentukan hasil pembagian berikut (jika ada bilangan bulat yang memenuhi).

| | | | |
|--------------|------------------|----------------------|------------------------|
| a. $72 : 6$ | d. $-30 : (-6)$ | a. $\frac{b+c}{a}$; | d. $\frac{a+b}{b+c}$; |
| b. $52 : 3$ | e. $82 : (-9)$ | b. $\frac{a-b}{c}$; | e. $\frac{c-b}{a+b}$; |
| c. $-70 : 4$ | f. $-96 : (-18)$ | c. $\frac{ac}{b}$; | f. $\frac{b-c+a}{a}$. |
- Tentukan pengganti m , sehingga pernyataan berikut menjadi benar.

| | |
|--------------------------|---|
| a. $m \times (-4) = -88$ | Apakah hasilnya ada yang bukan merupakan bilangan bulat? Mengapa? |
| b. $9 \times m = -54$ | |
| c. $m \times (-7) = 91$ | |



C. MENAKSIR HASIL PERKALIAN DAN PEMBAGIAN BILANGAN BULAT



Sumber: Dok. Penerbit

Gambar 1.13

Pernahkah kamu berbelanja ke supermarket? Jika pernah, apakah jumlah harga belanja kamu selalu bulat?

Misalkan, kamu berbelanja barang-barang seharga Rp18.280,00. Jika kamu memberikan uang Rp20.000,00 kepada kasir, berapa uang kembalian yang kamu terima?

Hasil pembulatan atau taksiran diperoleh dengan cara berikut.

1. Untuk pembulatan ke angka puluhan terdekat.
 - a. Jika angka satuannya kurang dari 5, angka tersebut tidak dihitung atau dihilangkan.
 - b. Jika angka satuannya lebih dari atau sama dengan 5, angka tersebut dibulatkan ke atas menjadi puluhan.
2. Untuk pembulatan ke angka ratusan terdekat.
 - a. Jika angka puluhannya kurang dari 5, angka puluhan dan satuan dihilangkan.
 - b. Jika angka puluhannya lebih dari atau sama dengan 5, angka puluhan tersebut dibulatkan ke atas menjadi ratusan.

Aturan pembulatan tersebut juga berlaku untuk pembulatan ke angka ribuan terdekat, puluh ribuan terdekat, dan seterusnya.

Tugas Mandiri

(Menumbuhkan kreativitas)

Amatilah kejadian di sekitarmu. Tuliskan masalah yang terkait dengan pembulatan atau taksiran bilangan bulat. Kemudian selesaikanlah. Hasilnya, kemukakan secara singkat di depan kelas.



Contoh

1. Tentukan taksiran pada hasil perhitungan berikut ke angka puluhan terdekat.

- a. 37×19
- b. $118 : 24$
- c. $2.463 : 31$

Penyelesaian:

- a. $37 \times 19 \approx 40 \times 20 = 800$
- b. $118 : 24 \approx 120 : 20 = 6$
- c. $2.463 : 31 \approx 2.460 : 30 = 82$

2. Tentukan taksiran pada hasil perhitungan berikut ke angka ratusan terdekat.

- a. 225×133
- b. 392×1.174
- c. $2.548 : 481$

Penyelesaian:

- a. $225 \times 133 \approx 200 \times 100 = 20.000$
- b. $392 \times 1.174 \approx 400 \times 1.200 = 480.000$
- c. $2.548 : 481 \approx 2.500 : 500 = 5$



Uji Kompetensi 9

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Taksirlah hasil perkalian dan pembagian berikut ke angka puluhan terdekat.
 - a. $36 : 9$
 - b. 27×154
 - c. $266 : 33$
 - d. 54×88
2. Taksirlah hasil perkalian dan pembagian berikut ke angka ratusan terdekat.
 - a. 121×358
 - b. 1.469×112
 - c. $2.834 : 733$
 - d. $6.273 : 891$



3. Taksirlah hasil perkalian dan pembagian berikut ke angka ribuan terdekat.
- a. 2.383×1.564 b. 1.746×3.324
 c. $4.830 : 1.416$
 d. $7.700 : 3.925$



Diskusi

(Menumbuhkan inovasi)

Cek hasil perhitungan soal-soal di Uji Kompetensi 9 di atas dengan menggunakan kalkulator. Kamu juga dapat menggunakan komputer jika tersedia di sekolahmu. Bandingkan hasilnya. Apakah terdapat selisih di antara kedua jawaban tersebut? Mengapa? Diskusikan hal ini dengan temanmu.

Di bagian depan kalian telah mempelajari perkalian pada bilangan bulat. Hal ini sangat bermanfaat dalam menentukan kelipatan dan faktor dari suatu bilangan. Kelipatan dan faktor suatu bilangan digunakan untuk menentukan Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) dan Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dari suatu bilangan. Adapun Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) dan Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dari suatu bilangan akan bermanfaat dalam mempelajari materi pada bab selanjutnya. Untuk itu, perhatikan dan pelajari dengan baik uraian materi berikut.



D. KELIPATAN DAN FAKTOR

1. Kelipatan Suatu Bilangan Bulat Positif

Di tingkat sekolah dasar, kalian telah mengetahui mengenai kelipatan suatu bilangan. Sekarang, kalian akan mengulang dan memperdalam materi tersebut.

Jika k anggota $A = 1, 2, 3, \dots$ maka kelipatan-kelipatan dari k adalah semua hasil kali k dengan setiap anggota A .

Misalnya, kelipatan 3 sebagai berikut.

$$\begin{aligned} 1 \times 3 &= 3 \\ 2 \times 3 &= 6 \\ 3 \times 3 &= 9 \\ 4 \times 3 &= 12 \\ &\dots \end{aligned}$$

Bilangan asli kelipatan 3 dapat ditulis sebagai 3, 6, 9, 12, ...



Contoh

- a. Tentukan semua bilangan kelipatan 2 yang kurang dari 30;
 b. Tentukan semua bilangan kelipatan 5 yang kurang dari 30;

Penyelesaian:

- a. Semua bilangan kelipatan 2 yang kurang dari 30 sebagai berikut.

| | | |
|-------------------|--------------------|--------------------|
| $1 \times 2 = 2$ | $6 \times 2 = 12$ | $11 \times 2 = 22$ |
| $2 \times 2 = 4$ | $7 \times 2 = 14$ | $12 \times 2 = 24$ |
| $3 \times 2 = 6$ | $8 \times 2 = 16$ | $13 \times 2 = 26$ |
| $4 \times 2 = 8$ | $9 \times 2 = 18$ | $14 \times 2 = 28$ |
| $5 \times 2 = 10$ | $10 \times 2 = 20$ | |

Semua bilangan kelipatan 2 yang kurang dari 30 adalah 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28.

c. Tentukan semua bilangan asli yang kurang dari 30 dan merupakan kelipatan 2 dan 5.

b. Semua bilangan kelipatan 5 yang kurang dari 30 adalah 5, 10, 15, 20, 25.

c. Semua bilangan asli yang kurang dari 30 dan merupakan kelipatan 2 dan 5 adalah 10, 20.

Bilangan 10 dan 20 tersebut selanjutnya disebut kelipatan persekutuan dari 2 dan 5 yang kurang dari 30.

2. Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) dari Dua Bilangan atau Lebih

Bilangan kelipatan 3 adalah 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, ...

Bilangan kelipatan 4 adalah 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, ...

Bilangan kelipatan 3 dan 4 adalah 12, 24, ...

Bilangan terkecil yang merupakan kelipatan persekutuan dari 3 dan 4 adalah 12. Bilangan 12 dalam hal ini disebut Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) dari 3 dan 4.

Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) dari p dan q , dengan p, q anggota himpunan bilangan asli adalah bilangan terkecil anggota himpunan bilangan asli yang habis dibagi oleh p dan q .



Contoh

Tentukan KPK dari 2, 3, dan 4.

Penyelesaian:

Bilangan asli kelipatan 2 adalah 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, ...

Bilangan asli kelipatan 3 adalah 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, ...

Bilangan asli kelipatan 4 adalah 4, 8, 12, 16, 20, 24, ...

Kelipatan persekutuan dari 2, 3, dan 4 adalah 12, 24, ...

Jadi, KPK dari 2, 3, dan 4 adalah 12.



Uji Kompetensi 10

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- a. Tentukan semua kelipatan 4 dan 6 yang kurang dari 50.
b. Tentukan semua kelipatan persekutuan dari 4 dan 6 yang kurang dari 50.

- c. Tentukan kelipatan persekutuan terkecil dari 4 dan 6.
2. Tentukan semua kelipatan persekutuan dari 3 dan 5 yang kurang dari 40. Kemudian, tentukan KPK-nya.



3. Tentukan KPK dari pasangan bilangan berikut.
- a. 5 dan 7 c. 12 dan 15
b. 6 dan 8 d. 24 dan 32
4. Tentukan KPK dari bilangan-bilangan berikut.
- a. 2, 4, dan 5 c. 12, 32, dan 36
b. 3, 5, dan 6 d. 18, 36, dan 42

3. Faktor Suatu Bilangan dan Faktor Persekutuan Terbesar (FPB)

Perhatikan perkalian bilangan berikut.

$$1 \times 8 = 8$$

$$2 \times 4 = 8$$

Bilangan 1, 2, 4, dan 8 disebut faktor dari 8.

Sekarang perhatikan perkalian berikut.

$$1 \times 2 = 2$$

$$1 \times 3 = 3$$

$$1 \times 5 = 5$$

$$1 \times 7 = 7$$

Bilangan-bilangan 2, 3, 5, dan 7 masing-masing hanya mempunyai dua faktor, yaitu 1 dan dirinya sendiri. Bilangan-bilangan seperti ini disebut bilangan prima.

Bilangan prima adalah bilangan yang tepat mempunyai dua faktor, yaitu 1 dan dirinya sendiri.

Faktor dari suatu bilangan asli k adalah suatu bilangan asli yang apabila dikalikan dengan bilangan asli lain hasilnya sama dengan k .



- a. Tentukan semua faktor dari 25.

Penyelesaian:

$$1 \times 25 = 25$$

$$5 \times 5 = 25$$

Semua faktor dari 25 adalah 1, 5, dan 25.

- b. Tentukan semua faktor dari 30.

Penyelesaian:

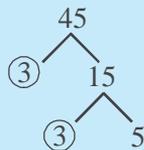
$$1 \times 30 = 30; 2 \times 15 = 30; 3 \times 10 = 30; 5 \times 6 = 30$$

Karena 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, dan 30 habis membagi 30 dan tidak ada bilangan lain yang habis membagi 30 maka semua faktor dari 30 adalah 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, dan 30.

- c. Tentukan semua faktor prima dari 45.

Penyelesaian:

Ingat kembali cara menentukan faktor prima suatu bilangan dengan pohon faktor.



Jadi, semua faktor prima dari 45 adalah 3 dan 5.

Dari contoh a dan b di atas diperoleh bahwa

- faktor dari 25 adalah 1, 5, dan 25;
- faktor dari 30 adalah 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, dan 30.

Tampak bahwa 1 dan 5 merupakan faktor dari 25 dan 30. Selanjutnya, 1 dan 5 disebut faktor persekutuan dari 25 dan 30. Karena 5 merupakan faktor terbesar, maka 5 disebut faktor persekutuan terbesar (FPB) dari 25 dan 30.

Dapatkah kamu menentukan FPB dari 25, 30, dan 45?

Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan sebagai berikut.

Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dari dua bilangan adalah bilangan asli terbesar yang merupakan faktor persekutuan kedua bilangan tersebut.



Tugas Mandiri

(Menumbuhkan kreativitas)

Amatilah kejadian di lingkungan sekitarmu. Tuliskan masalah yang terkait dengan KPK dan FPB. Kemudian, selesaikanlah. Diskusikan hal ini dengan teman sebangkumu. Hasilnya, tuliskan dalam bentuk laporan dan serahkan kepada gurumu.



Uji Kompetensi 11

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Tentukan semua faktor dari bilangan berikut.
 - 27
 - 36
 - 64
 - 120
 - 240
 - 320
- Tentukan semua faktor prima dari bilangan berikut. Kemudian, tulislah perkalian faktor-faktor primanya.
 - 24
 - 32
 - 48
 - 56
 - 115
 - 250
- Tentukan faktor persekutuan dari bilangan-bilangan berikut. Kemudian, tentukan FPB-nya.
 - 16 dan 24
 - 30 dan 45
 - 48 dan 54
 - 9, 18, dan 36
 - 24, 32, dan 64
 - 36, 52, dan 60
 - 82, 120, dan 150
 - 36, 108, dan 160



4. Menentukan KPK dan FPB dari Dua Bilangan atau Lebih dengan Memfaktorkan

Di depan kalian telah mengetahui cara menentukan KPK dan FPB dari dua bilangan atau lebih dengan mencari kelipatan dan faktor dari masing-masing bilangan. Selain dengan cara tersebut, kita dapat menentukan KPK dan FPB dari dua bilangan atau lebih dengan terlebih dahulu menentukan faktorisasi prima masing-masing bilangan itu.

Perkalian semua faktor-faktor prima dari suatu bilangan disebut *faktorisasi prima*.



Contoh

Tentukan KPK dan FPB dari 36 dan 40 dengan cara memfaktorkan.

Penyelesaian:

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

$$40 = 2^3 \times 5$$

Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) dari 36 dan 40 diperoleh dengan mengalikan semua faktor. Jika ada faktor dengan bilangan pokok yang sama, seperti 2^2 dan 2^3 , pilih pangkat yang tertinggi yaitu 2^3 . Jadi, KPK dari 36 dan $40 = 2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$.

Adapun Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dari 36 dan 40 diperoleh dengan mengalikan faktor dengan bilangan pokok yang sama, dengan pangkat terendah. Jadi, FPB dari 36 dan $40 = 2^2 = 4$.

Dari uraian di atas dapat disimpulkan sebagai berikut.

- Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) diperoleh dengan cara mengalikan semua faktor. Jika ada faktor dengan bilangan pokok yang sama, pilih pangkat yang tertinggi.
- Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) diperoleh dengan cara mengalikan faktor yang sama dengan pangkat terendah.



Uji Kompetensi 12

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Tentukan faktorisasi prima dari bilangan-bilangan berikut.
 - a. 68
 - b. 75
 - c. 145
 - d. 225
2. Tentukan KPK dan FPB dari bilangan-bilangan berikut dengan cara memfaktorkan.
 - a. 4, 12, dan 20
 - b. 24, 36, dan 72
 - c. 45, 78, dan 100
 - d. 64, 115, dan 230



E. PERPANGKATAN BILANGAN BULAT

1. Pengertian Perpangkatan Bilangan

Coba kalian ingat kembali materi di sekolah dasar tentang pengertian kuadrat suatu bilangan. Kuadrat atau pangkat dua suatu bilangan adalah mengalikan suatu bilangan dengan bilangan itu sendiri. Lebih lanjut, perpangkatan suatu bilangan artinya *perkalian berulang dengan bilangan yang sama*.

Perhatikan perpangkatan bilangan pokok 2 berikut.

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 2 \times 2 \quad (2^2 \text{ dibaca } 2 \text{ kuadrat atau } 2 \text{ pangkat } 2) \\ = 4$$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 \quad (2^3 \text{ dibaca } 2 \text{ pangkat } 3) \\ = 8$$

....

$$2^n = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2}_{n \text{ kali}} \quad (2^n \text{ dibaca } 2 \text{ pangkat } n)$$

Secara umum dapat dituliskan sebagai berikut.

Untuk sebarang bilangan bulat p dan bilangan bulat positif n , berlaku

$$p^n = \underbrace{p \times p \times p \times \dots \times p}_{\text{sebanyak } n \text{ faktor}}$$

dengan p disebut bilangan pokok dan n disebut pangkat (eksponen). Untuk $p \neq 0$ maka $p^0 = 1$ dan $p^1 = p$.

Pada pembahasan kali ini, kita hanya akan membahas perpangkatan bilangan bulat dengan pangkat positif.

Catatan

Nanti di kelas IX, kalian akan mempelajari lebih jauh tentang perpangkatan bilangan bulat dengan pangkat positif, negatif, dan nol.



Tips

Pada perpangkatan bilangan bulat p^n , perhatikan bilangan pokoknya. Cermati perbedaan perpangkatan bilangan bulat berikut.

$$p^n = \underbrace{p \times p \times p \times \dots \times p}_{n \text{ faktor}} \\ -p^n = -\underbrace{(p \times p \times p \times \dots \times p)}_{n \text{ faktor}} \\ (-p)^n = \underbrace{(-p) \times (-p) \times (-p) \times \dots \times (-p)}_{n \text{ faktor}}$$



Contoh

Tentukan hasil perpangkatan bilangan-bilangan berikut ini.

- a. 9^2 c. -5^4
b. $(-6)^3$ d. $(-10)^4$

Penyelesaian:

a. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ b. $(-6)^3 = (-6) \times (-6) \times (-6) = 36 \times (-6) = -216$



$$\begin{aligned} \text{c. } -5^4 &= -(5 \times 5 \times 5 \times 5) \\ &= -625 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } (-10)^4 &= (-10) \times (-10) \times (-10) \times (-10) \\ &= 10.000 \end{aligned}$$

2. Sifat-Sifat Bilangan Berpangkat

a. Sifat perkalian bilangan berpangkat

Perhatikan perkalian bilangan bulat berpangkat berikut.

$$\begin{aligned} 3^2 \times 3^3 &= \underbrace{(3 \times 3)}_{2 \text{ faktor}} \times \underbrace{(3 \times 3 \times 3)}_{3 \text{ faktor}} \\ &= \underbrace{(3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3)}_{5 \text{ faktor}} \\ &= 3^5 \end{aligned}$$

Jika m, n bilangan bulat positif dan p bilangan bulat maka

$$\begin{aligned} p^m \times p^n &= \underbrace{(p \times p \times \dots \times p)}_{m \text{ faktor}} \times \underbrace{(p \times p \times \dots \times p)}_{n \text{ faktor}} \\ &= \underbrace{p \times p \times \dots \times p \times p \times p \times \dots \times p}_{(m+n) \text{ faktor}} \\ &= p^{m+n}. \end{aligned}$$

$$p^m \times p^n = p^{m+n}$$

b. Sifat pembagian bilangan berpangkat

Perhatikan pembagian bilangan bulat berpangkat berikut.

$$\begin{aligned} 5^5 : 5^3 &= \underbrace{(5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5)}_{5 \text{ faktor}} : \underbrace{(5 \times 5 \times 5)}_{3 \text{ faktor}} \\ &= 5 \times 5 \\ &= 5^2 \end{aligned}$$

Jika m, n bilangan bulat positif dan p bilangan bulat maka

$$\begin{aligned} p^m : p^n &= \underbrace{(p \times p \times \dots \times p)}_{m \text{ faktor}} : \underbrace{(p \times p \times \dots \times p)}_{n \text{ faktor}} \\ &= \underbrace{(p \times p \times \dots \times p)}_{(m-n) \text{ faktor}} \\ &= p^{m-n}. \end{aligned}$$

$$p^m : p^n = p^{m-n}$$

c. Sifat perpangkatan bilangan berpangkat

Perhatikan perpangkatan bilangan bulat berpangkat berikut.

$$\begin{aligned}(2^2)^3 &= (2^2) \times (2^2) \times (2^2) \\ &= \underbrace{(2 \times 2)}_{2 \text{ faktor}} \times \underbrace{(2 \times 2)}_{2 \text{ faktor}} \times \underbrace{(2 \times 2)}_{2 \text{ faktor}} \\ &= \underbrace{(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)}_{6 \text{ faktor}} \\ &= 2^6\end{aligned}$$

Jika m, n bilangan bulat positif dan p bilangan bulat positif maka

$$\begin{aligned}(p^m)^n &= \underbrace{p^m \times p^m \times \dots \times p^m}_{n \text{ faktor}} \\ &= \underbrace{(p \times p \times \dots \times p)}_{m \text{ faktor}} \times \underbrace{(p \times p \times \dots \times p)}_{m \text{ faktor}} \times \underbrace{(p \times p \times \dots \times p)}_{m \text{ faktor}} \\ &= \underbrace{(p \times p \times \dots \times p \times p \times p \times \dots \times p \times p \times p \times \dots \times p)}_{(m \times n) \text{ faktor}} \\ &= p^{m \times n}.\end{aligned}$$

$$(p^m)^n = p^{m \times n}$$

d. Sifat perpangkatan suatu perkalian atau pembagian

Perhatikan uraian berikut.

$$(5 \times 2)^3 = 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1.000$$

$$(5 \times 2)^3 = 5^3 \times 2^3 = 125 \times 8 = 1.000$$

$$(2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$$

$$(2 \times 3)^2 = 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$$

Berdasarkan uraian di atas, dapat kita tuliskan sebagai berikut.

Jika m bilangan bulat positif dan p, q bilangan bulat maka

$$\begin{aligned}(p \times q)^m &= \underbrace{(p \times q) \times (p \times q) \times \dots \times (p \times q)}_{m \text{ faktor}} \\ &= \underbrace{(p \times p \times \dots \times p)}_{m \text{ faktor}} \times \underbrace{(q \times q \times \dots \times q)}_{m \text{ faktor}} \\ &= p^m \times q^m.\end{aligned}$$

$$(p \times q)^m = p^m \times q^m$$



Diskusi

(Berpikir kritis)

Diskusikan dengan temanmu. Tunjukkan berlakunya sifat $(p : q)^m = p^m : q^m$ dengan p, q bilangan bulat dan m bilangan bulat positif.





Contoh

Sederhanakan bentuk pangkat berikut.

a. $4^4 \times 4^2 : 4^3$

b. $8^4 \times 4^2 : 2^9$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{a. } 4^4 \times 4^2 : 4^3 &= (4^4 \times 4^2) : 4^3 \\ &= 4^{4+2} : 4^3 \\ &= 4^6 : 4^3 \\ &= 4^{6-3} \\ &= 4^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } 8^4 \times 4^2 : 2^9 &= (8^4 \times 4^2) : 2^9 \\ &= ((2^3)^4 \times (2^2)^2) : 2^9 \\ &= (2^{12} \times 2^4) : 2^9 \\ &= 2^{12+4} : 2^9 \\ &= 2^{16} : 2^9 \\ &= 2^{16-9} = 2^7 \end{aligned}$$



UJI Kompetensi 13

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Tentukan hasilnya.
 - 9^2
 - 11^3
 - -6^3
 - $(-13)^2$
 - $(-4)^3$
 - $2^3 \times 2^4$
 - $(-5)^2 \times (-5)^3$
 - $((-3)^2)^3$
 - $(-2)^2$
 - $-(3 \times (-5))^2$
- Sederhanakan bentuk pangkat berikut.
 - $4^5 \times 4^3$
 - $-6^9 : 6^4$
 - $5 \times (-5)^4 \times 5^8$
 - $8^9 : 8^3 : 8^2$
 - $x^7 : x^3 \times x^6$
 - $y^5 \times y^8 : y$
 - $((-3)^5)^4$
 - $((-2)^5 \times (-2^3))^2$
 - $(4^6 : 4^3)^4$
 - $(-z^3)^5 \times (-z^2)^4$
- Dengan menggunakan sifat perpangkatan suatu perkalian atau pembagian bilangan bulat, sederhanakan bentuk pangkat berikut.
 - $(3 \times 4)^5$
 - $(6 : 2)^4$
 - $((-2)^2 \times 3^3)^2$
 - $(4 \times 2)^3 : 3^4$
 - $(-4 : 2)^2 \times 4^2$
- Tentukan bentuk berikut ke dalam bilangan berpangkat dengan bilangan pokok 2.
 - $4 \times 32 \times 64$
 - $(128 \times 2^3 \times 2^2) : (256 \times 2^2 \times 2)$
 - $256 : 2^3 : (-2)^2$
 - $16 \times 64 : 32$

3. Kuadrat dan Akar Kuadrat serta Pangkat Tiga dan Akar Pangkat Tiga

a. Kuadrat dan akar kuadrat bilangan bulat

Kalian telah mengetahui bahwa $a^2 = a \times a$ di mana a^2 dibaca *a kuadrat* atau *a pangkat dua*.

Jika $a = 2$ maka $a^2 = 2 \times 2 = 4$. Hal ini dapat ditulis

$$\sqrt{a^2} = \sqrt{4} = 2.$$

$\sqrt{4}$ dibaca *akar pangkat dua dari 4* atau *akar kuadrat dari 4*.

Secara umum dapat dituliskan sebagai berikut.

$$a^2 = b \text{ sama artinya dengan } \sqrt{b} = a.$$



Diskusi

(Berpikir kritis)

Diskusikan dengan temanmu.

Misalkan $a^2 = b$.

Buktikan bahwa

$$a = \sqrt{b} \text{ atau } a = -\sqrt{b}.$$



Contoh

Tentukan nilai berikut ini.

- $\sqrt{16}$
- $\sqrt{169}$
- $(-25)^2$
- $\sqrt{1.225}$

Penyelesaian:

- $\sqrt{16} = 4$, karena $4^2 = 4 \times 4 = 16$
- $\sqrt{169} = 13$, karena $13^2 = 13 \times 13 = 169$
- $(-25)^2 = (-25) \times (-25) = 625$
- Untuk mengetahui nilai $\sqrt{1.225}$, tentukan letak bilangan 1.225 terlebih dahulu. Bilangan 1.225 terletak di antara $30^2 = 900$ dan $40^2 = 1.600$. Jadi, $\sqrt{1.225}$ terletak di antara nilai 30 dan 40. Bilangan bulat antara 30 dan 40 yang kuadratnya bersatuan 5 adalah 35. Jadi, $\sqrt{1.225} = 35$, karena $35^2 = 35 \times 35 = 1.225$.

b. Pangkat tiga dan akar pangkat tiga

Di bagian depan telah dijelaskan bahwa operasi perpangkatan merupakan perkalian berulang dengan unsur yang sama. Hal ini juga berlaku pada bilangan berpangkat tiga.

$$a^3 = a \times a \times a$$

Bentuk a^3 disebut *pangkat tiga dari a*. Jika $a = 2$ maka $a^3 = 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$. Hal ini dapat ditulis pula bahwa $\sqrt[3]{8} = 2$ dan dibaca *akar pangkat tiga dari 8 = 2*.

$$a^3 = b \text{ sama artinya dengan } \sqrt[3]{b} = a$$



Soal Tantangan

Tentukan nilai dari akar berikut.

- $\sqrt{75} \times \sqrt{45}$
- $5\sqrt[3]{9} \times 3\sqrt[3]{81}$
- $\sqrt[2]{\sqrt[3]{729}}$
- $\frac{6a}{2b} \times \sqrt[3]{\frac{a^5 b^4}{a^2 b}}$
- $\frac{3x}{y} \times \frac{\sqrt[3]{x^3}}{x^2} \times \frac{y}{2\sqrt{y^4}}$



Contoh

Tentukan nilai berikut ini.

1. $\sqrt[3]{64}$
2. $\sqrt[3]{-216}$
3. $(-9)^3$
4. $\sqrt[3]{3.375}$

Penyelesaian:

1. $\sqrt[3]{64} = 4$, karena $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$
2. $\sqrt[3]{-216} = -6$, karena $(-6)^3 = (-6) \times (-6) \times (-6) = -216$
3. $(-9)^3 = (-9) \times (-9) \times (-9) = -729$
4. Untuk mengetahui nilai dari $\sqrt[3]{3.375}$, tentukan letak bilangan 3.375 terlebih dahulu. Bilangan 3.375 terletak di antara bilangan $10^3 = 1.000$ dan $20^3 = 8.000$. Bilangan bulat antara 10 dan 20 yang nilai pangkat tiganya bersatuan 5 adalah 15. Karena $15^3 = 15 \times 15 \times 15 = 3.375$ maka $\sqrt[3]{3.375} = 15$.



Diskusi

(Berpikir kritis)

Berdasarkan contoh di atas, simpulkan mengenai pangkat tiga suatu bilangan bulat negatif. Bandingkan dengan kesimpulan berikut.

Hasil pangkat tiga bilangan bulat negatif adalah bilangan bulat negatif pula. Apakah kamu berkesimpulan sama? Diskusikan dengan temanmu.



Uji Kompetensi 14

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Tentukan nilai akar berikut.
 - a. $\sqrt{36}$
 - b. $\sqrt{64}$
 - c. $\sqrt{81}$
 - d. $\sqrt{529}$
 - e. $\sqrt{1.156}$
 - f. $\sqrt{7.921}$
 - g. $\sqrt[3]{64}$
 - h. $\sqrt[3]{125}$
 - i. $\sqrt[3]{512}$
 - j. $\sqrt[3]{1.000}$
 - k. $\sqrt[3]{1.728}$
 - l. $\sqrt[3]{3.375}$
2. Tentukan nilai akar kuadrat berikut.
 - a. $\sqrt{(-8-7)^2 + (11-3)^2}$
 - b. $\sqrt{(5-(-4))^2 + (-10-2)^2}$
 - c. $\sqrt{(10-12)^2 + (-9-(-4))^2}$
 - d. $\sqrt{(-3-4)^2 + (-19-5)^2}$

3. Hitunglah nilai berikut ini.

a. $\sqrt[3]{x^3 \times y^6 \times z^0}$

b. $\sqrt[3]{(x^2y)^3} : \sqrt{(xy^2)^2}$

c. $(3\sqrt[3]{x^3y^6}) \times (\sqrt{x^2y^4})$

d. $-\frac{x}{2y} \times \sqrt[3]{x^3y^3} : \sqrt{x^2y^2}$



F. OPERASI HITUNG CAMPURAN PADA BILANGAN BULAT

Dalam menyelesaikan operasi hitung bilangan bulat, terdapat dua hal yang perlu kalian perhatikan, yaitu

1. tanda operasi hitung;
2. tanda kurung.

Apabila dalam suatu operasi hitung campuran bilangan bulat terdapat tanda kurung, pengerjaan yang berada dalam tanda kurung harus dikerjakan terlebih dahulu.

Apabila dalam suatu operasi hitung bilangan bulat tidak terdapat tanda kurung, pengerjaannya berdasarkan sifat-sifat operasi hitung berikut.

1. Operasi penjumlahan (+) dan pengurangan (-) *sama kuat*, artinya operasi yang terletak di sebelah kiri dikerjakan terlebih dahulu.
2. Operasi perkalian (\times) dan pembagian ($:$) *sama kuat*, artinya operasi yang terletak di sebelah kiri dikerjakan terlebih dahulu.
3. Operasi perkalian (\times) dan pembagian ($:$) *lebih kuat* daripada operasi penjumlahan (+) dan pengurangan (-), artinya operasi perkalian (\times) dan pembagian ($:$) dikerjakan terlebih dahulu daripada operasi penjumlahan (+) dan pengurangan (-).



Contoh

Tentukan hasil dari operasi hitung berikut ini.

- a. $24 + 56 \times 42 - 384 : 12$
- b. $28 \times (364 + 2.875) : (9.756 - 9.742)$
- c. $80 : ((11 - 7) \times (-4))$
- d. $(-8 + 5) \times (36 : (6 - 9))$

Penyelesaian:

a. $24 + 56 \times 42 - 384 : 12$
 $= 24 + (56 \times 42) - (384 : 12)$
 $= 24 + 2.352 - 32$
 $= 2.376 - 32$
 $= 2.344$

b. $28 \times (364 + 2.875) : (9.756 - 9.742)$
 $= 28 \times 3.239 : 14$
 $= 90.692 : 14 = 6.478$



$$\begin{aligned} \text{c. } & 80 : ((11 - 7) \times (-4)) \\ & = 80 : (4 \times (-4)) \\ & = 80 : (-16) \\ & = -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } & (-8 + 5) \times (36 : (6 - 9)) \\ & = -3 \times (36 : (-3)) \\ & = -3 \times (-12) \\ & = 36 \end{aligned}$$



Uji Kompetensi 15

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

Tentukan nilai dari operasi hitung berikut.

1. $45 + 56 \times 48 - 216 : 9$

2. $15.762 : 37 - 512 + 96 \times 72$

3. $19 \times 27 + 5.205 : 15 - 269$

4. $(-9) - 6 \times (-72) : 16 - 20$

5. $(8.742 - 9.756) \times 36 : (4.356 - 4.360)$

6. $168 : ((17 - 24) \times (-19 + 15))$

7. $24 \times (240 : ((-36 + 40) \times (-23 + 17)))$

8. $360 : (15 + ((27 - 32) \times (-9 + 16)))$

9. $420 : (-7) + 70 - 30 \times (-8) + 15$

10. $13 \times (140 : (-7)) + (-2) \times 19$



G. PENGGUNAAN OPERASI HITUNG BILANGAN BULAT UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH



Contoh

1. Pada percobaan fisika, seorang siswa melakukan pengukuran suhu pada sebungkah es. Suhu es tersebut mula-mula -5°C . Setelah dipanaskan, es berubah menjadi air yang bersuhu 3°C . Berapa kenaikan suhu es tersebut hingga menjadi air?

Penyelesaian:

Suhu es mula-mula adalah -5°C . Setelah dipanaskan, es berubah menjadi air yang bersuhu 3°C . Artinya, suhu es mengalami kenaikan, yaitu selisih suhu terakhir dengan suhu mula-mula. Misalkan kenaikan suhu es tersebut = t , maka kondisi ini dapat dituliskan sebagai $t = 3 - (-5) = 8$. Jadi, suhu es naik 8°C hingga berubah menjadi air.

2. Dalam suatu tes, penilaian didasarkan bahwa jawaban benar diberikan nilai 2, jawaban salah diberikan nilai -1 , dan untuk soal yang tidak dijawab diberikan nilai 0. Dari 30 soal, seorang siswa menjawab 25 soal dan 19 diantaranya dijawab dengan benar. Berapakah nilai yang diperoleh siswa tersebut?

Penyelesaian:

Dari 30 soal, 25 soal dijawab dengan 19 di antaranya benar. Artinya, siswa tersebut menjawab 25 soal, 19 soal dijawab benar dan 6 soal dijawab salah. Dengan demikian, ada 5 soal yang tidak dijawab siswa.

Jadi, nilai yang diperoleh siswa tersebut adalah

$$\begin{aligned} &= (\text{jawaban benar} \times 2) + (\text{jawaban salah} \times (-1)) + (\text{tidak dijawab} \times 0) \\ &= (19 \times 2) + (6 \times (-1)) + (5 \times 0) \\ &= 38 + (-6) + 0 \\ &= 38 - 6 \\ &= 32 \end{aligned}$$



Uji Kompetensi 16

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Sebuah kantor berlantai 20 mempunyai 3 lantai berada di bawah tanah. Seorang karyawan mula-mula berada di lantai 2 kantor itu. Karena ada suatu keperluan, ia turun 4 lantai, kemudian naik 6 lantai. Di lantai berapakah karyawan itu sekarang berada?
2. Dalam suatu ujian, penilaian ditentukan dengan ketentuan sebagai berikut.
 - Jawaban benar diberikan nilai 3.
 - Jawaban salah diberikan nilai -1 .
 - Untuk soal yang tidak dijawab diberikan nilai 0.
3. Jumlah tiga bilangan bulat berurutan diketahui -12 . Tentukan bilangan-bilangan itu.
4. Dalam suatu permainan ditentukan nilai tertinggi adalah 100, dan dalam permainan tersebut dimungkinkan seorang pemain memperoleh nilai negatif. Untuk 6 kali bermain seorang pemain memperoleh nilai berturut-turut $-75, 80, -40, 50, 90$, dan -35 . Hitunglah jumlah nilai pemain tersebut.



Tugas Mandiri

(Menumbuhkan kreativitas)

Amatilah masalah/kejadian di lingkungan sekitarmu. Tuliskan masalah yang berkaitan dengan penggunaan operasi hitung bilangan bulat, kemudian selesaikanlah. Hasilnya, tuliskan dalam bentuk laporan dan kumpulkan kepada gurumu.





1. Bilangan bulat terdiri dari bilangan bulat negatif, nol, dan bilangan bulat positif.
2. Sifat-sifat penjumlahan pada bilangan bulat.
 - a. Sifat tertutup
Untuk setiap bilangan bulat a dan b , berlaku $a + b = c$ dengan c juga bilangan bulat.
 - b. Sifat komutatif
Untuk setiap bilangan bulat a dan b , selalu berlaku $a + b = b + a$.
 - c. Sifat asosiatif
Untuk setiap bilangan bulat a , b , dan c selalu berlaku $(a + b) + c = a + (b + c)$.
 - d. Mempunyai unsur identitas
Untuk sebarang bilangan bulat a , selalu berlaku $a + 0 = 0 + a$. Bilangan nol (0) merupakan unsur identitas pada penjumlahan.
 - e. Mempunyai invers
Untuk setiap bilangan bulat a , selalu berlaku $a + (-a) = (-a) + a = 0$. Invers dari a adalah $-a$, sedangkan invers dari $-a$ adalah a .
3. Jika a dan b bilangan bulat maka berlaku $a - b = a + (-b)$.
4. Operasi pengurangan pada bilangan bulat berlaku sifat tertutup.
5. Jika n adalah sebarang bilangan bulat positif maka
$$n \times a = \underbrace{a + a + \dots + a}_{\text{sebanyak } n \text{ suku}}$$
6. Jika p dan q bilangan bulat maka
 - a. $p \times q = pq$;
 - b. $(-p) \times q = -(p \times q) = -pq$;
 - c. $p \times (-q) = -(p \times q) = -pq$;
 - d. $(-p) \times (-q) = p \times q = pq$.
7. Untuk setiap p , q , dan r bilangan bulat berlaku sifat
 - a. tertutup terhadap operasi perkalian;
 - b. komutatif: $p \times q = q \times p$;
 - c. asosiatif: $(p \times q) \times r = p \times (q \times r)$;
 - d. distributif perkalian terhadap penjumlahan:
 $p \times (q + r) = (p \times q) + (p \times r)$;
 - e. distributif perkalian terhadap pengurangan:
 $p \times (q - r) = (p \times q) - (p \times r)$.

8. Unsur identitas pada perkalian adalah 1, sehingga untuk setiap bilangan bulat p berlaku $p \times 1 = 1 \times p = p$.
9. Pembagian merupakan operasi kebalikan dari perkalian.
10. Pada operasi pembagian bilangan bulat tidak bersifat tertutup.
11. $a^2 = b$ sama artinya dengan $\sqrt{b} = a$.
12. $a^3 = b$ sama artinya dengan $\sqrt[3]{b} = a$.
13. Apabila dalam suatu operasi hitung campuran bilangan bulat tidak terdapat tanda kurung, pengerjaannya berdasarkan sifat-sifat operasi hitung berikut.
 - a. Operasi penjumlahan (+) dan pengurangan (–) *sama kuat*, artinya operasi yang terletak di sebelah kiri dikerjakan terlebih dahulu.
 - b. Operasi perkalian (\times) dan pembagian ($:$) *sama kuat*, artinya operasi yang terletak di sebelah kiri dikerjakan terlebih dahulu.
 - c. Operasi perkalian (\times) dan pembagian ($:$) *lebih kuat* daripada operasi penjumlahan (+) dan pengurangan (–), artinya operasi perkalian (\times) dan pembagian ($:$) dikerjakan terlebih dahulu daripada operasi penjumlahan (+) dan pengurangan (–).



Refleksi

Setelah mempelajari mengenai *Bilangan Bulat*, coba rangkum materi yang telah kamu pahami. Jika ada materi yang belum kamu pahami, catat dan tanyakan pada temanmu yang lebih tahu atau kepada gurumu. Catat pula manfaat yang kamu peroleh dari materi ini. Berikan contoh penggunaan bilangan bulat dalam kehidupan sehari-hari beserta penyelesaiannya. Hasilnya kemukakan secara singkat di depan kelas.



Evaluasi 1

Kerjakan di buku tugasmu.

A. Pilihlah salah satu jawaban yang tepat.

1. Suhu sebungkah es mula-mula 5°C . Dua jam kemudian suhunya turun 7°C . Suhu es itu sekarang adalah

| | |
|--------------------------|--------------------------|
| a. -12°C | c. 2°C |
| b. -2°C | d. -12°C |
2. Jika x lebih besar dari 1 dan kurang dari 4 maka penulisan yang tepat adalah

| | |
|----------------|----------------|
| a. $x > 1 > 4$ | c. $1 > x > 4$ |
| b. $x < 1 < 4$ | d. $1 < x < 4$ |



3. Pernyataan berikut yang benar adalah
- $17 - (-13) - 4 = 0$
 - $-25 - (-8) - 17 = -34$
 - $-18 + (-2) + 13 = 7$
 - $12 + (-7) - 6 = 1$
4. Jika $p = -1$, $q = -4$, dan $r = 2$, nilai dari $\frac{pq}{r}$ adalah
- 1
 - 2
 - 1
 - 2
5. Nilai dari $(6 : 3)^2 \times 2^3$ adalah
- 22
 - 23
 - 32
 - 33
6. Bentuk sederhana dari $(3 \times 4)^3 \times (2 \times 5 \times 7)^2 : (2 \times 5 \times 6)^2$ adalah
- $2^2 \times 3 \times 7^2$
 - $2 \times 3^2 \times 7^2$
 - $2 \times 3^2 \times 7^3$
 - $2^4 \times 3 \times 7^2$
7. Nilai dari $\sqrt[3]{2^6 \times 3^3 \times 7^0}$ adalah
- 6
 - 12
 - 15
 - 20
8. KPK dan FPB dari 72 dan 120 berturut-turut adalah
- 40 dan 24
 - 360 dan 24
 - 360 dan 40
 - 240 dan 360
9. Nilai dari $35 + 14 \times 8 - 34 : 17$ adalah
- 145
 - 245
 - 246
 - 345
10. Nilai dari $-3 \times (15 + (-52)) = \dots$
- 97
 - 111
 - 111
 - 201

B. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan singkat dan tepat.

- Suhu suatu kamar diketahui 15°C . Kemudian turun $t^\circ\text{C}$, sehingga suhunya sekarang menjadi 13°C . Hitunglah nilai t .
 - $-10 - 5 - 3$
 - $35 - (-9)$
 - $-18 - 41 - (-24)$
 - $36 - 45 - (-16)$
- Gunakan garis bilangan untuk menghitung nilai dari
 - $4 + (-6)$
 - $-2 + (-3)$
 - $9 + (-5) + (-4)$
 - $-6 - 3$
 - $(-4) + 2 + (-1)$
- Nyatakan operasi pengurangan berikut ke dalam operasi penjumlahan, kemudian tentukan nilainya.
 - $2 - 13$
 - $9 - 3$
 - $4 - (-7)$
 - $6 - (-2)$
- Tentukan nilai operasi hitung berikut.
 - $5 \times [(-3) + (-12)]$
 - $[(-20) + 11 - 5] \times (-2)$
 - $(-35) : 7 \quad (-3)$
 - $12 \times (-2) : 4 + (-5)$
- Hitunglah nilainya.
 - $5^3 \times 5^2 : 5^4$
 - $(2^2 \times 3^2)^2 : 2^3$
 - $(3\sqrt{16})(2\sqrt{36})$
 - $\frac{2x}{y} \times \sqrt[3]{x^3y^6} : \sqrt{(xy)^2}$

BAB 2 PECAHAN



Sumber: *Jendela Iptek*, 2001

Sebuah gelas jika terkena getaran dapat pecah berkeping-keping. Bagian pecahannya lebih kecil daripada ketika gelas masih utuh. Menurut kalian, samakah jumlah seluruh pecahan gelas dengan satu gelas utuh?

Tujuan pembelajaranmu pada bab ini adalah:

- ❖ dapat memberikan contoh berbagai bentuk dan jenis bilangan pecahan: biasa, campuran, desimal, persen, dan permil;
- ❖ dapat mengubah bentuk pecahan ke bentuk pecahan yang lain;
- ❖ dapat menyelesaikan operasi hitung tambah, kurang, kali, dan bagi bilangan pecahan;
- ❖ dapat menggunakan sifat-sifat operasi hitung tambah, kurang, kali atau bagi dengan melibatkan pecahan serta mengaitkannya dalam kejadian sehari-hari.

Kata-Kata Kunci:

- ❖ jenis pecahan
- ❖ bentuk pecahan
- ❖ penjumlahan pecahan
- ❖ pengurangan pecahan
- ❖ perkalian pecahan
- ❖ pembagian pecahan

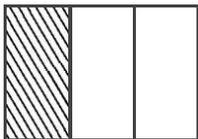


(Berpikir kritis)

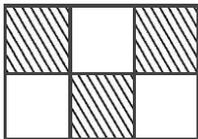
1. Letakkan pecahan $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, dan $\frac{3}{4}$ pada garis bilangan.
2. Tentukan dua pecahan yang senilai dengan $\frac{1}{4}$.
3. Nyatakan bilangan 32 dan 56 dengan faktorisasi prima, kemudian tentukan KPK dan FPB-nya.



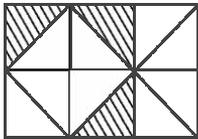
Gambar 2.1



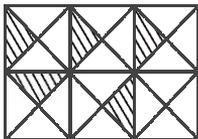
(a)



(b)



(c)



(d)

Gambar 2.2

Di tingkat sekolah dasar kalian telah mempelajari mengenai bilangan pecahan. Pada bagian ini, kita akan mengulangi dan memperdalam kembali materi tersebut. Pada bab sebelumnya kalian juga telah mempelajari mengenai bilangan bulat, sifat-sifat operasi hitung pada bilangan bulat serta KPK dan FPB dari dua bilangan atau lebih. Pelajari kembali materi tersebut agar kalian dapat memahami materi pada bab ini dengan baik. Pahami konsep materi ini dengan baik, karena akan sangat bermanfaat untuk mempelajari konsep aljabar dalam bentuk pecahan. Hal ini akan kalian temui pada bab selanjutnya.



A. BILANGAN PECAHAN

1. Pengertian Bilangan Pecahan

Ibu mempunyai 20 buah jeruk yang akan dibagikan pada 3 orang anak. Adi memperoleh 4 buah jeruk, Fitri memperoleh 5 buah jeruk, dan Ketut memperoleh 10 buah jeruk. Adapun sisanya disimpan oleh Ibu. Dalam hal ini, Adi memperoleh $\frac{4}{20}$ bagian jeruk,

Fitri memperoleh $\frac{5}{20}$ bagian jeruk, dan Ketut memperoleh $\frac{10}{20}$

bagian jeruk. Apakah menurutmu sisa yang disimpan oleh Ibu $\frac{1}{20}$ bagian jeruk?

Bilangan-bilangan $\frac{4}{20}$, $\frac{5}{20}$, $\frac{10}{20}$, dan $\frac{1}{20}$ yang merupakan

banyak buah jeruk dibandingkan jumlah keseluruhan buah jeruk disebut bilangan pecahan. Bilangan-bilangan pecahan sering disebut sebagai *pecahan* saja. Pada pecahan-pecahan tersebut, angka-angka 4, 5, 10, dan 1 disebut *pembilang*, sedangkan angka 20 disebut *penyebut*.

Dari uraian di atas, dapat dikatakan bahwa *pecahan merupakan bagian dari keseluruhan*.

Sekarang perhatikan Gambar 2.2 di samping.

Luas daerah arsiran pada Gambar 2.2 (a) menunjukkan pecahan $\frac{1}{3}$. Luas daerah arsiran pada Gambar 2.2 (b) menunjukkan pecahan $\frac{3}{4}$. Adapun luas daerah arsiran pada Gambar 2.2 (c) dan

(d) berturut-turut menunjukkan pecahan $\frac{3}{6}$ dan $\frac{5}{12}$.

Berdasarkan uraian di atas, dapat disimpulkan sebagai berikut.

Bilangan pecahan adalah bilangan yang dapat dinyatakan sebagai $\frac{p}{q}$, dengan p, q bilangan bulat dan $q \neq 0$. Bilangan p disebut *pembilang* dan bilangan q disebut *penyebut*.

2. Pecahan Senilai

Perhatikan Gambar 2.3 di samping.

Luas daerah yang diarsir pada Gambar 2.3 (a) menunjukkan $\frac{1}{4}$ dari luas lingkaran. Luas daerah yang diarsir pada Gambar 2.3 (b) menunjukkan $\frac{2}{8}$ dari luas lingkaran. Luas daerah yang diarsir pada Gambar 2.3 (c) menunjukkan $\frac{3}{12}$ dari luas lingkaran.

Dari ketiga gambar tersebut, tampak bahwa daerah yang diarsir memiliki luas yang sama. Hal ini berarti $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12}$.

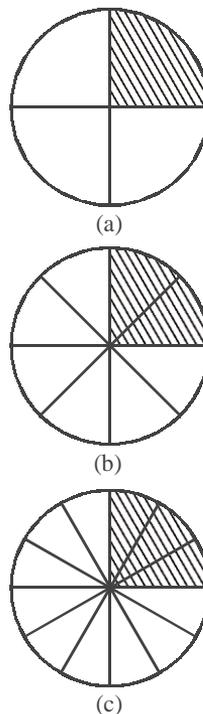
Selanjutnya, pecahan-pecahan $\frac{1}{4}, \frac{2}{8},$ dan $\frac{3}{12}$ dikatakan sebagai *pecahan-pecahan senilai*.

Pecahan senilai adalah pecahan-pecahan yang bernilai sama.

Untuk memperoleh pecahan yang senilai, pelajari uraian berikut.

| | |
|--|---|
| $\frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$ | $\frac{2}{6} = \frac{2 : 2}{6 : 2} = \frac{1}{3}$ |
| $\frac{1}{3} = \frac{1 \times 3}{3 \times 3} = \frac{3}{9}$ | $\frac{3}{9} = \frac{3 : 3}{9 : 3} = \frac{1}{3}$ |
| $\frac{1}{3} = \frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{4}{12}$ | $\frac{4}{12} = \frac{4 : 4}{12 : 4} = \frac{1}{3}$ |
| $\frac{1}{3} = \frac{1 \times 5}{3 \times 5} = \frac{5}{15}$ | $\frac{5}{15} = \frac{5 : 5}{15 : 5} = \frac{1}{3}$ |

Pecahan-pecahan $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12},$ dan $\frac{5}{15}$ di atas mempunyai nilai yang sama, sehingga dapat ditulis $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{5}{15}$.



Gambar 2.3

Tugas Mandiri

(Menumbuhkan kreativitas)

Dengan mengalikan pembilang dan penyebut dengan bilangan yang sama, tentukan lima pecahan yang senilai dengan $\frac{2}{5}$.

Dari uraian di atas, tampak bahwa untuk memperoleh pecahan-pecahan yang senilai dapat dilakukan *dengan mengalikan atau membagi pembilang dan penyebutnya dengan bilangan yang sama*.

Secara umum dapat dituliskan sebagai berikut.

Jika diketahui pecahan $\frac{p}{q}$ dengan $p, q \neq 0$ maka berlaku

$\frac{p}{q} = \frac{p \times a}{q \times a}$ atau $\frac{p}{q} = \frac{p : b}{q : b}$, di mana a, b konstanta positif bukan nol.



Contoh

Tentukan dua pecahan yang senilai dengan pecahan berikut.

a. $\frac{2}{3}$

b. $\frac{28}{42}$

Penyelesaian:

a. $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$
 $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$

Jadi, dua pecahan yang senilai dengan $\frac{2}{3}$ adalah

$\frac{4}{6}$ dan $\frac{10}{15}$.

b. $\frac{28}{42} = \frac{28 : 2}{42 : 2} = \frac{14}{21}$
 $\frac{28}{42} = \frac{28 : 14}{42 : 14} = \frac{2}{3}$

Jadi, dua pecahan yang senilai dengan $\frac{28}{42}$ adalah

$\frac{14}{21}$ dan $\frac{2}{3}$.

3. Menyederhanakan Pecahan

Kalian telah mengetahui cara menentukan pecahan senilai, yaitu dengan mengalikan atau membagi pembilang dan penyebutnya dengan bilangan yang sama, kecuali nol (0).

Sekarang, perhatikan cara menemukan pecahan-pecahan senilai berikut.

$$\frac{24}{36} = \frac{24:2}{36:2} = \frac{12}{18}$$

$$\frac{24}{36} = \frac{24:3}{36:3} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{24}{36} = \frac{24:6}{36:6} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{24}{36} = \frac{24:12}{36:12} = \frac{2}{3}$$

Pecahan $\frac{2}{3}$ pada pengerjaan di atas tidak dapat dibagi lagi

dengan bilangan lain selain nol. Dalam hal ini, pecahan $\frac{2}{3}$

merupakan bentuk *paling sederhana* dari $\frac{24}{36}$.

Untuk memperoleh bentuk paling sederhana, pecahan $\frac{24}{36}$ harus dibagi dengan bilangan 12. Coba cek apakah 12 adalah FPB dari bilangan 24 dan 36?

Suatu pecahan $\frac{p}{q}$, $q \neq 0$ dapat disederhanakan dengan cara membagi pembilang dan penyebut pecahan tersebut dengan FPB-nya. Hal ini dapat ditulis sebagai berikut.

Dalam menyederhanakan sebarang pecahan $\frac{p}{q}$, $q \neq 0$, berlaku

$$\frac{p}{q} = \frac{p : a}{q : a}, \text{ di mana } a \text{ Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dari } p \text{ dan } q.$$



(Berpikir kritis)
Temukan bentuk paling sederhana dari pecahan $\frac{36}{48}$.



Contoh

Nyatakan pecahan $\frac{18}{45}$ dalam bentuk pecahan paling sederhana.

Penyelesaian:

FPB dari 18 dan 45 adalah 9.

$$\frac{18}{45} = \frac{18:9}{45:9} = \frac{2}{5}$$

Jadi, bentuk pecahan paling sederhana dari $\frac{18}{45}$ adalah

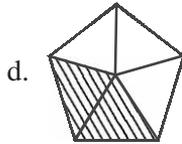
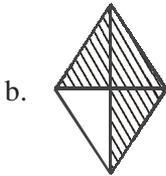
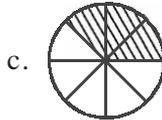
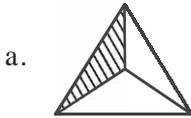
$$\frac{2}{5}$$





Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Nyatakan bentuk pecahan yang ditunjukkan oleh daerah yang diarsir pada gambar berikut.



2. Nyatakan pecahan berikut dalam bentuk gambar.

a. $\frac{5}{6}$

d. $\frac{7}{12}$

b. $\frac{3}{7}$

e. $\frac{7}{8}$

c. $\frac{2}{9}$

f. $\frac{9}{16}$

3. Sebutkan dua pecahan yang senilai dengan pecahan berikut.

a. $\frac{3}{4}$

c. $\frac{4}{9}$

b. $-\frac{2}{5}$

d. $-\frac{5}{8}$

4. Nyatakan pecahan-pecahan berikut dalam bentuk yang paling sederhana.

a. $\frac{5}{30}$

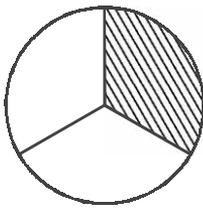
c. $\frac{28}{49}$

b. $-\frac{48}{72}$

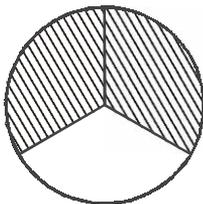
d. $\frac{75}{145}$

4. Menyatakan Hubungan Antara Dua Pecahan

Perhatikan Gambar 2.4 di samping.



(a)



(b)

Gambar 2.4

Luas daerah arsiran pada Gambar 2.4 (a) menunjukkan $\frac{1}{3}$ dari luas keseluruhan. Adapun luas daerah arsiran pada Gambar 2.4 (b) menunjukkan $\frac{2}{3}$ dari luas keseluruhan. Tampak bahwa luas arsiran pada Gambar 2.4 (b) lebih besar dari luas arsiran pada Gambar 2.4 (a) atau dapat ditulis $\frac{2}{3} > \frac{1}{3}$ atau $\frac{1}{3} < \frac{2}{3}$.

Dari uraian di atas dapat dikatakan bahwa untuk menyatakan hubungan dua pecahan, bandingkan pembilangnya, jika penyebut kedua pecahan sama. Adapun jika penyebut kedua pecahan berbeda, untuk membandingkan pecahan tersebut, samakan terlebih dahulu penyebut kedua pecahan (dengan menentukan KPK dari penyebut kedua pecahan), kemudian bandingkan pembilangnya.



Contoh

Berilah tanda $>$ atau $<$ untuk setiap pernyataan berikut sehingga menjadi pernyataan yang benar.

a. $\frac{3}{4} \dots \frac{2}{3}$

b. $\frac{5}{9} \dots \frac{7}{12}$

Penyelesaian:

a. $\left. \begin{array}{l} \frac{3}{4} = \frac{9}{12} \\ \frac{2}{3} = \frac{8}{12} \end{array} \right\} \text{ (KPK dari 4 dan 3 adalah 12)}$

Karena $\frac{9}{12} > \frac{8}{12}$ maka $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$ atau $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$.

b. $\left. \begin{array}{l} \frac{5}{9} = \frac{20}{36} \\ \frac{7}{12} = \frac{21}{36} \end{array} \right\} \text{ (KPK dari 9 dan 12 adalah 36)}$

Karena $\frac{20}{36} < \frac{21}{36}$ maka $\frac{5}{9} < \frac{7}{12}$ atau $\frac{7}{12} > \frac{5}{9}$.

Coba cek penyelesaian pada contoh di atas dengan menggunakan gambar. Apakah hasilnya sama?

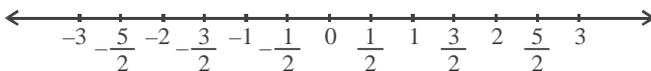
5. Menentukan Letak Pecahan pada Garis Bilangan

Pada bab sebelumnya kalian telah mempelajari letak bilangan bulat pada garis bilangan. Coba kalian ingat kembali garis bilangan pada bilangan bulat.



Gambar 2.5

Pada garis bilangan, bilangan pecahan terletak di antara dua bilangan bulat. Sebagai contoh, jika pada garis bilangan di atas, jarak antara dua bilangan bulat yang berdekatan kalian bagi dua maka garis bilangannya menjadi



Gambar 2.6

Adapun untuk letak pecahan yang lain, dapat kalian tentukan dengan membagi jarak antara dua bilangan bulat menurut besarnya penyebut.

Pada garis bilangan, pecahan yang lebih besar berada di sebelah kanan, sedangkan pecahan yang lebih kecil berada di sebelah kiri.



Diskusi

(Berpikir kritis)

Diskusikan dengan teman sebangkumu. Manakah yang lebih besar, pecahan

$-\frac{3}{4}$ atau $-\frac{1}{4}$?

Mengapa? Jelaskan jawabanmu dengan menggunakan garis bilangan.



Perhatikan Gambar 2.6.

Pada garis bilangan di atas, tampak terdapat pecahan negatif. Pecahan negatif adalah pecahan yang nilainya lebih kecil daripada nol. Pecahan negatif menggunakan tanda negatif, misalnya

$-\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{4}$, dan $-\frac{3}{5}$. Coba, letakkan pecahan $-\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{4}$, dan $-\frac{3}{5}$ pada garis bilangan.



Contoh

1. Susunlah pecahan

-1 , $\frac{2}{3}$, dan $\frac{1}{2}$ dalam

urutan naik, kemudian tentukan letaknya pada garis bilangan.

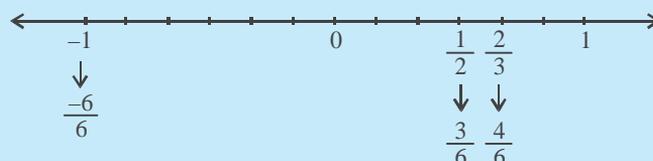
Penyelesaian:

Penyebut kedua pecahan belum sama, sehingga kita samakan dulu penyebutnya.

$$\left. \begin{array}{l} -1 = -\frac{6}{6} \\ \frac{2}{3} = \frac{4}{6} \\ \frac{1}{2} = \frac{3}{6} \end{array} \right\} \text{ KPK dari 1, 2, dan 3 adalah 6.}$$

Jadi, urutan naik pecahan -1 , $\frac{2}{3}$, dan $\frac{1}{2}$ adalah -1 , $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$.

Letak pada garis bilangan sebagai berikut.



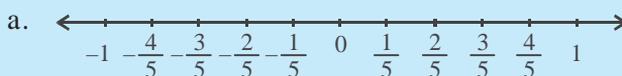
Gambar 2.7

2. Buatlah garis bilangan pecahan. Kemudian, bandingkan pecahan berikut dengan memberi tanda $<$ atau $>$.

a. $\frac{1}{5}$ dan $-\frac{2}{5}$

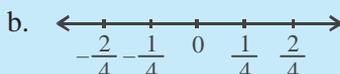
b. $-\frac{1}{4}$ dan $\frac{1}{4}$

Penyelesaian:



Gambar 2.8

Karena $\frac{1}{5}$ terletak di sebelah kanan $-\frac{2}{5}$, maka $\frac{1}{5} > -\frac{2}{5}$.



Gambar 2.9

Karena $-\frac{1}{4}$ terletak di sebelah kiri $\frac{1}{4}$, maka $-\frac{1}{4} < \frac{1}{4}$.



6. Menentukan Pecahan yang Nilainya di Antara Dua Pecahan

Misalkan, kita mempunyai pecahan $\frac{1}{6}$ dan $\frac{2}{6}$. Menurutmu, apakah ada bilangan pecahan yang terletak di antara pecahan $\frac{1}{6}$ dan $\frac{2}{6}$? Untuk menjawabnya, perhatikan bahwa $\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$ dan $\frac{2}{6} = \frac{4}{12}$. Kita peroleh bahwa $\frac{2}{12} < \frac{3}{12} < \frac{4}{12}$. Jadi, pecahan yang terletak di antara $\frac{1}{6}$ dan $\frac{2}{6}$ adalah $\frac{3}{12}$.

Coba cek hal ini dengan menggambarinya pada garis bilangan.

Di antara dua pecahan yang berbeda selalu dapat ditemukan pecahan yang nilainya di antara dua pecahan tersebut.

Untuk menentukan pecahan yang nilainya di antara dua pecahan, langkah-langkahnya sebagai berikut.

- Samakan penyebut dari kedua pecahan. Kemudian, tentukan nilai pecahan yang terletak di antara kedua pecahan tersebut.
- Ubahlah lagi penyebutnya, jika belum diperoleh pecahan yang dimaksud. Begitu seterusnya.



Contoh

Tentukan sebuah pecahan

yang terletak di antara $\frac{3}{5}$

dan $\frac{2}{3}$.

Penyelesaian:

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 3}{5 \times 3} = \frac{9}{15}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$$

Karena belum diperoleh pecahan yang dimaksud maka masing-masing penyebutnya diperbesar lagi sehingga diperoleh

$$\frac{9}{15} = \frac{9 \times 2}{15 \times 2} = \frac{18}{30}$$

$$\frac{10}{15} = \frac{10 \times 2}{15 \times 2} = \frac{20}{30}$$

Di antara pecahan $\frac{18}{30}$ dan $\frac{20}{30}$ terdapat pecahan $\frac{19}{30}$.

Jadi, pecahan yang terletak di antara $\frac{3}{5}$ dan $\frac{2}{3}$ adalah $\frac{19}{30}$.



Tugas Mandiri

(Menumbuhkan kreativitas)

Tentukan 4 buah pecahan yang terletak

di antara $\frac{2}{3}$ dan $\frac{3}{7}$.

Kemudian, ujitlah jawabanmu dengan meletakkan pecahan

$\frac{2}{3}$ dan $\frac{3}{7}$ pada garis bilangan.



Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Berilah tanda $<$, $>$, atau $=$ sehingga pernyataan berikut menjadi benar.
 - $\frac{4}{7} \dots \frac{5}{8}$
 - $\frac{5}{6} \dots \frac{7}{9}$
 - $\frac{7}{12} \dots \frac{3}{8}$
 - $\frac{4}{9} \dots \frac{3}{5}$
- Susunlah pecahan berikut dalam urutan turun, kemudian tentukan letaknya pada garis bilangan.
 - $\frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}$
 - $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}$
 - $\frac{1}{3}, \frac{5}{6}, \frac{4}{9}$
 - $\frac{4}{5}, \frac{7}{10}, \frac{13}{15}, \frac{5}{6}$
- Urutkan pecahan-pecahan berikut dari yang terkecil.
 - $\frac{5}{7}, \frac{1}{5}, \frac{3}{4}$
 - $\frac{2}{6}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}$
 - $\frac{3}{8}, \frac{5}{6}, \frac{1}{4}$
 - $\frac{3}{11}, \frac{3}{12}, \frac{5}{13}$
- Urutkan pecahan-pecahan berikut dari yang terbesar.
 - $-\frac{2}{7}, -\frac{5}{8}, -\frac{1}{3}$
 - $-\frac{1}{4}, -\frac{2}{5}, -\frac{2}{11}$
 - $-\frac{7}{8}, -\frac{5}{9}, -\frac{2}{3}$
 - $-\frac{9}{11}, -\frac{4}{5}$
- Sisipkan tepat tiga pecahan di antara pecahan berikut.
 - $\frac{1}{3}$ dan $\frac{3}{8}$
 - $\frac{5}{9}$ dan $\frac{3}{5}$
 - $\frac{2}{5}$ dan $\frac{3}{5}$
 - $\frac{1}{6}$ dan $\frac{2}{9}$
- Bandingkan pecahan-pecahan berikut dengan memberi tanda $<$ atau $>$.
 - $-\frac{2}{3} \dots -\frac{1}{2}$
 - $-\frac{1}{4} \dots -\frac{3}{5}$
 - $-\frac{2}{5} \dots -\frac{5}{7}$
 - $-\frac{9}{11} \dots -\frac{4}{5}$
- Tentukan sebuah pecahan yang terletak di antara kedua pecahan berikut.
 - $-\frac{1}{3}$ dan $-\frac{2}{3}$
 - $-\frac{1}{2}$ dan $-\frac{1}{4}$
 - $-\frac{4}{7}$ dan $-\frac{5}{7}$
 - $-\frac{5}{8}$ dan $-\frac{6}{8}$



B. PERBANDINGAN DAN BENTUK-BENTUK PECAHAN

1. Pecahan sebagai Perbandingan Bagian dari Keseluruhan

Telah kalian ketahui bahwa pecahan merupakan bagian dari keseluruhan. Apabila terdapat dua besaran yang dibandingkan, pecahan dikatakan sebagai perbandingan bagian dari keseluruhan. Perhatikan contoh berikut.



Contoh

Seorang anak memiliki 12 kelereng, yang terdiri atas 3 kelereng warna merah, 4 kelereng warna hijau, dan 5 kelereng warna biru.

- Tentukan perbandingan kelereng warna merah terhadap hijau.
- Tentukan perbandingan kelereng warna merah terhadap biru.
- Tentukan perbandingan kelereng warna hijau terhadap biru.

Penyelesaian:

- Perbandingan kelereng warna merah terhadap hijau

$$\text{adalah } \frac{3}{12} : \frac{4}{12} \text{ atau } \frac{1}{4} : \frac{1}{3}.$$

- Perbandingan kelereng warna merah terhadap biru

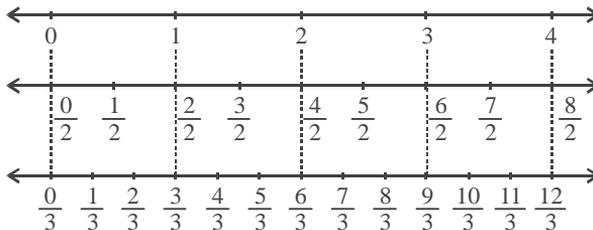
$$\text{adalah } \frac{3}{12} : \frac{5}{12}.$$

- Perbandingan kelereng warna hijau terhadap biru

$$\text{adalah } \frac{4}{12} : \frac{5}{12}.$$

2. Menyatakan Bilangan Bulat dalam Bentuk Pecahan

Perhatikan garis bilangan berikut.



Gambar 2.10

Dari Gambar 2.10 tersebut diperoleh

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{0}{2} = \frac{0}{3} & 3 &= \frac{6}{2} = \frac{9}{3} \\ 1 &= \frac{2}{2} = \frac{3}{3} & 4 &= \frac{8}{2} = \frac{12}{3} \\ 2 &= \frac{4}{2} = \frac{6}{3} \end{aligned}$$

Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan sebagai berikut.

Setiap bilangan bulat p , q dapat dinyatakan dalam bentuk

pecahan $\frac{p}{q}$, di mana p merupakan kelipatan dari q , $q \neq 0$.



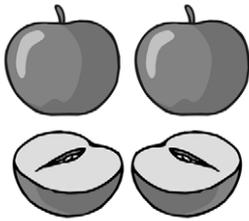


Uji Kompetensi 3

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Nyatakan perbandingan berikut ke bentuk paling sederhana.
 - $24 : 66$
 - $32 : 80$
 - $5 \text{ km} : 6.000 \text{ m}$
 - $1,5 \text{ kg} : 25 \text{ kw}$
- Uang saku Dono sebesar Rp5.000,00. Sebanyak $\frac{3}{5}$ bagian dari uang tersebut dibelikan alat tulis. Berapa sisa uang saku Dono sekarang?
- Tuliskan bilangan bulat dari pecahan-pecahan berikut.
 - $\frac{96}{8}$
 - $\frac{156}{3}$
 - $\frac{224}{4}$
 - $\frac{306}{34}$

3. Mengubah Pecahan Biasa Menjadi Pecahan Campuran dan Sebaliknya



Gambar 2.11

Ibu memiliki 3 buah apel yang akan dibagikan kepada 2 orang anaknya dengan sama besar. Bagian apel yang akan diperoleh tiap anak adalah satu apel dan setengah apel. Hal ini dapat

dinyatakan sebagai $3 : 2$ atau $1\frac{1}{2}$. Bentuk pecahan $1\frac{1}{2}$ merupakan

bentuk pecahan campuran. Pecahan campuran $1\frac{1}{2}$ terdiri atas

bilangan bulat 1 dan bilangan pecahan $\frac{1}{2}$.



Contoh

- Nyatakan pecahan berikut ke dalam pecahan campuran.

a. $\frac{35}{4}$

b. $\frac{75}{6}$

Penyelesaian:

a. *Cara 1*

$$\frac{35}{4} \Rightarrow 4 \overline{) \begin{array}{r} 8 \\ 35 \\ \underline{32} \\ 3 \end{array}}$$

Hasilnya, $35 : 4 = 8$ sisa 3

$$\frac{35}{4} = 8\frac{3}{4}$$

Cara 2

$$\begin{aligned} \frac{35}{4} &= \frac{32}{4} + \frac{3}{4} \\ &= 8 + \frac{3}{4} \\ &= 8\frac{3}{4} \end{aligned}$$

b. *Cara 1*

$$\frac{75}{6} \Rightarrow 6 \overline{) \frac{75}{60}} \\ \underline{60} \\ 15 \\ \underline{12} \\ 3$$

Hasilnya, $75 : 6 = 12$ sisa 3

$$\frac{75}{6} = 12 \frac{3}{6} = 12 \frac{1}{2}$$

Cara 2

$$\frac{75}{6} = \frac{72}{6} + \frac{3}{6} \\ = 12 + \frac{1}{2} \\ = 12 \frac{1}{2}$$

2. Ubahlah pecahan campuran berikut ke bentuk pecahan biasa.

a. $2\frac{5}{9}$

b. $-3\frac{7}{12}$

Penyelesaian:

a. *Cara 1*

$$2\frac{5}{9} = 2 + \frac{5}{9} \\ = \frac{18}{9} + \frac{5}{9} \\ = \frac{23}{9}$$

Cara 2

$$2\frac{5}{9} = \frac{2 \times 9 + 5}{9} \\ = \frac{18 + 5}{9} \\ = \frac{23}{9}$$

b. *Cara 1*

$$-3\frac{7}{12} = -3 + \left(-\frac{7}{12}\right) \\ = -\frac{36}{12} - \frac{7}{12} \\ = -\frac{43}{12}$$

Cara 2

$$-3\frac{7}{12} = -\frac{3 \times 12 + 7}{12} \\ = -\frac{36 + 7}{12} \\ = -\frac{43}{12}$$

Dari contoh di atas dapat disimpulkan sebagai berikut.

Bentuk pecahan campuran $p\frac{q}{r}$ dengan $r \neq 0$ dapat dinyatakan dalam bentuk pecahan biasa $\frac{p \times r + q}{r}$.

Catatan: $p\frac{q}{r} = p + \frac{q}{r} = \frac{p \times r}{r} + \frac{q}{r} = \frac{p \times r + q}{r}$

4. Mengubah Bentuk Pecahan ke Bentuk Desimal dan Sebaliknya

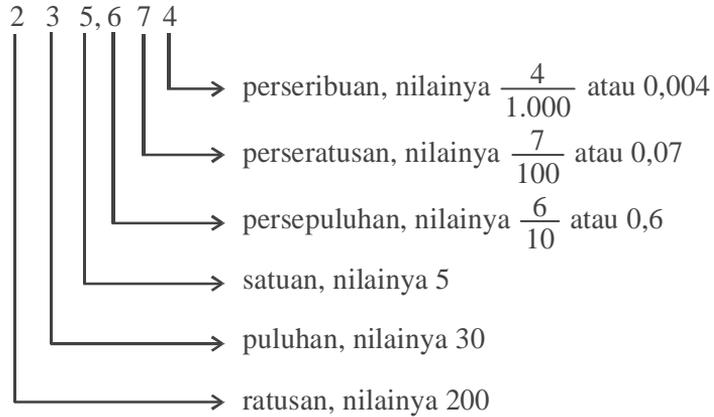
Coba kalian ingat kembali mengenai nilai tempat pada bilangan pecahan desimal. Perhatikan nilai tempat pada bilangan 235,674 berikut.



Tugas Mandiri

(Menumbuhkan kreativitas)

Carilah artikel mengenai penggunaan bilangan desimal dalam kehidupan sehari-hari. Bacalah koran, tabloid, buku-buku iptek, atau carilah di internet. Sajikan dalam sebuah laporan dan kumpulkan pada gurumu.



Jika ditulis dalam bentuk panjang, diperoleh

$$\begin{aligned}
 235,674 &= 200 + 30 + 5 + 0,6 + 0,07 + 0,004 \\
 &= 200 + 30 + 5 + \frac{6}{10} + \frac{7}{100} + \frac{4}{1.000} \\
 &= 200 + 30 + 5 + \frac{600}{1.000} + \frac{70}{1.000} + \frac{4}{1.000} \\
 &= 235 + \frac{674}{1.000} \\
 &= 235 \frac{674}{1.000}.
 \end{aligned}$$

Apabila suatu pecahan biasa atau campuran akan diubah atau dinyatakan ke dalam bentuk pecahan desimal, maka dapat dilakukan dengan cara mengubah penyebutnya menjadi 10, 100, 1.000, 10.000, dan seterusnya. Dapat pula dengan cara membagi pembilang dengan penyebutnya.

Sebaliknya, untuk mengubah pecahan desimal menjadi pecahan biasa/campuran dapat kalian lakukan dengan menguraikan bentuk panjangnya terlebih dahulu.



Contoh

1. Ubahlah pecahan berikut ke dalam bentuk pecahan desimal.

a. $\frac{3}{4}$

b. $2\frac{4}{5}$

Penyelesaian:

a. *Cara 1*

$$\begin{aligned}
 \frac{3}{4} &= \frac{3 \times 25}{4 \times 25} \\
 &= \frac{75}{100} \\
 &= 0,75
 \end{aligned}$$

Jadi, $\frac{3}{4} = 0,75$.

Cara 2

$$\begin{array}{r}
 0,75 \\
 4 \overline{) 3,00} \\
 \underline{0 } \\
 3 \\
 \underline{3 } \\
 0 \\
 \underline{2 } \\
 2 \\
 \underline{2 } \\
 0
 \end{array}$$

b. *Cara 1*

$$\begin{aligned}2\frac{4}{5} &= \frac{2 \times 5 + 4}{5} \\ &= \frac{14}{5} \\ &= \frac{14 \times 2}{5 \times 2} \\ &= \frac{28}{10} = 2,8\end{aligned}$$

Cara 2

$$\begin{aligned}2\frac{4}{5} &= \frac{2 \times 5 + 4}{5} \\ &= \frac{14}{5} \\ &= 2,8\end{aligned}$$
$$5 \overline{) 14} \begin{array}{r} 2,8 \\ \underline{10} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

2. Nyatakan bilangan-bilangan berikut menjadi pecahan biasa/ campuran yang paling sederhana.

a. 5,82

b. 0,16

Penyelesaian:

a. $5,82 = 5 + \frac{8}{10} + \frac{2}{100}$

$$\begin{aligned}&= 5 + \frac{80}{100} + \frac{2}{100} \\ &= 5 + \frac{82}{100} \\ &= 5\frac{82}{100} = 5\frac{41}{50}\end{aligned}$$

b. *Cara 1*

$$\begin{aligned}0,16 &= 0 + \frac{1}{10} + \frac{6}{100} \\ &= \frac{10}{100} + \frac{6}{100} \\ &= \frac{16}{100} = \frac{4}{25}\end{aligned}$$

Cara 2

$$\begin{aligned}0,16 &= \frac{16}{100} \\ &= \frac{16:4}{100:4} \\ &= \frac{4}{25}\end{aligned}$$

Perhatikan bentuk desimal 2,333...

Bentuk desimal seperti 2,333... disebut bentuk desimal berulang.

Untuk mengubah bentuk desimal berulang seperti di atas ke bentuk pecahan biasa dapat dilakukan dengan cara berikut.





Diskusi

(Menumbuhkan inovasi)

Diskusikan dengan temanmu.

Tuliskan 5 contoh bentuk pecahan desimal berulang. Lalu, ubahlah ke bentuk pecahan biasa. Jika perlu, gunakan kalkulator untuk membantu pekerjaanmu.

Misalkan $x = 2,333\dots$ maka $10x = 23,333\dots$

$$10x = 23,333\dots$$

$$x = 2,333\dots \quad \underline{\hspace{1cm}}$$

$$9x = 21$$

$$x = \frac{21}{9}$$

$$x = \frac{7}{3}$$

$$\text{Jadi, } 2,333\dots = \frac{7}{3}.$$

5. Mengubah Bentuk Pecahan ke Bentuk Persen dan Sebaliknya

Dapatkan kalian mengubah bentuk $\frac{2}{5}$ dan $\frac{3}{4}$ ke bentuk perseratus?

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 20}{5 \times 20} = \frac{40}{100}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100}$$

Bentuk pecahan perseratus seperti di atas disebut bentuk *persen* atau ditulis “%”, sehingga $\frac{2}{5} = \frac{40}{100} = 40\%$ dan $\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75\%$.

Dalam mengubah bentuk pecahan ke bentuk persen dapat dilakukan dengan cara mengubah pecahan semula menjadi pecahan senilai dengan penyebut 100. Jika hal itu sulit dikerjakan maka dapat dilakukan dengan cara mengalikan pecahan tersebut dengan 100%. Adapun untuk mengubah bentuk persen ke bentuk pecahan biasa/campuran, ubahlah menjadi perseratus, kemudian sederhanakanlah.



Tugas Mandiri

(Menumbuhkan kreativitas)

Bacalah koran, tabloid, internet, atau sumber lainnya. Temukan penggunaan persen dalam kehidupan sehari-hari. Ceritakan temuanmu di depan kelas.



Contoh

1. Nyatakan pecahan-pecahan berikut dalam bentuk persen.

a. $\frac{7}{8}$

b. $\frac{12}{5}$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{a. } \frac{7}{8} &= \frac{7 \times 12,5}{8 \times 12,5} \\ &= \frac{87,5}{100} = 87,5\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \frac{12}{5} &= \frac{12 \times 20}{5 \times 20} \\ &= \frac{240}{100} = 240\% \end{aligned}$$

2. Nyatakan bentuk persen berikut menjadi bentuk pecahan biasa/campuran.

- a. 32%
b. 120%

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{a. } 32\% &= \frac{32}{100} \\ &= \frac{32 : 4}{100 : 4} \\ &= \frac{8}{25} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } 120\% &= \frac{120}{100} \\ &= \frac{120 : 20}{100 : 20} \\ &= \frac{6}{5} \\ &= 1\frac{1}{5} \end{aligned}$$

6. Mengubah Bentuk Pecahan ke Bentuk Permil dan Sebaliknya

Pecahan dalam bentuk perseribu disebut *permil* atau ditulis “‰”. Bentuk pecahan $\frac{275}{1.000}$ dikatakan 275 permil dan ditulis 275‰.

Dalam mengubah bentuk pecahan ke bentuk permil dapat dilakukan dengan mengubah pecahan semula menjadi pecahan senilai dengan penyebut 1.000. Jika hal ini sulit dikerjakan maka dapat dilakukan dengan mengalikan pecahan semula dengan 1.000‰.



(Menumbuhkan kreativitas)

Temukan penggunaan permil dalam kehidupan sehari-hari. Carilah di koran, internet, atau buku referensi lainnya untuk mendukung kegiatanmu. Hasilnya, kemukakan secara singkat di depan kelas.



Contoh

1. Nyatakan pecahan-pecahan berikut dalam bentuk permil.

- a. $\frac{17}{20}$ b. $\frac{3}{8}$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{a. } \frac{17}{20} &= \frac{17 \times 50}{20 \times 50} \\ &= \frac{850}{1.000} \\ &= 850\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \frac{3}{8} &= \frac{3 \times 125}{8 \times 125} \\ &= \frac{375}{1.000} \\ &= 375\% \end{aligned}$$

2. Nyatakan bentuk permil berikut menjadi pecahan biasa/campuran.

- a. 22,5‰
b. 90‰

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{a. } 22,5\% &= \frac{22,5}{1.000} \\ &= \frac{22,5 \times 2}{1.000 \times 2} \\ &= \frac{45}{2.000} \\ &= \frac{9}{400} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } 90\% &= \frac{90}{1000} \\ &= \frac{90 : 10}{1.000 : 10} \\ &= \frac{9}{100} \end{aligned}$$





Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Nyatakan pecahan-pecahan berikut ke bentuk pecahan campuran.
 - $\frac{8}{3}$
 - $\frac{17}{4}$
- Tuliskan pecahan campuran berikut ke bentuk pecahan biasa.
 - $2\frac{2}{3}$
 - $4\frac{5}{9}$
- Nyatakan bilangan-bilangan berikut dalam bentuk pecahan desimal dengan pendekatan sampai satu tempat desimal.
 - $\frac{4}{5}$
 - $\frac{9}{20}$
 - $3\frac{1}{4}$
- Nyatakan pecahan-pecahan desimal berikut ke bentuk pecahan biasa.
 - 0,35
 - 4,2
- Tuliskan bentuk persen berikut ke dalam bentuk pecahan biasa/campuran yang paling sederhana.
 - 25%
 - $24\frac{1}{4}\%$
- Nyatakan bilangan-bilangan berikut dalam bentuk persen.
 - $\frac{8}{25}$
 - $1\frac{5}{8}$
- Ubahlah pecahan-pecahan berikut ke bentuk permil.
 - 0,08
 - 1,625
- Bedu mempunyai uang sebesar Rp250.000,00. Jumlah uang Tika dan Adang 70% dari uang Bedu, sedangkan uang Tika diketahui $\frac{2}{3}$ dari uang Adang. Berapakah besarnya masing-masing uang Tika dan Adang?



C. OPERASI HITUNG PECAHAN

1. Penjumlahan dan Pengurangan Pecahan

a. Penjumlahan dan pengurangan pecahan dengan bilangan bulat

Dalam menentukan hasil penjumlahan atau pengurangan pecahan dengan bilangan bulat, ubahlah bilangan bulat itu ke dalam bentuk pecahan dengan penyebut sama dengan penyebut pecahan itu. Kemudian, jumlahkan atau kurangkan pembilangnya

sebagaimana pada bilangan bulat. Jika pecahan tersebut berbentuk pecahan campuran, jumlahkan atau kurangkan bilangan bulat dengan bagian bilangan bulat pada pecahan campuran.



Contoh

Tentukan hasil penjumlahan dan pengurangan berikut.

1. $\frac{2}{5} + 3$

2. $2\frac{1}{4} - 3$



Soal Tantangan

Diketahui jumlah dua bilangan pecahan adalah $2\frac{4}{15}$. Tentukan salah satu bilangan tersebut.

Petunjuk: Soal di atas memiliki beberapa alternatif jawaban.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} 1. \quad \frac{2}{5} + 3 &= \frac{2}{5} + \frac{15}{5} \\ &= \frac{2+15}{5} \\ &= \frac{17}{5} \\ &= 3\frac{2}{5} \end{aligned}$$

2. *Cara 1*

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{4} - 3 &= (2-3) + \frac{1}{4} \\ &= (-1) + \frac{1}{4} \\ &= -\frac{4}{4} + \frac{1}{4} \\ &= -\frac{3}{4} \end{aligned}$$

Cara 2

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{4} - 3 &= \frac{9}{4} - 3 \\ &= \frac{9}{4} - \frac{12}{4} \\ &= -\frac{3}{4} \end{aligned}$$

b. *Penjumlahan dan pengurangan pecahan dengan pecahan*

Dalam menentukan hasil penjumlahan atau pengurangan dua pecahan, samakan penyebut kedua pecahan tersebut, yaitu dengan cara mencari KPK dari penyebut-penyebutnya. Kemudian, baru dijumlahkan atau dikurangkan pembilangnya.



Contoh

Tentukan hasilnya.

1. $\frac{3}{7} + \frac{4}{5}$

2. $2\frac{1}{2} - \frac{3}{4}$

Penyelesaian:

1. KPK dari 5 dan 7 adalah 35, sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{3}{7} + \frac{4}{5} &= \frac{15}{35} + \frac{28}{35} \\ &= \frac{43}{35} \\ &= 1\frac{8}{35} \end{aligned}$$



2. Cara 1

$$\begin{aligned}2\frac{1}{2} - \frac{3}{4} &= 2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) \\ &= 2 + \left(\frac{2}{4} - \frac{3}{4}\right) \\ &= 2 + \left(-\frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{8}{4} + \left(-\frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}\end{aligned}$$

Cara 2

$$\begin{aligned}2\frac{1}{2} - \frac{3}{4} &= \frac{5}{2} - \frac{3}{4} \\ &= \frac{10}{4} - \frac{3}{4} \\ &= \frac{7}{4} \\ &= 1\frac{3}{4}\end{aligned}$$



Diskusi

(Berpikir kritis)

Diskusikan dengan temanmu.

Pada pengurangan bilangan bulat, tidak berlaku sifat komutatif dan sifat asosiatif.

Coba cek apakah hal ini juga berlaku pada pengurangan bilangan pecahan. Berikan contoh dan buatlah kesimpulannya. Kemukakan hasilnya di depan kelas.

c. Sifat-sifat pada penjumlahan dan pengurangan pecahan

Coba kalian ingat kembali sifat-sifat yang berlaku pada penjumlahan bilangan bulat.

Untuk setiap bilangan bulat a , b , dan c maka berlaku

- 1) sifat tertutup: $a + b = c$;
- 2) sifat komutatif: $a + b = b + a$;
- 3) sifat asosiatif: $(a + b) + c = a + (b + c)$;
- 4) bilangan (0) adalah unsur identitas pada penjumlahan: $a + 0 = 0 + a = a$;
- 5) invers dari a adalah $-a$ dan invers dari $-a$ adalah a , sedemikian sehingga $a + (-a) = (-a) + a = 0$.

Sifat-sifat tersebut juga berlaku pada penjumlahan bilangan pecahan, artinya sifat-sifat tersebut berlaku jika a , b , dan c bilangan pecahan. Coba buktikan hal ini dengan mendiskusikan bersama temanmu.



Uji Kompetensi 5

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Tentukan hasil penjumlahan pecahan berikut dalam bentuk paling sederhana.

a. $\frac{2}{3} + 2$

f. $\frac{5}{6} + \frac{3}{4}$

b. $2\frac{4}{5} + 3$

g. $\frac{1}{5} + 2\frac{2}{3}$

c. $1\frac{1}{2} + 5$

h. $\frac{2}{7} + 3\frac{1}{6}$

d. $\frac{3}{5} + \frac{1}{4}$

i. $1\frac{2}{5} + 2\frac{3}{8}$

e. $\frac{5}{8} + \frac{2}{5}$

j. $3\frac{3}{7} + 5\frac{2}{4}$

2. Tentukan hasil pengurangan pecahan berikut dalam bentuk paling sederhana.

a. $\frac{5}{6} - 2$

f. $\frac{3}{10} - 1\frac{2}{3}$

b. $\frac{1}{3} + (-1)$

g. $\frac{7}{12} - \frac{5}{4}$

c. $\frac{7}{6} - \frac{2}{5}$

d. $\frac{3}{8} - \frac{4}{5}$

e. $\frac{3}{7} - 2\frac{1}{2}$

h. $3\frac{2}{3} - 2\frac{1}{4}$

i. $5\frac{2}{5} - 3\frac{3}{12}$

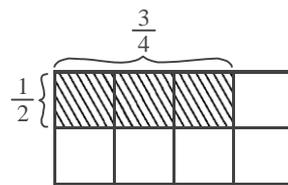
j. $4\frac{2}{11} - 2\frac{1}{2}$

2. Perkalian Pecahan

a. Perkalian pecahan dengan pecahan

Untuk mengetahui cara menentukan hasil perkalian pada pecahan, perhatikan Gambar 2.12 di samping.

Pada Gambar 2.12 tampak bahwa luas daerah yang diarsir menunjukkan pecahan $\frac{3}{8}$ bagian dari luas keseluruhan.



Gambar 2.12

Di lain pihak, daerah yang diarsir menunjukkan perkalian $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$. Jadi, dapat dikatakan bahwa luas daerah yang diarsir

sama dengan perkalian pecahan $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$.

Dari uraian tersebut dapat disimpulkan sebagai berikut.

Untuk mengalikan dua pecahan $\frac{p}{q}$ dan $\frac{r}{s}$ dilakukan dengan mengalikan pembilang dengan pembilang dan penyebut dengan penyebut atau dapat ditulis $\frac{p}{q} \times \frac{r}{s} = \frac{p \times r}{q \times s}$ dengan $q, s \neq 0$.



Contoh

Tentukan hasil perkalian pecahan berikut dalam bentuk paling sederhana.

1. $\frac{2}{3} \times \frac{5}{8}$

2. $-2\frac{1}{2} \times 1\frac{3}{10}$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}
 1. \quad \frac{2}{3} \times \frac{5}{8} &= \frac{2 \times 5}{3 \times 8} \\
 &= \frac{10}{24} \\
 &= \frac{10 : 2}{24 : 2} = \frac{5}{12}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 2. \quad -2\frac{1}{2} \times 1\frac{3}{10} &= -\frac{5}{2} \times \frac{13}{10} \\
 &= -\frac{5 \times 13}{2 \times 10} \\
 &= -\frac{65}{20} \\
 &= -\frac{65:5}{20:5} \\
 &= -\frac{13}{4} = -3\frac{1}{4}
 \end{aligned}$$



Diskusi

(Menumbuhkan inovasi)

Diskusikan dengan temanmu.

Coba cek bahwa sifat-sifat operasi hitung perkalian bilangan bulat di samping juga berlaku pada perkalian bilangan pecahan, dengan

$$\text{memisalkan } a = \frac{1}{3},$$

$$b = \frac{3}{4}, \text{ dan } c = \frac{1}{4}.$$

b. Sifat-sifat perkalian pada pecahan

Ingat kembali sifat-sifat yang berlaku pada perkalian bilangan bulat berikut.

Untuk setiap bilangan bulat a , b , dan c berlaku

- 1) sifat tertutup: $a \times b = c$;
- 2) sifat komutatif: $a \times b = b \times a$;
- 3) sifat asosiatif: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$;
- 4) sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan:
 $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$;
- 5) sifat distributif perkalian terhadap pengurangan:
 $a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)$;
- 6) $a \times 1 = 1 \times a = a$; bilangan 1 adalah unsur identitas pada perkalian.

Sifat-sifat ini juga berlaku pada perkalian bilangan pecahan.

c. Invers pada perkalian

Perhatikan perkalian bilangan berikut.

$$\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = 1$$

$$-\frac{3}{8} \times \left(-\frac{8}{3}\right) = 1$$

Pada perkalian-perkalian bilangan di atas, $\frac{2}{5}$ adalah invers

perkalian (kebalikan) dari $\frac{5}{2}$. Sebaliknya, $\frac{5}{2}$ adalah invers perkalian

(kebalikan) dari $\frac{2}{5}$.

Dari uraian tersebut dapat dikatakan bahwa hasil kali suatu bilangan dengan invers (kebalikan) bilangan itu sama dengan 1. Secara umum dapat dituliskan sebagai berikut.



Tips

Bedakan pengertian lawan dan invers suatu bilangan pecahan.

- Lawan dari pecahan $\frac{p}{q}$ adalah $-\frac{p}{q}$.
- Invers dari pecahan $\frac{p}{q}$ adalah $\frac{q}{p}$.

- Invers perkalian dari pecahan $\frac{p}{q}$ adalah $\frac{q}{p}$ atau invers perkalian dari $\frac{q}{p}$ adalah $\frac{p}{q}$.
- Suatu bilangan jika dikalikan dengan invers perkaliannya maka hasilnya sama dengan 1.



Uji Kompetensi 6

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Tentukan hasil perkalian bilangan-bilangan berikut dalam bentuk yang paling sederhana.

a. $\frac{2}{5} \times \frac{7}{8}$

b. $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6}$

c. $\frac{7}{9} \times \frac{2}{21}$

d. $-\frac{4}{5} \times 2\frac{1}{3}$

e. $\frac{3}{7} \times \left(-3\frac{1}{6}\right)$

f. $\left(-\frac{2}{9}\right) \times \left(-\frac{12}{15}\right)$

g. $-2\frac{2}{5} \times 3\frac{1}{2}$

h. $-1\frac{1}{4} \times \left(-4\frac{6}{7}\right)$

i. $-5\frac{1}{2} \times \frac{10}{13} \times 2$

j. $-2\frac{2}{7} \times \left(-3\frac{3}{11}\right) \times \frac{2}{3}$

2. Tentukan invers perkalian bilangan-bilangan berikut.

- | | |
|------------------|---------------------|
| a. 3 | d. $2\frac{1}{6}$ |
| b. -4 | e. $-\frac{3}{2}$ |
| c. $\frac{4}{9}$ | f. $-5\frac{2}{13}$ |

3. Pembagian Pecahan

Kalian telah mempelajari bahwa operasi pembagian pada bilangan bulat merupakan invers (kebalikan) dari perkalian. Hal ini juga berlaku pada pembagian bilangan pecahan.



Perhatikan uraian berikut.

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} : \frac{7}{12} &= \frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{12}} \\ &= \frac{3}{2} \times \frac{12}{7} \\ &= \frac{36}{14} \\ &= \frac{18}{7} = 2\frac{4}{7} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 1 : \frac{4}{5} &= \frac{1}{\frac{4}{5}} \\ &= 1 \times \frac{5}{4} \\ &= \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4} \end{aligned}$$



Diskusi

(Berpikir kritis)

Diskusikan dengan temanmu.

Buktikan bahwa pada operasi pembagian pecahan tidak berlaku sifat komutatif, asosiatif, dan distributif.

Buktikan pula pada operasi pembagian pecahan berlaku sifat tertutup.

Dengan mengamati uraian di atas, secara umum dapat dinyatakan sebagai berikut.

Untuk sebarang pecahan $\frac{p}{q}$ dan $\frac{r}{s}$ dengan $q \neq 0$, $r \neq 0$, $s \neq 0$ berlaku $\frac{p}{q} : \frac{r}{s} = \frac{p}{q} \times \frac{s}{r}$ di mana $\frac{s}{r}$ merupakan kebalikan (invers) dari $\frac{r}{s}$.



Contoh

Tentukan hasil pembagian bilangan berikut ini.

- $\frac{3}{8} : 5\frac{1}{2}$
- $3\frac{1}{4} : 1\frac{7}{8}$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} 1. \quad \frac{3}{8} : 5\frac{1}{2} &= \frac{3}{8} : \frac{11}{2} \\ &= \frac{3}{8} \times \frac{2}{11} \\ &= \frac{3}{44} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 2. \quad 3\frac{1}{4} : 1\frac{7}{8} &= \frac{13}{4} : \frac{15}{8} \\ &= \frac{13}{4} \times \frac{8}{15} \\ &= \frac{26}{15} = 1\frac{11}{15} \end{aligned}$$

4. Perpangkatan Pecahan

a. Bilangan pecahan berpangkat bilangan bulat positif

Pada pembahasan kali ini, kita hanya akan membahas perpangkatan pada pecahan dengan pangkat bilangan bulat positif. Di kelas IX nanti kalian akan mempelajari perpangkatan pada pecahan dengan pangkat bilangan bulat negatif dan nol.

Pada bab sebelumnya, kalian telah mempelajari bahwa pada bilangan bulat berpangkat bilangan bulat positif berlaku

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}}, \text{ untuk setiap bilangan bulat } a.$$

Dengan kata lain, perpangkatan merupakan perkalian berulang dengan bilangan yang sama. Definisi tersebut juga berlaku pada bilangan pecahan berpangkat.

Perhatikan uraian berikut.

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2}\right)^1 &= \frac{1}{2} \\ \left(\frac{1}{2}\right)^2 &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2^2} \\ &= \frac{1}{4} \\ \left(\frac{1}{2}\right)^3 &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2^3} \\ &= \frac{1}{8} \\ &\dots \\ \left(\frac{1}{2}\right)^n &= \underbrace{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \dots \times \frac{1}{2}}_{n \text{ faktor}} \end{aligned}$$

Dari uraian di atas, secara umum dapat dituliskan sebagai berikut.

Untuk sebarang bilangan bulat p dan q dengan $q \neq 0$ dan m bilangan bulat positif berlaku

$$\left(\frac{p}{q}\right)^m = \underbrace{\frac{p}{q} \times \frac{p}{q} \times \dots \times \frac{p}{q}}_{m \text{ faktor}}$$

Dalam hal ini, bilangan pecahan $\frac{p}{q}$ disebut *bilangan pokok*.



Tentukan hasil operasi perpangkatan pecahan berikut.

a. $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$ b. $\left(\frac{3}{4}\right)^3$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{a. } \left(-\frac{2}{3}\right)^2 &= \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \\ &= \frac{(-2) \times (-2)}{3 \times 3} = \frac{4}{9} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \text{b. } \left(\frac{3}{4}\right)^3 &= \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \\ &= \frac{3 \times 3 \times 3}{4 \times 4 \times 4} = \frac{27}{64} \end{aligned}$$



Diskusi

(Berpikir kritis)

Diskusikan dengan temanmu. Dengan mengamati pembuktian pada sifat-sifat bilangan bulat berpangkat di halaman 28–29, tunjukkan berlakunya sifat-sifat perpangkatan pada bilangan pecahan berpangkat bilangan bulat positif di samping.

b. Sifat-sifat bilangan pecahan berpangkat

Coba kalian ingat kembali sifat-sifat pada bilangan bulat berpangkat bilangan bulat positif. Sifat-sifat tersebut juga berlaku pada bilangan pecahan berpangkat sebagai berikut.

Untuk sebarang bilangan bulat p , q dengan $q \neq 0$ dan m , n bilangan bulat positif berlaku sifat-sifat berikut.

$$\left(\frac{p}{q}\right)^m = \frac{p^m}{q^m}$$

$$\left(\frac{p}{q}\right)^m \times \left(\frac{p}{q}\right)^n = \left(\frac{p}{q}\right)^{m+n}$$

$$\left(\frac{p}{q}\right)^m : \left(\frac{p}{q}\right)^n = \left(\frac{p}{q}\right)^{m-n}$$

$$\left(\left(\frac{p}{q}\right)^m\right)^n = \left(\frac{p}{q}\right)^{m \times n}$$



Contoh

Tentukan nilai perpangkatan berikut.

$$1. \left(\frac{2}{3}\right)^5 : \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$2. \left(\left(\frac{3}{5}\right)^2\right)^3$$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} 1. \left(\frac{2}{3}\right)^5 : \left(\frac{2}{3}\right)^2 &= \left(\frac{2}{3}\right)^{5-2} \\ &= \left(\frac{2}{3}\right)^3 \\ &= \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{27} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \left(\left(\frac{3}{5}\right)^2\right)^3 &= \left(\frac{3}{5}\right)^{2 \times 3} \\ &= \left(\frac{3}{5}\right)^6 \\ &= \frac{729}{15.625} \end{aligned}$$

5. Operasi Hitung Campuran pada Bilangan Pecahan

Coba ingat kembali aturan-aturan yang berlaku pada operasi hitung campuran bilangan bulat berikut.

Apabila dalam suatu operasi hitung campuran bilangan bulat tidak terdapat tanda kurung, pengerjaannya berdasarkan sifat-sifat operasi hitung berikut.

- Operasi penjumlahan (+) dan pengurangan (-) *sama kuat*, artinya operasi yang terletak di sebelah kiri dikerjakan terlebih dahulu.
- Operasi perkalian (\times) dan pembagian ($:$) *sama kuat*, artinya operasi yang terletak di sebelah kiri dikerjakan terlebih dahulu.
- Operasi perkalian (\times) dan pembagian ($:$) *lebih kuat* daripada operasi penjumlahan (+) dan pengurangan (-), artinya operasi perkalian (\times) dan pembagian ($:$) dikerjakan terlebih dahulu daripada operasi penjumlahan (+) dan pengurangan (-).

Aturan tersebut juga berlaku pada operasi hitung campuran pada bilangan *pecahan*.



Contoh

Sederhanakanlah bentuk-bentuk berikut.

$$1. \quad 4\frac{5}{9} - 1\frac{2}{3} + 3\frac{1}{6}$$

$$2. \quad 2\frac{1}{2} \times \left(5\frac{3}{5} + 1\frac{2}{7} \right)$$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} 1. \quad 4\frac{5}{9} - 1\frac{2}{3} + 3\frac{1}{6} &= (4 - 1 + 3) + \left(\frac{5}{9} - \frac{2}{3} + \frac{1}{6} \right) \\ &= 6 + \left(\frac{10}{18} - \frac{12}{18} + \frac{3}{18} \right) \\ &= 6 + \frac{1}{18} \\ &= 6\frac{1}{18} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad 2\frac{1}{2} \times \left(5\frac{3}{5} + 1\frac{2}{7} \right) &= \frac{5}{2} \times \left(\frac{28}{5} + \frac{9}{7} \right) \\ &= \frac{5}{2} \times \left(\frac{196}{35} + \frac{45}{35} \right) \\ &= \frac{5}{2} \times \frac{241}{35} \\ &= \frac{1.205}{70} \\ &= 17\frac{15}{70} \\ &= 17\frac{3}{14} \end{aligned}$$





Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Tentukan hasil pembagian bilangan berikut.

a. $3 : \frac{2}{5}$

d. $\frac{3}{8} : \frac{5}{6}$

b. $5 : \frac{3}{4}$

e. $\frac{1}{6} : -\frac{2}{7}$

c. $3 : -\frac{2}{9}$

f. $-\frac{3}{7} : \frac{4}{9}$

2. Tentukan hasil pembagian bilangan berikut.

a. $4\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$

d. $3\frac{3}{7} : 2\frac{2}{3}$

b. $2\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$

e. $5\frac{1}{3} : -3\frac{1}{5}$

c. $2\frac{1}{4} : -\frac{1}{2}$

f. $-4\frac{1}{4} : -2\frac{1}{2}$

3. Tentukan hasil perpangkatan berikut.

a. $\left(\frac{7}{8}\right)^2$

d. $\left(-\frac{3}{5}\right)^5 : \left(-\frac{3}{5}\right)^2$

b. $\left(\frac{4}{5}\right)^3$ e. $\left(\left(\frac{5}{8}\right)^2\right)^3$

c. $\left(\frac{3}{4}\right)^3 + \left(\frac{2}{3}\right)^2$ f. $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2$

4. Tentukan nilai p dan q dari persamaan-persamaan berikut.

a. $8^p = 64$

b. $216 \times 32 = 6^{p-1} \times 2^q$

c. $1.331 \times 9^2 = 11^{p+1} \times 3^{2q}$

d. $\frac{2^4 \times 3^2 \times 12^3}{4^3 \times 9^2} = 2^{2p} \times 3^q$

5. Diketahui $a = \frac{1}{3}$, $b = \frac{3}{4}$, dan $c = \frac{2}{5}$.

Tentukan nilai dari

a. $b \times c$; d. $(b - c) \times a$;

b. abc ; e. $\frac{2}{3}b - \frac{1}{2}c$;

c. $ab - ac$; f. $2ab : c$.

6. Operasi Hitung pada Pecahan Desimal

a. Penjumlahan dan pengurangan pecahan desimal

Penjumlahan dan pengurangan pecahan desimal dilakukan pada masing-masing nilai tempat dengan cara bersusun. Urutkan angka-angka ratusan, puluhan, satuan, persepuluhan, perseratusan, dan seterusnya dalam satu kolom.



Contoh

Hitunglah hasil operasi hitung berikut.

1. $28,62 + 2,27$

2. $54,36 - 36,68 + 8,21$

Penyelesaian:

1. $28,62$

$$\begin{array}{r} 28,62 \\ + 2,27 \\ \hline 30,89 \end{array}$$

2. $54,36$

$$\begin{array}{r} 54,36 \\ - 36,68 \\ \hline 17,68 \\ + 8,21 \\ \hline 25,89 \end{array}$$

b. Perkalian pecahan desimal

Untuk menentukan hasil perkalian bilangan desimal, perhatikan contoh berikut.



Contoh

Hitunglah hasil perkalian berikut.

1. $1,52 \times 7,6$
2. $0,752 \times 4,32$

Penyelesaian:

1. *Cara 1*

$$1,52 \times 7,6 = \frac{152}{100} \times \frac{76}{10} = \frac{152 \times 76}{1.000} = \frac{11.552}{1.000} = 11,552$$

Cara 2

$$\begin{array}{r} 1,52 \quad (2 \text{ angka di belakang koma}) \\ 7,6 \quad (1 \text{ angka di belakang koma}) \\ \hline 912 \\ 1064 \\ \hline 11,552 \end{array} \begin{array}{l} \times \\ \\ \\ + \end{array} \quad (2 + 1 = 3 \text{ angka di belakang koma})$$

2. *Cara 1*

$$0,752 \times 4,32 = \frac{752}{1.000} \times \frac{432}{100} = \frac{752 \times 432}{100.000} = \frac{324.864}{100.000} = 3,24864$$

Cara 2

$$\begin{array}{r} 0,752 \quad (3 \text{ angka di belakang koma}) \\ 4,32 \quad (2 \text{ angka di belakang koma}) \\ \hline 1504 \\ 2256 \\ 3008 \\ \hline 3,24864 \end{array} \begin{array}{l} \times \\ \\ \\ \\ + \end{array} \quad (3 + 2 = 5 \text{ angka di belakang koma})$$

Dari contoh di atas dapat disimpulkan sebagai berikut.

Hasil kali bilangan desimal dengan bilangan desimal diperoleh dengan cara mengalikan bilangan tersebut seperti mengalikan bilangan bulat.

Banyak desimal hasil kali bilangan-bilangan desimal diperoleh dengan menjumlahkan banyak tempat desimal dari pengali-pengalinya.



Tips

Hasil perkalian bilangan desimal dengan 10, 100, 1.000, dan seterusnya diperoleh dengan cara menggeser tanda koma ke kanan sebanyak angka nol bilangan pengali.



c. *Pembagian pecahan desimal*

Perhatikan contoh berikut.



Contoh

Hitunglah hasilnya.

1. $0,96 : 1,6$
2. $4,32 : 1,8$

Penyelesaian:

1. *Cara 1*

$$\begin{aligned} 0,96 : 1,6 &= \frac{96}{100} : \frac{16}{10} \\ &= \frac{96}{100} \times \frac{10}{16} \\ &= \frac{960}{1.600} \\ &= 0,6 \end{aligned}$$

Cara 2

$$\begin{aligned} 0,96 : 1,6 &= \frac{0,96}{1,6} \\ &= \frac{0,96 \times 100}{1,6 \times 100} \\ &= \frac{96}{160} \\ &= \frac{6}{10} = 0,6 \end{aligned}$$

2. *Cara 1*

$$\begin{aligned} 4,32 : 1,8 &= \frac{432}{100} : \frac{18}{10} \\ &= \frac{432}{100} \times \frac{10}{18} \\ &= \frac{4.320}{1.800} = 2,4 \end{aligned}$$

Cara 2

$$\begin{aligned} 4,32 : 1,8 &= \frac{4,32}{1,8} \\ &= \frac{4,32 \times 100}{1,8 \times 100} \\ &= \frac{432}{180} = 2,4 \end{aligned}$$

Dari contoh di atas, diskusikan dengan temanmu cara menentukan hasil bagi dua bilangan desimal.



Tips

Hasil pembagian bilangan desimal dengan 10, 100, 1.000, dan seterusnya diperoleh dengan cara menggeser tanda koma ke kiri sebanyak angka nol dari bilangan pembagi.



UJI Kompetensi 8

Jerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Selesaikanlah operasi hitung berikut.
 - a. $0,75 + 0,83 + 1,24$
 - b. $32,5 - 5,44 + 3,62$
 - c. $9,13 - 2,04 + 1,49$
 - d. $12,3 + 6,45 - 2,87$
2. Tentukan hasilnya.
 - a. $12,5 \times 0,3$
 - b. $6,4 \times 2,52$
 - c. $5,36 \times 1,44$
 - d. $0,45 \times 0,73$
3. Hitunglah hasilnya.
 - a. $0,48 : 3,2$
 - b. $26,5 : 2,5$
 - c. $1,086 : 0,3$
 - d. $7,44 : 2,4$
4. Selesaikanlah operasi hitung berikut.
 - a. $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) \times 0,25$
 - b. $\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{5}\right) : 0,05$
 - c. $\left(\frac{2}{5} - 0,25\right) \times 1,4$
 - d. $0,9 : \left(\frac{1}{8} - 0,05\right)$





D. PEMBULATAN DAN BENTUK BAKU PECAHAN

1. Pembulatan Pecahan

Perhatikan aturan pembulatan pecahan desimal berikut ini.

- Apabila angka yang akan dibulatkan lebih besar atau sama dengan 5, maka dibulatkan ke atas (angka di depannya atau di sebelah kirinya ditambah dengan 1).
- Apabila angka yang akan dibulatkan kurang dari 5, maka angka tersebut dihilangkan dan angka di depannya (di sebelah kirinya) tetap.



Contoh

Bulatkan pecahan desimal berikut sampai dua tempat desimal.

- 0,7921
- 6,326
- 1,739

Penyelesaian:

- $0,7921 = 0,79$ (angka 2 < 5 dihilangkan)
- $6,326 = 6,33$ (angka 6 > 5, maka angka 2 dibulatkan ke atas)
- $1,739 = 1,74$ (angka 9 > 5, maka angka 3 dibulatkan ke atas)

Untuk menghindari kesalahan dalam pembulatan, jangan membulatkan bilangan dari hasil pembulatan sebelumnya. Perhatikan contoh berikut.

$$3,63471 = 3,635 \text{ (benar, pembulatan sampai 3 tempat desimal)}$$

$$= 3,64 \text{ (salah, seharusnya pembulatan dilakukan dari bilangan semula)}$$

$$3,63471 = 3,63 \text{ (pembulatan sampai 2 tempat desimal)}$$

2. Menaksir Hasil Operasi Hitung Pecahan

Pada Bab 1, kalian telah mempelajari cara menaksir hasil perkalian dan pembagian pada bilangan bulat. Hal tersebut juga berlaku untuk menaksir hasil perkalian dan pembagian pada bilangan desimal.

Perhatikan contoh berikut.



Soal Tantangan

Diketahui harga bensin pada bulan Maret 2008 adalah Rp4.500,00/liter. Apabila seorang pengendara motor membeli di sebuah pompa bensin sebesar Rp10.000,00, maka pada skala penunjuk satuan (liter) akan menunjukkan angka berapa? Berapa hasilnya jika angka tersebut dibulatkan sampai satuan liter terdekat? Bandingkan hasilnya dengan temanmu.



Tips

Untuk membulatkan bilangan sampai satu tempat desimal, perhatikan angka desimal yang ke-2. Adapun untuk membulatkan bilangan sampai dua tempat desimal, perhatikan angka desimal yang ke-3, begitu seterusnya.



Contoh

Taksirlah hasil operasi pada bilangan pecahan berikut.

- $3,23 \times 2,61$
- $15,20 \times 3,14$
- $83,76 : 12,33$
- $311,95 : 26,41$

Penyelesaian:

- $3,23 \times 2,61 \approx 3 \times 3 = 9$
- $15,20 \times 3,14 \approx 15 \times 3 = 45$
- $83,76 : 12,33 \approx 84 : 12 = 7$
- $311,95 : 26,41 \approx 312 : 26 = 12$

3. Bentuk Baku Pecahan

Dalam bidang ilmu pengetahuan alam, sering kali kalian menemukan bilangan-bilangan yang bernilai sangat besar maupun sangat kecil. Hal ini terkadang membuat kalian mengalami kesulitan dalam membaca ataupun menulisnya.

Misalnya sebagai berikut.

- Panjang jari-jari neutron kira-kira
0,000 000 000 000 00137 m.
- Jumlah molekul dalam 18 gram air adalah
602.000.000.000.000.000.000.

Untuk mengatasi kesulitan tersebut, ada cara yang lebih singkat dan lebih mudah, yaitu dengan menggunakan *notasi ilmiah* yang sering disebut penulisan *bentuk baku*. Dalam penulisan bentuk baku, digunakan aturan-aturan seperti pada perpangkatan bilangan. Perhatikan perpangkatan pada bilangan pokok 10 berikut ini.

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 10 \times 10 = 100$$

$$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10.000$$

$$10^6 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1.000.000$$

$$10^0 = 1$$

$$10^{-1} = \frac{1}{10^1} = \frac{1}{10}$$

$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1.000}$$

dan seterusnya.



Diskusi

(Menumbuhkan kreativitas)

Diskusikan dengan temanmu.

Seperti kalian ketahui matematika selalu berhubungan dengan ilmu atau bidang lain. Misalnya dalam ilmu fisika atau biologi yang mempelajari mengenai jarak antara bumi dan matahari atau ukuran dari sebuah sel. Carilah data-data yang berkaitan dengan ilmu fisika atau biologi yang penulisannya menggunakan bentuk baku. Carilah di buku, media massa, atau di internet untuk mendukung kegiatanmu.

Jika dituliskan dalam bentuk baku maka diperoleh

- a. panjang jari-jari neutron = 0,000 000 000 000 00137 m = $1,37 \times 10^{-15}$ m;
- b. jumlah molekul dalam 18 gram air = 602.000.000.000.000.000.000 = $6,02 \times 10^{23}$.

Secara umum, ada dua aturan penulisan bentuk baku suatu bilangan, yaitu bilangan antara 0 sampai dengan 1 dan bilangan yang lebih dari 10 sebagai berikut.

Bentuk baku bilangan lebih dari 10 dinyatakan dengan $a \times 10^n$ dengan $1 \leq a < 10$ dan n bilangan asli.

Bentuk baku bilangan antara 0 sampai dengan 1 dinyatakan dengan $a \times 10^{-n}$ dengan $1 \leq a < 10$ dan n bilangan asli.



Contoh

- 1. Nyatakan bilangan-bilangan berikut dalam bentuk baku.
 - a. 635.000
 - b. 258.637.000
 - c. 0,0328
 - d. 0,00125

Penyelesaian:

- a. $635.000 = 6,35 \times 10^5$
- b. $258.637.000 = 2,58637 \times 10^8$
 $= 2,59 \times 10^8$
(pembulatan sampai 2 tempat desimal)
- c. $0,0328 = \frac{328}{10.000}$
 $= \frac{3,28}{100}$
 $= \frac{3,28}{10^2} = 3,28 \times 10^{-2}$
- d. $0,00125 = \frac{1,25}{1000}$
 $= \frac{1,25}{10^3}$
 $= 1,25 \times 10^{-3}$

- 2. Nyatakan bilangan-bilangan berikut dalam bentuk desimal.
 - a. $3,475 \times 10^5$
 - b. $5,61 \times 10^3$

Penyelesaian:

- a. $3,475 \times 10^5 = 3,475 \times 100.000$
 $= 347.500$
- b. $5,61 \times 10^3 = 5,61 \times 1.000$
 $= 5.610$





Uji Kompetensi 9

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Bulatkan bilangan berikut sampai satu tempat desimal.
 - 2,58
 - 3,64
 - 15,76
 - 55,22
- Bulatkan bilangan berikut sampai dua tempat desimal.
 - 0,356
 - 0,015
 - 4,876
 - 12,264
- Nyatakan pecahan berikut sebagai pecahan desimal, kemudian bulatkan sampai dua tempat desimal.
 - $\frac{4}{7}$
 - $\frac{5}{6}$
 - $\frac{2}{9}$
 - $\frac{2}{17}$
 - $\frac{3}{14}$
 - $\frac{8}{13}$
- Taksirlah hasil operasi bilangan berikut ini.
 - $3,65 \times 7,348$
 - $34,28 \times 2533,2$
 - $89,631 : 14,875$
 - $6143,86 : 256,34$
- Nyatakan bilangan-bilangan berikut dalam bentuk baku dengan pembulatan seperti tertulis dalam kurung.
 - 456.000.000 (1 tempat desimal)
 - 34.568.000 (2 tempat desimal)
 - 0,00127 (1 tempat desimal)
 - 0,00003245 (2 tempat desimal)
- Nyatakan bilangan-bilangan berikut dalam bentuk bilangan bulat atau desimal.
 - $4,17 \times 10^3$
 - $9,263 \times 10^5$
 - $3,386 \times 10^{-2}$
 - $5,494 \times 10^{-4}$



E. MENYELESAIKAN MASALAH SEHARI-HARI YANG BERKAITAN DENGAN PECAHAN



Contoh

Pak Togar seorang karyawan di sebuah perusahaan. Setiap bulan ia menerima gaji Rp840.000,00. Dari gaji tersebut $\frac{1}{3}$ bagian digunakan untuk kebutuhan rumah tangga, $\frac{1}{5}$ bagian untuk membayar pajak,

Penyelesaian:

- a. Upah seluruhnya adalah 1 bagian, sehingga bagian yang

$$\begin{aligned}
 \text{ditabung} &= \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{5} - \frac{1}{4} \right) \text{ bagian} \\
 &= \left(\frac{60}{60} - \frac{20}{60} - \frac{12}{60} - \frac{15}{60} \right) \text{ bagian} \\
 &= \left(\frac{60 - 20 - 12 - 15}{60} \right) \text{ bagian} \\
 &= \frac{13}{60} \text{ bagian dari gaji seluruhnya.}
 \end{aligned}$$

$\frac{1}{4}$ bagian untuk biaya pendidikan anak, dan sisanya ditabung.

- Berapa bagiankah uang Pak Togar yang ditabung?
- Berapa rupiahkah bagian masing-masing kebutuhan?

b. Bagian masing-masing kebutuhan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\text{Kebutuhan rumah tangga} &= \frac{1}{3} \times \text{Rp}840.000,00 \\ &= \text{Rp}280.000,00\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Membayar pajak} &= \frac{1}{5} \times \text{Rp}840.000,00 \\ &= \text{Rp}168.000,00\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Biaya pendidikan anak} &= \frac{1}{4} \times \text{Rp}840.000,00 \\ &= \text{Rp}210.000,00\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Sisa uang yang ditabung} &= \frac{13}{60} \times \text{Rp}840.000,00 \\ &= \text{Rp}182.000,00\end{aligned}$$



Soal Tantangan

Suatu negara membuat sebuah kebijakan ekonomi yang berisi bahwa harga-harga yang naik sebesar 40% akan diturunkan sebesar $28\frac{4}{7}\%$. Bagaimanakah kondisi harga barang mula-mula dengan harga sekarang? Berikan pendapatmu dan buatlah suatu kesimpulan.



Uji Kompetensi 10

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Pada penerimaan siswa baru di sebuah SMP swasta terdapat 6.000 pendaftar dan hanya 75% yang memenuhi kriteria penerimaan. Dari calon siswa yang memenuhi kriteria tersebut hanya $\frac{1}{5}$ bagian yang diterima.
 - Berapa jumlah siswa baru yang memenuhi kriteria penerimaan?
 - Berapa persen siswa baru yang diterima di SMP tersebut?
- Beti memiliki uang sebesar Rp300.000,00. Jumlah uang Toni dan Intan 80% dari uang Beti, sedangkan uang Toni diketahui $\frac{5}{7}$ dari uang Intan. Berapakah besar masing-masing uang Toni dan Intan?



3. Ayah mempunyai uang Rp270.000,00. Kemudian $\frac{8}{9}$ dari uang tersebut dibagikan kepada ketiga anaknya yang masing-masing memperoleh bagian $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{7}$, dan $\frac{15}{28}$ dari uang yang dibagikan. Tentukan jumlah uang yang diterima masing-masing anak.
4. Seorang pengusaha meminjam modal Rp1.000.000,00 di bank dengan bunga tunggal sebesar 2%. Jika ia meminjam dalam jangka waktu 1 tahun, tentukan besarnya pinjaman yang harus dikembalikan tiap bulan.



Rangkuman

1. Pecahan adalah bilangan yang dapat dinyatakan sebagai $\frac{p}{q}$, dengan p, q bilangan bulat dan $q \neq 0$. Bilangan p disebut pembilang dan q disebut penyebut.
2. Pecahan merupakan bilangan yang menggambarkan bagian dari keseluruhan.
3. Pecahan senilai adalah pecahan-pecahan yang bernilai sama.
4. Pecahan senilai diperoleh dengan cara mengalikan atau membagi pembilang dan penyebutnya dengan bilangan yang sama.
5. Suatu pecahan $\frac{p}{q}$, $q \neq 0$ dapat disederhanakan dengan cara membagi pembilang dan penyebut pecahan tersebut dengan faktor persekutuan terbesarnya.
6. Jika penyebut kedua pecahan berbeda, untuk membandingkan pecahan tersebut, nyatakan menjadi pecahan yang senilai, kemudian bandingkan pembilangnya.
7. Pada garis bilangan, pecahan yang lebih besar berada di sebelah kanan, sedangkan pecahan yang lebih kecil berada di sebelah kiri.
8. Di antara dua pecahan yang berbeda selalu dapat ditemukan pecahan yang nilainya di antara dua pecahan tersebut.
9. Setiap bilangan bulat p, q dapat dinyatakan dalam bentuk pecahan $\frac{p}{q}$, di mana p merupakan kelipatan dari q , $q \neq 0$.

10. Bentuk pecahan campuran $p\frac{q}{r}$ dengan $r \neq 0$ dapat dinyatakan dalam bentuk pecahan biasa $\frac{p \times r + q}{r}$.

11. Untuk mengubah bentuk pecahan ke bentuk persen dapat dilakukan dengan cara mengubah pecahan semula menjadi pecahan senilai dengan penyebut 100.

Jika hal itu sulit dilakukan maka dapat dilakukan dengan cara mengalikan pecahan tersebut dengan 100%.

12. Untuk menentukan hasil penjumlahan atau pengurangan dua pecahan, samakan penyebut kedua pecahan tersebut, yaitu dengan cara mencari KPK dari penyebut-penyebutnya, kemudian baru dijumlahkan atau dikurangkan pembilangnya.

13. Untuk menentukan hasil perkalian dua pecahan dilakukan dengan cara mengalikan pembilang dengan pembilang dan penyebut dengan penyebut.

14. Invers perkalian dari pecahan $\frac{p}{q}$ adalah $\frac{q}{p}$ atau invers perkalian dari $\frac{q}{p}$ adalah $\frac{p}{q}$.

15. Suatu bilangan jika dikalikan dengan invers perkaliannya hasilnya sama dengan 1.

16. Untuk sebarang pecahan $\frac{p}{q}$ dan $\frac{r}{s}$ dengan $q \neq 0, r \neq 0, s \neq 0$ berlaku $\frac{p}{q} : \frac{r}{s} = \frac{p}{q} \times \frac{s}{r}$.

17. Untuk sebarang bilangan bulat p dan $p, q \neq 0$ dan m bilangan bulat positif berlaku $\left(\frac{p}{q}\right)^m = \underbrace{\frac{p}{q} \times \frac{p}{q} \times \dots \times \frac{p}{q}}_{m \text{ faktor}}$.

Bilangan pecahan $\frac{p}{q}$ disebut sebagai bilangan pokok.

18. Untuk sebarang bilangan bulat p, q dengan $q \neq 0$ dan m, n bilangan bulat positif berlaku sifat-sifat berikut.

a. $\left(\frac{p}{q}\right)^m = \frac{p^m}{q^m}$

b. $\left(\frac{p}{q}\right)^m \times \left(\frac{p}{q}\right)^n = \left(\frac{p}{q}\right)^{m+n}$



$$c. \left(\frac{p}{q}\right)^m : \left(\frac{p}{q}\right)^n = \left(\frac{p}{q}\right)^{m-n}$$

$$d. \left(\left(\frac{p}{q}\right)^m\right)^n = \left(\frac{p}{q}\right)^{m \times n}$$

19. Penjumlahan dan pengurangan pecahan desimal dilakukan pada masing-masing nilai tempat dengan cara bersusun. Urutkan angka-angka ratusan, puluhan, satuan, persepuluhan, perseratusan dan seterusnya dalam satu kolom.
20. Hasil kali bilangan desimal dengan bilangan desimal diperoleh dengan cara mengalikan bilangan tersebut seperti mengalikan bilangan bulat. Banyak desimal hasil kali bilangan-bilangan desimal diperoleh dengan menjumlahkan banyak tempat desimal dari pengali-pengalinya.
21. Bentuk baku bilangan lebih dari 10 dinyatakan dengan $a \times 10^n$ dengan $1 \leq a < 10$ dan n bilangan asli.
22. Bentuk baku bilangan antara 0 sampai dengan 1 dinyatakan dengan $a \times 10^{-n}$ dengan $1 \leq a < 10$ dan n bilangan asli.



Refleksi

Setelah mempelajari mengenai *Pecahan*, materi manakah yang menarik bagimu? Mengapa? Kemukakan pendapatmu di depan kelas.

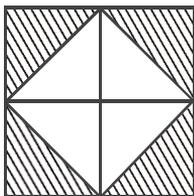


Evaluasi 2

Kerjakan di buku tugasmu.

A. Pilihlah salah satu jawaban yang tepat.

1.



a. $\frac{5}{8}$

c. $\frac{1}{2}$

b. $\frac{5}{4}$

d. $\frac{9}{5}$

Daerah arsiran pada gambar di atas menunjukkan pecahan

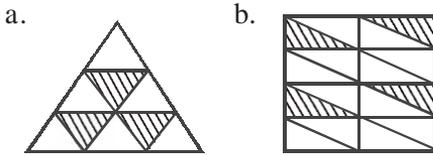


2. Di antara pecahan berikut yang senilai dengan pecahan $\frac{18}{30}$ adalah
- a. $\frac{9}{15}$ c. $\frac{10}{6}$
b. $\frac{4}{10}$ d. $\frac{4}{6}$
3. Bentuk sederhana dari $\frac{86}{129}$ adalah
- a. $\frac{1}{2}$ c. $\frac{3}{4}$
b. $\frac{2}{3}$ d. $\frac{4}{5}$
4. Tiga buah pecahan yang terletak di antara $\frac{3}{8}$ dan $\frac{1}{4}$ adalah
- a. $\frac{5}{16}$, $\frac{6}{16}$, dan $\frac{7}{16}$
b. $\frac{9}{32}$, $\frac{10}{32}$, dan $\frac{11}{32}$
c. $\frac{4}{16}$, $\frac{5}{16}$, dan $\frac{6}{16}$
d. $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{8}$, dan $\frac{4}{8}$
5. Pernyataan di bawah ini benar, kecuali
- a. $\frac{3}{8} = 0,375$
b. $\frac{2}{3} = 66\frac{2}{3}\%$
c. invers dari $\frac{5}{8}$ adalah $\frac{8}{5}$
d. $2\frac{2}{3} = 50\%$
6. Hasil dari $11\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} - 3\frac{1}{4}$ adalah
- a. $11\frac{9}{12}$ c. $10\frac{7}{12}$
b. $11\frac{5}{12}$ d. $12\frac{5}{12}$
7. Hasil dari $\left(2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{3}\right) : 3\frac{1}{3}$ adalah
- a. $\frac{11}{40}$ c. $1\frac{2}{40}$
b. $1\frac{1}{40}$ d. $2\frac{1}{40}$
8. Nilai dari $23,51 + 8,76 - 3,44$ adalah
- a. 23,38 c. 28,38
b. 28,83 d. 82,83
9. Hasil dari $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 \times \left(-\frac{3}{4}\right)^3 = \dots$
- a. $-\frac{27}{256}$ c. $-\frac{243}{1.024}$
b. $\frac{81}{1.024}$ d. $\frac{243}{1.024}$
10. Bentuk baku dari 0,000256 adalah
- a. $2,56 \times 10^{-4}$ c. $25,6 \times 10^2$
b. $2,56 \times 10^{-3}$ d. $2,56 \times 10^{-2}$



B. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan singkat dan tepat.

1. Tulislah pecahan yang sesuai dengan daerah yang diarsir pada gambar berikut. Kemudian masing-masing nyatakan dalam bentuk desimal dan persen.



2. Selesaikan operasi hitung berikut.

a. $\left(3\frac{2}{3} : 1\frac{1}{2}\right) \times \left(2\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3}\right)$

b. $\left(-\frac{2}{5} + \frac{11}{13}\right) \times 2\frac{1}{2}$

c. $\left(-\frac{1}{12}\right) \times \left(\frac{6}{15} : \frac{1}{6}\right)$

d. $-10\frac{2}{3} + 5\frac{5}{6} - 2\frac{1}{4}$

3. Selesaikan operasi hitung berikut.

a. $0,37 + 4,45 - 0,26$

b. $63,5 - 3,81 + 2,4$

c. $18,4 \times 0,3$

d. $92,6 : 0,4$

4. Ubahlah pecahan berikut dalam bentuk desimal, kemudian bulatkan sampai tiga tempat desimal.

a. $\frac{2}{9}$ c. $\frac{9}{17}$

b. $\frac{11}{13}$ d. $\frac{5}{12}$

5. Tulislah bilangan-bilangan berikut dalam bentuk baku dengan pembulatan sampai satu tempat desimal.

a. 748.300.000

b. 0,00000124

c. 9.346.000.000

d. 0,0000008476



BAB 3

OPERASI HITUNG BENTUK ALJABAR



Sumber: *Ensiklopedi Umum untuk Pelajaran*, 2005

Pada arena balap mobil, sebuah mobil balap mampu melaju dengan kecepatan $(3x + 10)$ km/jam selama 0,5 jam. Berapakah kecepatannya jika jarak yang ditempuh mobil tersebut 200 km?

Tujuan pembelajaranmu pada bab ini adalah:

- ❖ dapat menjelaskan pengertian variabel, konstanta, faktor, suku, dan suku sejenis;
- ❖ dapat melakukan operasi hitung tambah, kurang, kali, bagi, dan pangkat pada bentuk aljabar;
- ❖ dapat menerapkan operasi hitung pada bentuk aljabar untuk menyelesaikan soal;

Kata-Kata Kunci:

- ❖ variabel dan konstanta
- ❖ faktor dan suku
- ❖ operasi hitung bentuk aljabar
- ❖ pecahan bentuk aljabar



Al-Khwarizmi

Sumber: *Ensiklopedi Matematika dan Peradaban Manusia*, 2003

Kata aljabar (*aljabr*) diambil dari judul buku *Hisab al Jabr Wa'l Muqabalah* (Perhitungan dengan Restorasi dan Reduksi), karya seorang ahli matematika Arab, Muhammad Al-Khwarizmi (780–850 M). Aljabar menjadi salah satu cabang ilmu matematika yang sangat bermanfaat dalam ilmu ekonomi dan ilmu sosial lainnya. Nanti pada bab selanjutnya, kalian akan mempelajari penerapan aljabar dalam kegiatan ekonomi.



A. BENTUK ALJABAR DAN UNSUR-UNSURNYA

Perhatikan ilustrasi berikut.

Banyak boneka Rika 5 lebihnya dari boneka Desy. Jika banyak boneka Desy dinyatakan dengan x maka banyak boneka Rika dinyatakan dengan $x + 5$. Jika boneka Desy sebanyak 4 buah maka boneka Rika sebanyak 9 buah.

Bentuk seperti $(x + 5)$ disebut *bentuk aljabar*.

Bentuk aljabar adalah suatu bentuk matematika yang dalam penyajiannya memuat huruf-huruf untuk mewakili bilangan yang belum diketahui.

Bentuk aljabar dapat dimanfaatkan untuk menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Hal-hal yang tidak diketahui seperti banyaknya bahan bakar minyak yang dibutuhkan sebuah bis dalam tiap minggu, jarak yang ditempuh dalam waktu tertentu, atau banyaknya makanan ternak yang dibutuhkan dalam 3 hari, dapat dicari dengan menggunakan aljabar.

Contoh bentuk aljabar yang lain seperti $2x, -3p, 4y + 5, 2x^2 - 3x + 7, (x + 1)(x - 5)$, dan $-5x(x - 1)(2x + 3)$. Huruf-huruf x, p , dan y pada bentuk aljabar tersebut disebut *variabel*.

Selanjutnya, pada suatu bentuk aljabar terdapat unsur-unsur aljabar, meliputi variabel, konstanta, faktor, suku sejenis, dan suku tak sejenis.

Agar kalian lebih jelas mengenai unsur-unsur pada bentuk aljabar, pelajarilah uraian berikut.

1. Variabel, Konstanta, dan Faktor

Perhatikan bentuk aljabar $5x + 3y + 8x - 6y + 9$.

Pada bentuk aljabar tersebut, huruf x dan y disebut *variabel*.

Variabel adalah lambang pengganti suatu bilangan yang belum diketahui nilainya dengan jelas.

Variabel disebut juga peubah. Variabel biasanya dilambangkan dengan huruf kecil a, b, c, \dots, z .

Adapun bilangan 9 pada bentuk aljabar di atas disebut konstanta.

Konstanta adalah suku dari suatu bentuk aljabar yang berupa bilangan dan tidak memuat variabel.

Jika suatu bilangan a dapat diubah menjadi $a = p \times q$ dengan a, p, q bilangan bulat, maka p dan q disebut faktor-faktor dari a .

Pada bentuk aljabar di atas, $5x$ dapat diuraikan sebagai $5x = 5 \times x$ atau $5x = 1 \times 5x$. Jadi, faktor-faktor dari $5x$ adalah 1, 5, x , dan $5x$.

Adapun yang dimaksud koefisien adalah faktor konstanta dari suatu suku pada bentuk aljabar.

Perhatikan koefisien masing-masing suku pada bentuk aljabar $5x + 3y + 8x - 6y + 9$. Koefisien pada suku $5x$ adalah 5, pada suku $3y$ adalah 3, pada suku $8x$ adalah 8, dan pada suku $-6y$ adalah -6 .

2. Suku Sejenis dan Suku Tak Sejenis

- a) *Suku* adalah variabel beserta koefisiennya atau konstanta pada bentuk aljabar yang dipisahkan oleh operasi jumlah atau selisih.

Suku-suku sejenis adalah suku yang memiliki variabel dan pangkat dari masing-masing variabel yang sama.

Contoh: $5x$ dan $-2x$, $3a^2$ dan a^2 , y dan $4y$, ...

Suku tak sejenis adalah suku yang memiliki variabel dan pangkat dari masing-masing variabel yang tidak sama.

Contoh: $2x$ dan $-3x^2$, $-y$ dan $-x^3$, $5x$ dan $-2y$, ...

- b) *Suku satu* adalah bentuk aljabar yang tidak dihubungkan oleh operasi jumlah atau selisih.

Contoh: $3x$, $2a^2$, $-4xy$, ...

- c) *Suku dua* adalah bentuk aljabar yang dihubungkan oleh satu operasi jumlah atau selisih.

Contoh: $2x + 3$, $a^2 - 4$, $3x^2 - 4x$, ...

- d) *Suku tiga* adalah bentuk aljabar yang dihubungkan oleh dua operasi jumlah atau selisih.

Contoh: $2x^2 - x + 1$, $3x + y - xy$, ...

Bentuk aljabar yang mempunyai lebih dari dua suku disebut *suku banyak*.

Catatan:

Bentuk aljabar suku dua disebut juga *binom*, bentuk aljabar suku tiga disebut *trinom*, sedangkan bentuk aljabar suku banyak disebut *polinom*. Di kelas IX nanti, kalian akan mempelajari pemfaktoran pada bentuk aljabar suku dua.



(Menumbuhkan kreativitas)

Buatlah sebarang bentuk aljabar. Mintalah temanmu untuk menunjukkan unsur-unsur aljabar dari bentuk aljabar tersebut. Lakukan hal ini bergantian dengan teman sebangkumu.



Contoh

Tentukan koefisien dari x^2 dan faktor dari masing-masing bentuk aljabar berikut.

- $7x^2$
- $3x^2 + 5$
- $2x^2 + 4x - 3$

Penyelesaian:

a. $7x^2 = 7 \times x \times x$

Koefisien dari x^2 adalah 7.

Faktor dari $7x^2$ adalah 1, 7, x , x^2 , $7x$, dan $7x^2$.

b. $3x^2 + 5 = 3 \times x \times x + 5 \times 1$

Koefisien dari x^2 adalah 3.

Faktor dari $3x^2$ adalah 1, 3, x , x^2 , $3x$, dan $3x^2$.

Faktor dari 5 adalah 1 dan 5.

c. $2x^2 + 4x - 3 = 2 \times x \times x + 4 \times x - 3 \times 1$

Koefisien dari $2x^2$ adalah 2.

Faktor dari $2x^2$ adalah 1, 2, x , x^2 , dan $2x$.

Koefisien dari $4x$ adalah 4.

Faktor dari $4x$ adalah 1, 4, x , dan $4x$.

Faktor dari -3 adalah -3 , -1 , 1, dan 3.



Uji Kompetensi 1

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Tulislah setiap kalimat berikut dengan menggunakan variabel x dan y .
 - Suatu bilangan jika dikalikan 2, kemudian dikurangi 3 menghasilkan bilangan 5.
 - Empat lebihnya dari keliling suatu persegi adalah 16 cm^2 .
 - Selisih umur Bella dan Awang adalah 5 tahun, sedangkan jumlah umur mereka 15 tahun.
 - Kuadrat suatu bilangan jika ditambah 1 menghasilkan bilangan 50.
- Tentukan koefisien x dari bentuk aljabar berikut.
 - $3 - 2x$
 - $x^2 - 2xy + x^2 + 3$
 - $4x^2 - 5x + 6$
 - $\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$
 - $x^3 + 4x^2 + x - 3$
- Tentukan konstanta dari bentuk aljabar berikut.
 - $5x - 3$
 - $2y^2 + y - 5$
 - $(3x + 5)^2$
 - $3xy + 2x - y + 1$
 - $4 - 3x + 5x^2$

4. Tentukan suku-suku yang sejenis dan tidak sejenis pada bentuk aljabar berikut.
- $3m - 2n + 9m + 15n - 6$
 - $9a^2 - 3ab + 4a + 6ab - 18a$
 - $5x^2 + 6xy - 8y^2 - 2xy + 9y^2$
 - $8p^2q^2 - p^2q + 12pq + 5pq + 3p^2q$
 - $5y^2 - 3y + 4y^2 + x^2 - y^2 + y - 1$
5. Termasuk suku berapakah bentuk aljabar berikut?
- $-2x$
 - $4x^2 - 3$
 - $y^2 - x^2$
 - $a^2 - 2ab + b^2$
 - $\frac{3}{2}x^2 - x + 4$



Tips

Ingat bahwa untuk sebarang bilangan bulat a dan b , berlaku

- $a \times b = ab$
- $a \times (-b) = -ab$
- $(-a) \times b = -ab$
- $(-a) \times (-b) = ab$



B. OPERASI HITUNG PADA BENTUK ALJABAR

1. Penjumlahan dan Pengurangan Bentuk Aljabar

Pada bentuk aljabar, operasi penjumlahan dan pengurangan hanya dapat dilakukan pada suku-suku yang sejenis. Jumlahkan atau kurangkan koefisien pada suku-suku yang sejenis.



Contoh

Tentukan hasil penjumlahan dan pengurangan bentuk aljabar berikut.

- $-4ax + 7ax$
- $(2x^2 - 3x + 2) + (4x^2 - 5x + 1)$
- $(3a^2 + 5) - (4a^2 - 3a + 2)$

Penyelesaian:

- $$\begin{aligned} -4ax + 7ax &= (-4 + 7)ax \\ &= 3ax \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} (2x^2 - 3x + 2) + (4x^2 - 5x + 1) &= 2x^2 - 3x + 2 + 4x^2 - 5x + 1 \\ &= 2x^2 + 4x^2 - 3x - 5x + 2 + 1 \\ &= (2 + 4)x^2 + (-3 - 5)x + (2 + 1) \text{ (kelompokkan suku-suku sejenis)} \\ &= 6x^2 - 8x + 3 \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} (3a^2 + 5) - (4a^2 - 3a + 2) &= 3a^2 + 5 - 4a^2 + 3a - 2 \\ &= 3a^2 - 4a^2 + 3a + 5 - 2 \\ &= (3 - 4)a^2 + 3a + (5 - 2) \\ &= -a^2 + 3a + 3 \end{aligned}$$





Soal Tantangan

Panjang sisi miring segitiga siku-siku adalah $(2x + 1)$ cm, sedangkan panjang sisi siku-sikunya $(3x - 2)$ cm dan $(4x - 5)$ cm. Tentukan luas segitiga tersebut.



Contoh

Jabarkan bentuk aljabar berikut, kemudian sederhanakanlah.

- $4(p + q)$
- $5(ax + by)$
- $3(x - 2) + 6(7x + 1)$
- $-8(2x - y + 3z)$



Diskusi

(Berpikir kritis)

Diskusikan dengan temanmu. Dengan memanfaatkan sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan dan sifat distributif perkalian terhadap pengurangan, buktikan perkalian bentuk aljabar berikut.

$$(ax + b)(ax - b) = a^2x^2 - b^2$$

$$(ax + b)^2 = a^2x^2 + 2abx + b^2$$

$$(ax - b)^2 = a^2x^2 - 2abx + b^2$$

2. Perkalian

Perlu kalian ingat kembali bahwa pada perkalian bilangan bulat berlaku sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan, yaitu $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$ dan sifat distributif perkalian terhadap pengurangan, yaitu $a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)$, untuk setiap bilangan bulat a, b , dan c . Sifat ini juga berlaku pada perkalian bentuk aljabar.

a. Perkalian antara konstanta dengan bentuk aljabar

Perkalian suatu bilangan konstanta k dengan bentuk aljabar suku satu dan suku dua dinyatakan sebagai berikut.

$$k(ax) = kax$$

$$k(ax + b) = kax + kb$$

Penyelesaian:

$$a. \quad 4(p + q) = 4p + 4q$$

$$b. \quad 5(ax + by) = 5ax + 5by$$

$$c. \quad 3(x - 2) + 6(7x + 1) = 3x - 6 + 42x + 6 \\ = (3 + 42)x - 6 + 6 \\ = 45x$$

$$d. \quad -8(2x - y + 3z) = -16x + 8y - 24z$$

b. Perkalian antara dua bentuk aljabar

Sebagaimana perkalian suatu konstanta dengan bentuk aljabar, untuk menentukan hasil kali antara dua bentuk aljabar kita dapat memanfaatkan sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan dan sifat distributif perkalian terhadap pengurangan.

Selain dengan cara tersebut, untuk menentukan hasil kali antara dua bentuk aljabar, dapat menggunakan cara sebagai berikut.

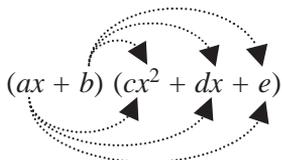
Perhatikan perkalian antara bentuk aljabar suku dua dengan suku dua berikut.

$$(ax + b)(cx + d) = ax \times cx + ax \times d + b \times cx + b \times d \\ = acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

Selain dengan cara skema seperti di atas, untuk mengalikan bentuk aljabar suku dua dengan suku dua dapat digunakan sifat distributif seperti uraian berikut.

$$\begin{aligned}(ax + b)(cx + d) &= ax(cx + d) + b(cx + d) \\ &= ax \times cx + ax \times d + b \times cx + b \times d \\ &= acx^2 + adx + bcx + bd \\ &= acx^2 + (ad + bc)x + bd\end{aligned}$$

Adapun pada perkalian bentuk aljabar suku dua dengan suku tiga berlaku sebagai berikut.



$$\begin{aligned}&= ax \times cx^2 + ax \times dx + ax \times e + b \times cx^2 + b \times dx + b \times e \\ &= acx^3 + adx^2 + aex + bcx^2 + bdx + be \\ &= acx^3 + (ad + bc)x^2 + (ae + bd)x + be\end{aligned}$$

Tugas Mandiri

(Berpikir kritis)

Coba jabarkan perkalian bentuk aljabar $(ax + b)(cx^2 + dx + e)$ dengan menggunakan sifat distributif. Bandingkan hasilnya dengan uraian di samping.



Contoh

Tentukan hasil perkalian bentuk aljabar berikut dalam bentuk jumlah atau selisih.

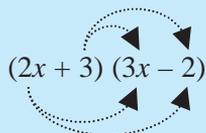
1. $(2x + 3)(3x - 2)$
2. $(-4a + b)(4a + 2b)$
3. $(2x - 1)(x^2 - 2x + 4)$
4. $(x + 2)(x - 2)$

Penyelesaian:

1. Cara (1) dengan sifat distributif.

$$\begin{aligned}(2x + 3)(3x - 2) &= 2x(3x - 2) + 3(3x - 2) \\ &= 6x^2 - 4x + 9x - 6 \\ &= 6x^2 + 5x - 6\end{aligned}$$

Cara (2) dengan skema.



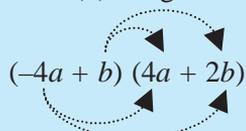
$$\begin{aligned}&= 2x \times 3x + 2x \times (-2) + 3 \times 3x + 3 \times (-2) \\ &= 6x^2 - 4x + 9x - 6 \\ &= 6x^2 + 5x - 6\end{aligned}$$

2. Cara (1) dengan sifat distributif.

$$\begin{aligned}(-4a + b)(4a + 2b) &= -4a(4a + 2b) + b(4a + 2b) \\ &= -16a^2 - 8ab + 4ab + 2b^2 \\ &= -16a^2 - 4ab + 2b^2\end{aligned}$$



Cara (2) dengan skema.

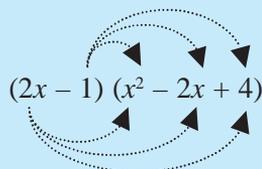
$$(-4a + b)(4a + 2b)$$


$$\begin{aligned} &= (-4a) \times 4a + (-4a) \times 2b + b \times 4a + b \times 2b \\ &= -16a^2 - 8ab + 4ab + 2b^2 \\ &= -16a^2 - 4ab + 2b^2 \end{aligned}$$

3. Cara (1) dengan sifat distributif.

$$\begin{aligned} &(2x - 1)(x^2 - 2x + 4) \\ &= 2x(x^2 - 2x + 4) - 1(x^2 - 2x + 4) \\ &= 2x^3 - 4x^2 + 8x - x^2 + 2x - 4 \\ &= 2x^3 - 4x^2 - x^2 + 8x + 2x - 4 \\ &= 2x^3 - 5x^2 + 10x - 4 \end{aligned}$$

Cara (2) dengan skema.

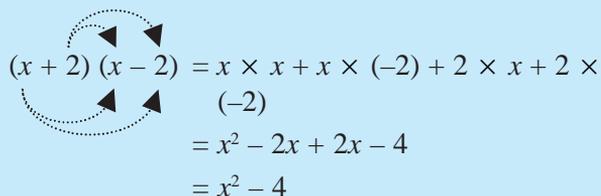
$$(2x - 1)(x^2 - 2x + 4)$$


$$\begin{aligned} &= 2x \times x^2 + 2x \times (-2x) + 2x \times 4 + (-1) \times x^2 + (-1) \\ &\quad \times (-2x) + (-1) \cdot 4 \\ &= 2x^3 - 4x^2 + 8x - x^2 + 2x - 4 \\ &= 2x^3 - 4x^2 - x^2 + 8x + 2x - 4 \\ &= 2x^3 - 5x^2 + 10x - 4 \end{aligned}$$

4. Cara (1) dengan sifat distributif.

$$\begin{aligned} (x + 2)(x - 2) &= x(x - 2) + 2(x - 2) \\ &= x^2 - 2x + 2x - 4 \\ &= x^2 - 4 \end{aligned}$$

Cara (2) dengan skema.

$$\begin{aligned} (x + 2)(x - 2) &= x \times x + x \times (-2) + 2 \times x + 2 \times \\ &\quad (-2) \\ &= x^2 - 2x + 2x - 4 \\ &= x^2 - 4 \end{aligned}$$


Menyatakan bentuk perkalian menjadi bentuk penjumlahan seperti tersebut di atas disebut *menjabarkan* atau *menguraikan*.

Amatilah contoh soal nomor 4 di atas. Apakah kalian sepakat bahwa secara umum bentuk perkalian $(x + a)(x - a) = x^2 - a^2$? Diskusikan hal ini dengan temanmu.



Uji Kompetensi 2

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Sederhanakanlah bentuk-bentuk aljabar berikut.
 - $8p - 3 + (-3p) + 8$
 - $9m + 4mn + (-12m) - 7mn$
 - $2a^2 + 3ab - 7 - 5a^2 + 2ab - 4$
 - $4x^2 - 3xy + 7y - 5x^2 + 2xy - 4y$
 - $-4p^2 + 3pq - 2 - 6p^2 + 8pq - 3$
 - $12kl - 20mn - 5kl - 3mn$
- Sederhanakanlah bentuk-bentuk aljabar berikut.
 - $4m - 5 - 6m + 8$
 - $9p^2 - 4pq - q^2 - 4p^2 + 5pq - 3q^2$
 - $2(-8a - 3b) - 4a + 9b$
 - $12x^3 - 9x^2 - 8 - 15x^3 + 7x^2 + 5$
 - $-3(4k^2l + 3kl^2) + 2(-9k^2l - 4kl^2)$
 - $5(3m^3 - 5m^2 + m) - 2(m^3 + 4m^2 - 9m)$
- Nyatakan hasil perkalian bentuk aljabar berikut sebagai jumlah atau selisih.
 - $-3(a - 2b + 5)$
 - $xy(x^2 - 4)$
 - $\frac{1}{2}(2x + 6)$
 - $2(x + 3)$
 - $-3(2a + 5)$
 - $-p(p^2 - 3)$
- Nyatakan bentuk aljabar berikut sebagai perkalian konstanta dengan bentuk aljabar.
 - $5x - 15y$
 - $-2p + q - 3r$
 - $3x^2 + 9xy - 18xy^2$
 - $-4p + 8r^2$
- Tentukan hasil penjabaran bentuk aljabar berikut ini.
 - $(x + 2)(x - 3)$
 - $(2x - 3)(x + 4)$
 - $(4k + 1)^2$
 - $(3m + 2n)(3m - 2n)$
 - $(3 - a)(5 + a)$
 - $(2 + a)(a^2 - 2a + 1)$

3. Perpangkatan

Coba kalian ingat kembali operasi perpangkatan pada bilangan bulat. Operasi perpangkatan diartikan sebagai perkalian berulang dengan bilangan yang sama. Jadi, untuk sebarang bilangan bulat a , berlaku

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}}$$

Hal ini juga berlaku pada perpangkatan bentuk aljabar.



Soal Tantangan

Jumlah dua buah bilangan adalah 35. Jika bilangan kedua adalah lima lebihnya dari bilangan pertama, tentukan hasil kali kedua bilangan itu.





Contoh

Tentukan hasil perpangkatan bentuk aljabar berikut.

- $(2p)^2$
- $-(3x^2yz^3)^3$
- $(-3p^2q)^2$

Penyelesaian:

- $(2p)^2 = (2p) \times (2p)$
 $= 4p^2$
- $-(3x^2yz^3)^3 = -27x^6y^3z^9$
- $(-3p^2q)^2 = 9p^4q^2$

Pada perpangkatan bentuk aljabar suku dua, koefisien tiap suku ditentukan menurut segitiga Pascal.

Misalkan kita akan menentukan pola koefisien pada penjabaran bentuk aljabar suku dua $(a + b)^n$, dengan n bilangan asli.

Perhatikan uraian berikut.

$$(a + b)^1 = a + b \quad \rightarrow \text{koefisiennya } 1 \quad 1$$

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= (a + b)(a + b) \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \quad \rightarrow \text{koefisiennya } 1 \quad 2 \quad 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a + b)^3 &= (a + b)(a + b)^2 \\ &= (a + b)(a^2 + 2ab + b^2) \\ &= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad \rightarrow \text{koefisiennya } 1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 \end{aligned}$$

dan seterusnya

Adapun pangkat dari a (unsur pertama) pada $(a + b)^n$ dimulai dari a^n kemudian berkurang satu demi satu dan terakhir a^1 pada suku ke- n . Sebaliknya, pangkat dari b (unsur kedua) dimulai dengan b^1 pada suku ke-2 lalu bertambah satu demi satu dan terakhir b^n pada suku ke- $(n + 1)$.

Perhatikan pola koefisien yang terbentuk dari penjabaran bentuk aljabar $(a + b)^n$ di atas. Pola koefisien tersebut ditentukan menurut segitiga Pascal berikut.

$$\begin{array}{l} (a + b)^0 \longrightarrow 1 \\ (a + b)^1 \longrightarrow 1 \quad 1 \\ (a + b)^2 \longrightarrow 1 \quad 2 \quad 1 \\ (a + b)^3 \longrightarrow 1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 \\ (a + b)^4 \longrightarrow 1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \\ (a + b)^5 \longrightarrow 1 \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad 5 \quad 1 \\ (a + b)^6 \longrightarrow 1 \quad 6 \quad 15 \quad 20 \quad 15 \quad 6 \quad 1 \end{array}$$



Diskusi

(Menumbuhkan inovasi)

Jabarkan bentuk aljabar suku dua $(a + b)^n$ dengan $7 \leq n \leq 10$. Tentukan pola koefisien yang terbentuk. Kemudian, tuliskan pola koefisien tersebut dalam segitiga Pascal. Diskusikan hal ini dengan temanmu. Ceritakan hasilnya secara singkat di depan kelas.



Tugas Mandiri

(Berpikir kritis)

Pada bentuk aljabar berikut, tentukan koefisien dari

- x^2 pada $(2x - 5)^2$;
- x^5 pada $(x - 3)^5$;
- x^3y pada $(3x + 2y)^4$;
- x^2y^2 pada $(x + 2y)^4$;
- a^3 pada $(4 - 2a)^4$.

Pada segitiga Pascal tersebut, bilangan yang berada di bawahnya diperoleh dari penjumlahan bilangan yang berdekatan yang berada di atasnya.



Contoh

Jabarkan bentuk aljabar berikut.

- $(3x + 5)^2$
- $(2x - 3y)^2$
- $(x + 3y)^3$
- $(a - 4)^4$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{a. } (3x + 5)^2 &= 1(3x)^2 + 2 \times 3x \times 5 + 1 \times 5^2 \\ &= 9x^2 + 30x + 25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } (2x - 3y)^2 &= 1(2x)^2 + 2(2x)(-3y) + 1 \times (-3y)^2 \\ &= 4x^2 - 12xy + 9y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } (x + 3y)^3 &= 1x^3 + 3 \times x^2 \times (3y)^1 + 3 \times x \times (3y)^2 + 1 \times (3y)^3 \\ &= x^3 + 9x^2y + 27xy^2 + 27y^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } (a - 4)^4 &= 1a^4 + 4 \times a^3 \times (-4)^1 + 6 \times a^2 \times (-4)^2 + 4 \times a \times (-4)^3 + 1 \times (-4)^4 \\ &= a^4 - 16 \times a^3 + 6a^2 \times 16 + 4a \times (-64) + 1 \times 256 \\ &= a^4 - 16a^3 + 96a^2 - 256a + 256 \end{aligned}$$

4. Pembagian

Hasil bagi dua bentuk aljabar dapat kalian peroleh dengan menentukan terlebih dahulu faktor sekutu masing-masing bentuk aljabar tersebut, kemudian melakukan pembagian pada pembilang dan penyebutnya.



Contoh

Sederhanakanlah pembagian bentuk aljabar berikut.

- $3xy : 2y$
- $6a^3b^2 : 3a^2b$
- $x^3y : (x^2y^2 : xy)$
- $(24p^2q + 18pq^2) : 3pq$

Penyelesaian:

$$1. \frac{3\cancel{x}y}{2\cancel{y}} = \frac{3}{2}x \quad (\text{faktor sekutu } y)$$

$$\begin{aligned} 2. \quad 6a^3b^2 : 3a^2b &= \frac{6a^3b^2}{3a^2b} \\ &= \frac{3\cancel{a}^2b \times 2ab}{3\cancel{a}^2b} \quad (\text{faktor sekutu } 3a^2b) \\ &= 2ab \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 3. \quad x^3y : (x^2y^2 : xy) &= x^3y : \left(\frac{x^2y^2}{xy} \right) \\
 &= x^3y : \left(\frac{\cancel{x}y \times xy}{\cancel{xy}} \right) \\
 &= x^3y : xy = \frac{x^3y}{xy} = \frac{xy \times x^2}{xy} = x^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad (24p^2q + 18pq^2) : 3pq &= \frac{24p^2q + 18pq^2}{3pq} \\
 &= \frac{6pq(4p + 3q)}{3pq} \\
 &= 2(4p + 3q)
 \end{aligned}$$



Uji Kompetensi 3

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Tentukan hasil perpangkatan bentuk aljabar berikut.
 - $(2a)^2$
 - $(3xy)^3$
 - $(-2ab)^4$
 - $(4a^2b^2)^2$
 - $-3(x^2y)^3$
 - $-(2pq)^4$
 - $\frac{1}{2}(2xy)^2$
 - $a(ab^2)^3$
- Jabarkan perpangkatan bentuk aljabar berikut.
 - $(x + 2)^2$
 - $3(2x - 1)^3$
 - $2(3p + q)^4$
 - $-3(-x - y)^3$
 - $(4x - 2y)^3$
 - $5(3a + 2)^4$
 - $(y + 1)^5$
 - $(-2x - 3y)^3$
- Tentukan koefisien $(a + b)^n$ pada suku yang diberikan.
 - Suku ke-2 pada $(2a - 3)^4$.
 - Suku ke-3 pada $(x + 2y)^3$.
 - Suku ke-4 pada $(a - 3b)^4$.
 - Suku ke-5 pada $(2x + 3)^5$.
- Sederhanakan bentuk aljabar berikut.
 - $16p^2 : 4p$
 - $6a^6b^2 : a^3b$
 - $3x^2y^5 : x^2y^2 : xy^2$
 - $15p^4q^5r^3 : (6p^2qr^3 : 2pqr)$
 - $(2a^2bc^2 + 8a^3b^2c^3) : 2abc$
 - $(p^3qr^2 + p^2q^2r^3 - p^5q^3r^2) : p^2qr^2$

5. Substitusi pada Bentuk Aljabar

Nilai suatu bentuk aljabar dapat ditentukan dengan cara menyubstitusikan sebarang bilangan pada variabel-variabel bentuk aljabar tersebut.



Contoh

1. Jika $m = 3$, tentukan nilai dari $5 - 2m$.
2. Jika $x = -4$ dan $y = 3$, tentukan nilai dari $2x^2 - xy + 3y^2$.

Penyelesaian:

Substitusi nilai $m = 3$ pada $5 - 2m$, maka diperoleh

$$\begin{aligned} 5 - 2m &= 5 - 2(3) \\ &= 5 - 6 \\ &= -1 \end{aligned}$$

Penyelesaian:

Substitusi $x = -4$ dan $y = 3$, sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} 2x^2 - xy + 3y^2 &= 2(-4)^2 - (-4)(3) + 3(3)^2 \\ &= 2(16) - (-12) + 3(9) \\ &= 32 + 12 + 27 \\ &= 71 \end{aligned}$$

6. Menentukan KPK dan FPB Bentuk Aljabar

Coba kalian ingat kembali cara menentukan KPK dan FPB dari dua atau lebih bilangan bulat. Hal itu juga berlaku pada bentuk aljabar. Untuk menentukan KPK dan FPB dari bentuk aljabar dapat dilakukan dengan menyatakan bentuk-bentuk aljabar tersebut menjadi perkalian faktor-faktor primanya.

Perhatikan contoh berikut.



Contoh

Tentukan KPK dan FPB dari bentuk aljabar berikut.

- a. $12pq$ dan $8pq^2$
- b. $45x^5y^2$ dan $50x^4y^3$

Penyelesaian:

$$\text{a. } 12pq = 2^2 \times 3 \times p \times q$$

$$8pq^2 = 2^3 \times p \times q^2$$

$$\text{KPK} = 2^3 \times 3 \times p \times q^2$$

$$= 24pq^2$$

$$\text{FPB} = 2^2 \times p \times q$$

$$= 4pq$$

$$\text{b. } 45x^5y^2 = 3^2 \times 5 \times x^5 \times y^2$$

$$50x^4y^3 = 2 \times 5^2 \times x^4 \times y^3$$

$$\text{KPK} = 2 \times 3^2 \times 5^2 \times x^5 \times y^3$$

$$= 450x^5y^3$$

$$\text{FPB} = 5 \times x^4 \times y^2$$

$$= 5x^4y^2$$





Diskusi

(Menumbuhkan inovasi)

Berdasarkan contoh di atas, buatlah kesimpulan mengenai cara menentukan KPK dan FPB dari bentuk aljabar. Diskusikan hal ini dengan temanmu.



Uji Kompetensi 4

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Jika $a = 6$ dan $b = -1$, tentukan nilai dari bentuk aljabar berikut.
 - $a^2 + 2ab + b^2$
 - $a^2b - ab^2 + a^2b^2$
 - $2a + 2a^2b^2 + 3ab^2 + b^3$
 - $a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$
 - $3a^2 - 2b + ab$
 - $2a^3 - 3a^2 + ab - 5$
- Hitunglah nilai $p^2 - 2qr + 3p$ jika
 - $p = -1$, $q = 2$, dan $r = -3$;
 - $p = -2$, $q = 3$, dan $r = 1$;
 - $p = 1$, $q = 5$, dan $r = -2$;
 - $p = 3$, $q = 2$, dan $r = -5$.
- Tentukan KPK dari bentuk aljabar berikut.
 - $15ab$ dan $20ab$
 - $10a^2b^3c$ dan $15b^2c^2d$
 - $24p^2q$, $36p^3q^2$, dan $60pqr$
 - $16pq^2r$, $30qr^2s^2$, dan $36p^3r^2s^5$
- Tentukan FPB dari bentuk aljabar berikut.
 - $2x$ dan $-3x^2$
 - $4x^2y$ dan $12xy^2$
 - $48a^3b^5$ dan $52a^2b^3c^2$
 - $12pq$, $6q^2r$, dan $15p^2qr$



C. PECAHAN BENTUK ALJABAR

Di bagian depan kalian telah mempelajari mengenai bentuk aljabar beserta operasi hitungnya. Pada bagian ini kalian akan mempelajari tentang pecahan bentuk aljabar, yaitu pecahan yang pembilang, atau penyebut, atau kedua-duanya memuat bentuk

aljabar. Misalnya $\frac{a}{2}$, $\frac{4}{p}$, $\frac{3a}{7bc}$, $\frac{m+3}{n}$, dan $\frac{x^2}{x+y}$.

1. Menyederhanakan Pecahan Bentuk Aljabar

Suatu pecahan bentuk aljabar dikatakan paling sederhana apabila pembilang dan penyebutnya tidak mempunyai faktor persekutuan kecuali 1, dan penyebutnya tidak sama dengan nol. Untuk menyederhanakan pecahan bentuk aljabar dapat dilakukan dengan cara membagi pembilang dan penyebut pecahan tersebut dengan FPB dari keduanya.



Contoh

Sederhanakan pecahan bentuk aljabar berikut, jika $x, y \neq 0$.

a. $\frac{3x}{6x^2y}$

b. $\frac{4x^2yz^3}{2xy^2}$

Penyelesaian:

a. FPB dari $3x$ dan $6x^2y$ adalah $3x$, sehingga

$$\begin{aligned}\frac{3x}{6x^2y} &= \frac{3x : 3x}{6x^2y : 3x} \\ &= \frac{1}{2xy}\end{aligned}$$

Jadi, bentuk sederhana dari $\frac{3x}{6x^2y}$ adalah $\frac{1}{2xy}$.

b. FPB dari $4x^2yz^3$ dan $2xy^2$ adalah $2xy$, sehingga

$$\begin{aligned}\frac{4x^2yz^3}{2xy^2} &= \frac{4x^2yz^3 : 2xy}{2xy^2 : 2xy} \\ &= \frac{2xz^3}{y}\end{aligned}$$

2. Operasi Hitung Pecahan Aljabar dengan Penyebut Suku Tunggal

a. Penjumlahan dan pengurangan

Pada bab sebelumnya, kalian telah mengetahui bahwa hasil operasi penjumlahan dan pengurangan pada pecahan diperoleh dengan cara menyamakan penyebutnya, kemudian menjumlahkan atau mengurangi pembilangnya. Kalian pasti juga masih ingat bahwa untuk menyamakan penyebut kedua pecahan, tentukan KPK dari penyebut-penyebutnya.

Dengan cara yang sama, hal itu juga berlaku pada operasi penjumlahan dan pengurangan bentuk pecahan aljabar.

Perhatikan contoh berikut.



Contoh

Sederhanakan penjumlahan atau pengurangan pecahan aljabar berikut.

1. $\frac{1}{2p} + \frac{5}{3q}$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}1. \quad \frac{1}{2p} + \frac{5}{3q} &= \frac{1 \times 3q}{2p \times 3q} + \frac{5 \times 2p}{3q \times 2p} \\ &= \frac{3q}{6pq} + \frac{10p}{6pq} \\ &= \frac{3q + 10p}{6pq}\end{aligned}$$



$$2. \frac{1}{k-3} - \frac{2}{k+1}$$

$$3. \frac{m+2}{m} - \frac{n-1}{n}$$

$$2. \frac{1}{k-3} - \frac{2}{k+1} = \frac{1(k+1)}{(k-3)(k+1)} - \frac{2(k-3)}{(k-3)(k+1)}$$

$$= \frac{k+1}{k^2-2k-3} - \frac{2k-6}{k^2-2k-3}$$

$$= \frac{k+1-2k+6}{k^2-2k-3}$$

$$= \frac{-k+7}{k^2-2k-3}$$

$$3. \frac{m+2}{m} - \frac{n-1}{n} = \frac{n(m+2)}{m \times n} - \frac{m(n-1)}{n \times m}$$

$$= \frac{mn+2n}{mn} - \frac{(mn-m)}{mn}$$

$$= \frac{mn+2n-mn+m}{mn}$$

$$= \frac{mn-mn+2n+m}{mn}$$

$$= \frac{2n+m}{mn}$$

b. Perkalian dan pembagian

Ingat kembali bentuk perkalian bilangan pecahan yang dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}; \text{ untuk } b, d \neq 0$$

Hal ini juga berlaku untuk perkalian pada pecahan aljabar.



Contoh

Tentukan hasil perkalian pecahan bentuk aljabar berikut.

$$1. \frac{4}{3a} \times \frac{ab}{2}$$

$$2. \frac{x-1}{y} \times \frac{y+1}{x}$$

$$3. \frac{x^2+1}{5} \times \frac{2x}{3}$$

Penyelesaian:

$$1. \frac{4}{3a} \times \frac{ab}{2} = \frac{4 \times ab}{3a \times 2} = \frac{2b}{3}$$

$$2. \frac{x-1}{y} \times \frac{y+1}{x} = \frac{(x-1)(y+1)}{y \times x}$$

$$= \frac{xy - y + x - 1}{xy}$$

$$= \frac{xy + x - y - 1}{xy}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad \frac{x^2+1}{5} \times \frac{2x}{3} &= \frac{(x^2+1)2x}{5 \times 3} \\
 &= \frac{2x^3+2x}{15} \\
 &= \frac{2x}{15}(x^2+1)
 \end{aligned}$$

Kalian pasti masih ingat bahwa pembagian merupakan invers (operasi kebalikan) dari operasi perkalian. Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa membagi dengan suatu pecahan sama artinya dengan mengalikan terhadap kebalikan pecahan tersebut.

$$a : \frac{b}{c} = a \times \frac{c}{b} = \frac{ac}{b} \quad \text{untuk } b \neq 0, c \neq 0$$

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b} \times \frac{1}{c} = \frac{a}{bc} \quad \text{untuk } b \neq 0, c \neq 0$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc} \quad \text{untuk } b \neq 0, c \neq 0$$

Hal ini juga berlaku untuk pembagian pada pecahan bentuk aljabar.



Contoh

Sederhanakan pembagian pecahan aljabar berikut.

$$1. \quad \frac{4p}{3q} : \frac{2q}{9p}$$

$$2. \quad \frac{3a}{b} : \frac{c}{4b^2}$$

$$3. \quad \frac{ab}{c} : \frac{b^2}{ac}$$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}
 1. \quad \frac{4p}{3q} : \frac{2q}{9p} &= \frac{4p}{3q} \times \frac{9p}{2q} \\
 &= \frac{36p^2}{6q^2}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{6p^2}{q^2}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad \frac{3a}{b} : \frac{c}{4b^2} &= \frac{3a}{b} \times \frac{4b^2}{c} \\
 &= \frac{12ab^2}{bc} \\
 &= \frac{12ab}{c}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad \frac{ab}{c} : \frac{b^2}{ac} &= \frac{ab}{1c} \times \frac{ac}{1b^2} \\
 &= \frac{a^2bc}{b^2c} \\
 &= \frac{a^2}{b}
 \end{aligned}$$



c. *Perpangkatan pecahan bentuk aljabar*

Operasi perpangkatan merupakan perkalian berulang dengan bilangan yang sama. Hal ini juga berlaku pada perpangkatan pecahan bentuk aljabar.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^1 = \frac{a}{b}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \frac{a^3}{b^3}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \dots \times \frac{a}{b}}_{\text{sebanyak } n \text{ kali}} = \frac{a^n}{b^n}$$



Tugas Mandiri

(Berpikir kritis)

Tunjukkan berlakunya sifat perpangkatan pecahan bentuk aljabar di samping. Gunakan contoh yang mendukung.



Contoh

Sederhanakan perpangkatan pecahan aljabar berikut.

1. $\left(\frac{3x}{2}\right)^3$

2. $\left(\frac{-4}{5y^2}\right)^2$

3. $\left(\frac{2a-1}{b}\right)^2$

4. $\left(\frac{5p+3}{2}\right)^2$

Penyelesaian:

1. $\left(\frac{3x}{2}\right)^3 = \left(\frac{3x}{2}\right) \times \left(\frac{3x}{2}\right) \times \left(\frac{3x}{2}\right) = \frac{27x^3}{8}$

2. $\left(\frac{-4}{5y^2}\right)^2 = \left(\frac{-4}{5y^2}\right) \times \left(\frac{-4}{5y^2}\right) = \frac{16}{25y^4}$

3. $\left(\frac{2a-1}{b}\right)^2 = \frac{2a-1}{b} \times \frac{2a-1}{b}$
 $= \frac{(2a-1)(2a-1)}{b^2}$
 $= \frac{4a^2 - 2a - 2a + 1}{b^2} = \frac{4a^2 - 4a + 1}{b^2}$

4. $\left(\frac{5p+3}{2}\right)^2 = \frac{5p+3}{2} \times \frac{5p+3}{2}$
 $= \frac{(5p+3)(5p+3)}{4}$
 $= \frac{25p^2 + 15p + 15p + 9}{4}$
 $= \frac{25p^2 + 30p + 9}{4}$





Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Sederhanakan pecahan-pecahan bentuk aljabar berikut.
 - $\frac{2pq}{4pq^2}, p, q \neq 0$
 - $\frac{3x^2yz^3}{6xyz}, x, y, z \neq 0$
 - $\frac{3x^2 + 15y - yz}{xyz}, x, y, z \neq 0$
 - $\frac{6xy^2 - 4xy + 8xz}{2xz}, x, z \neq 0$
- Sederhanakan penjumlahan dan pengurangan pecahan aljabar berikut.
 - $\frac{3}{p} + \frac{q}{2}$
 - $\frac{3x}{y} + \frac{x^2 + x}{xy}$
 - $\frac{p-3}{12} + \frac{p}{3}$
 - $\frac{4a}{b} + \frac{2a^2 + a}{ab}$
 - $\frac{x+y}{x} + \frac{x-y}{y}$
 - $\frac{7b}{10} - \frac{3b}{10}$
 - $\frac{12x}{y} - \frac{9x}{y}$
 - $\frac{2x}{y} - \frac{4xy-2}{9y^2}$
 - $\frac{2p-3}{6q} - \frac{q+4}{9p}$
 - $\frac{4m+3}{3mn} - \frac{5m-12}{12n}$
- Tentukan hasil kali pecahan aljabar berikut.
 - $\frac{3}{p} \times \frac{q}{2}$
 - $\frac{m}{2n} \times \frac{3m}{5n}$
 - $\frac{9mn}{4k} \times \frac{6kn^2}{3m^2}$
 - $\frac{2x-1}{y} \times \frac{3x}{z}$
 - $\frac{(3x+1)}{2x} \times \frac{(x-1)}{y}$
 - $\frac{p-q^2}{3p^2} \times \frac{p+q}{-q^2}$
- Tentukan hasil bagi bentuk pecahan aljabar berikut.
 - $\frac{x}{4} : \frac{y}{12}$
 - $\frac{4a}{3b} : \frac{9b}{2c}$
 - $\frac{mn}{6l} : \frac{8mn}{15l^2}$
 - $\frac{16a^2b}{5c} : \frac{8ab^2}{3c^2}$
 - $\frac{4klm}{9} : \frac{3k^2m}{8l}$
 - $\frac{x^2y^2}{3z} : \frac{20xy^2}{8z^2}$
- Selesaikan operasi perpangkatan pecahan aljabar berikut.
 - $\left(\frac{2x}{3}\right)^2$
 - $\left(-\frac{3}{4x^2}\right)^3$
 - $\left(\frac{4x-2}{y}\right)^2$
 - $\left(\frac{5}{3y^2}\right)^3$
 - $\left(\frac{4x}{y} + \frac{1}{y}\right)^2$
 - $\left(\frac{2a}{3} + \frac{1}{b^2}\right)^2$
 - $\left(\frac{3a-b}{2}\right)^3$
 - $\left(\frac{-2p+q}{3pq}\right)^2$





D. PENGGUNAAN ALJABAR UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH



Contoh

Diketahui usia ayah empat kali usia anaknya. Lima tahun kemudian, usia ayah tiga kali usia anaknya. Tentukan masing-masing umur ayah dan anaknya.

Penyelesaian:

Misalkan: umur ayah = x ;
umur anak = y ,

sehingga diperoleh persamaan

$$x = 4y \dots\dots\dots (i)$$

$$x + 5 = 3(y + 5) \dots\dots\dots (ii)$$

Substitusi persamaan (i) ke persamaan (ii), diperoleh

$$x + 5 = 3(y + 5)$$

$$\Leftrightarrow 4y + 5 = 3(y + 5)$$

$$\Leftrightarrow 4y + 5 = 3y + 15$$

$$\Leftrightarrow 4y - 3y = 15 - 5$$

$$\Leftrightarrow y = 10$$

Untuk $y = 10$, maka $x = 4y$

$$\Leftrightarrow x = 4 \times 10$$

$$\Leftrightarrow x = 40$$

Jadi, umur ayah 40 tahun, sedangkan umur anaknya 10 tahun.



Uji Kompetensi 6

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Panjang suatu persegi panjang diketahui $(3x + 2)$ cm dan lebarnya $(2x - 3)$ cm.
 - Tentukan keliling persegi panjang dinyatakan dalam x .
 - Jika kelilingnya 36 cm, tentukan ukuran persegi panjang tersebut.
- Tiga tahun yang lalu jumlah umur seorang ibu beserta anak kembarnya diketahui 35 tahun. Jika pada saat itu umur ibunya 29 tahun, berapa tahunkah umur anak kembarnya sekarang?

3. Pak Ketut melakukan suatu perjalanan ke luar kota. Mula-mula ia mengendarai sepeda motor selama 2 jam dengan kecepatan rata-rata $(5x - 2)$ km/jam. Kemudian Pak Ketut melanjutkan perjalanan dengan naik bus selama 3 jam dengan kecepatan rata-rata $(4x + 15)$ km/jam. Tentukan
 - a. jarak yang ditempuh dalam x ;
 - b. nilai x , jika jarak yang ditempuh 239 km.
4. Seekor kambing setiap hari menghabiskan $(x + 2)$ kg ransum makanan, sedangkan seekor sapi setiap hari menghabiskan $(2x - 1)$ kg ransum makanan.
 - a. Nyatakan jumlah ransum makanan untuk seekor kambing dan seekor sapi selama 1 minggu.
 - b. Tentukan nilai x jika jumlah ransum makanan yang habis dalam 1 minggu adalah 70 kg.
5. Suatu model kerangka balok terbuat dari kawat dengan ukuran panjang $(2x + 1)$ cm, lebar $(x + 5)$ cm, dan tinggi x cm. Tentukan
 - a. persamaan panjang kawat dalam x ;
 - b. nilai x , jika panjang kawat seluruhnya = 104 cm.



Diskusi

(Menumbuhkan inovasi)

Amatilah lingkungan di sekitarmu.

Buatlah contoh masalah sehari-hari yang berkaitan dengan penggunaan operasi hitung bentuk aljabar. Selesaikanlah dan hasilnya ceritakan secara singkat di depan kelas.



Rangkuman

1. Variabel, konstanta, faktor, serta suku sejenis dan tak sejenis.
 - Variabel adalah lambang pengganti suatu bilangan yang belum diketahui nilainya dengan jelas.
 - Konstanta adalah suku dari suatu bentuk aljabar yang berupa bilangan dan tidak memuat variabel.
 - Suku-suku sejenis adalah suku yang memiliki variabel dan pangkat dari masing-masing variabel yang sama.
 - Suku tak sejenis adalah suku yang memiliki variabel dan pangkat dari masing-masing variabel yang tidak sama.



2. Pada bentuk aljabar, operasi penjumlahan dan pengurangan hanya dapat dilakukan pada suku-suku yang sejenis.
3. Perkalian suatu bilangan konstanta k dengan bentuk aljabar suku satu dan suku dua dinyatakan sebagai berikut.

$$k(ax) = kax$$

$$k(ax + b) = kax + kb$$

4. Perkalian antara dua bentuk aljabar dinyatakan sebagai berikut.

$$(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

$$(ax + b)(cx^2 + dx + e) = acx^3 + (ad + bc)x^2 + (ae + bd)x + be$$

$$(x + a)(x - a) = x^2 - a^2$$

5. Pada perpangkatan bentuk aljabar suku dua, koefisien suku-sukunya ditentukan dengan segitiga Pascal.

$$(a + b)^1 = a + b$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

dan seterusnya

6. Nilai suatu bentuk aljabar dapat ditentukan dengan cara menyubstitusikan sebarang bilangan pada variabel-variabel bentuk aljabar tersebut.
7. Suatu pecahan bentuk aljabar dikatakan paling sederhana jika pembilang dan penyebutnya tidak mempunyai faktor persekutuan kecuali 1 dan penyebutnya tidak sama dengan nol.
8. Hasil operasi penjumlahan dan pengurangan pada pecahan aljabar diperoleh dengan cara menyamakan penyebutnya, kemudian menjumlahkan atau mengurangkan pembilangnya.



Refleksi

Setelah mempelajari mengenai *Operasi Hitung Bentuk Aljabar*, materi manakah yang telah kalian pahami? Buatlah rangkuman dari materi yang telah kalian pahami. Catatlah materi yang belum kalian pahami. Lalu, tanyakan pada temanmu yang lebih tahu atau kepada gurumu. Berilah contoh masalah dalam kehidupan sehari-hari beserta penyelesaiannya yang berkaitan dengan operasi hitung bentuk aljabar. Susunlah dalam sebuah laporan dan kumpulkan kepada gurumu.



Kerjakan di buku tugasmu.

A. Pilihlah salah satu jawaban yang tepat.

- Koefisien dari x pada bentuk aljabar $2x^2 - 24x + 7$ adalah
 - 2
 - 7
 - 24
 - 24
- Bentuk aljabar berikut yang terdiri atas tiga suku adalah
 - $abc + pqr$
 - $ab + ac - bc$
 - $ab - pq$
 - $3ab - 3cd$
- Bentuk paling sederhana dari $2(3x + 2y) - 4(x - 5y)$ adalah
 - $10x - 10y$
 - $2x + 24y$
 - $2x - y$
 - $2x - 3y$
- Bentuk sederhana dari $8x - 4 - 6x + 7$ adalah
 - $2x + 3$
 - $-2x + 3$
 - $2x - 3$
 - $-2x - 3$
- Jika $p = 2$, $q = -3$, dan $r = 5$, nilai dari $2p^2r - pq$ adalah
 - 74
 - 46
 - 86
 - 34
- Hasil penjabaran dari $(2x - 3)^2$ adalah
 - $4x^2 + 6x + 9$
 - $4x^2 - 12x + 9$
 - $2x^2 + 12x + 3$
 - $2x^2 + 6x + 3$
- KPK dan FPB dari ab^2c^2 dan b^3c^2d adalah
 - b^2c^2 dan $a^2b^2c^2$
 - ab^3c^2d dan b^2c^2
 - ab^3c^3d dan b^3c^3
 - b^3c^3 dan $ab^3c^2d^2$
- Hasil dari $\frac{x-7}{3} + \frac{2x+4}{5}$ adalah
 - $\frac{11x-3}{15}$
 - $\frac{11x-11}{15}$
 - $\frac{11x-23}{15}$
 - $\frac{11x-47}{15}$
- Nilai dari $\frac{9}{3x} - \frac{2}{5x}$ adalah
 - $\frac{7}{15x}$
 - $\frac{19}{15x}$
 - $\frac{39}{15x}$
 - $\frac{11}{15x}$
- Panjang sisi-sisi suatu segitiga diketahui berturut-turut p cm, $2p$ cm, dan $(p + 4)$ cm. Keliling segitiga tersebut adalah
 - $(4p + 4)$ cm
 - $(3p + 4)$ cm
 - $(2p + 6)$ cm
 - $(2p + 2)$ cm

B. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan singkat dan tepat.

- Sederhanakan bentuk aljabar berikut.
 - $-4x + 5y - 10x + y$
 - $(5x + 7) - 3(2x - 5)$
 - $8x - 2(-4x + 7)$
 - $-3(2x - 5) + 2(-x + 4)$
 - $2x^2 - 3x + 5 - 3x^2 + x - 9$
- Tentukan hasilnya.
 - $(2x - 1)(-3x + 4)$
 - $(-3p + 1)^2$
 - $(-5x - 3)^3$
 - $-2x(x + 3)(3x - 1)$



3. Tentukan KPK dan FPB dari bentuk aljabar berikut.

a. $5p^2q^3$ dan $18pq^2r^3$

b. $20pq$ dan $-35p^2q$

c. $25p^2qr^2$, $30pqr^2$, dan $36p^3q^2r$

d. $12pq^3r$, $24pqr$, dan $20p^2q^2r$

4. Sederhanakan bentuk aljabar berikut.

a. $\frac{2x+1}{3} + \frac{3x-2}{5}$

b. $\frac{x+1}{2x} - \frac{x-1}{3x}$

c. $\left(\frac{xy}{6}\right)^2 \times \left(\frac{2x}{y^2}\right)^3$

d. $\frac{p+q}{6} : \frac{pq}{12}; p, q \neq 0$

5. Sebuah yayasan sosial memberikan bantuan kepada korban banjir berupa 35 dus mi dan 50 dus air mineral. Satu dus mi berisi 40 bungkus dengan harga Rp900,00/bungkus. Adapun satu dus air mineral berisi 48 buah dengan harga Rp500,00/buah. Tentukan harga keseluruhan mi dan air mineral tersebut.



BAB

4

PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN LINEAR SATU VARIABEL



Sumber: Dok. Penerbit

Pernahkah kalian berbelanja alat-alat tulis? Kamu berencana membeli 10 buah bolpoin, sedangkan adikmu membeli 6 buah bolpoin dengan jenis yang sama. Jika kalian mempunyai uang Rp24.000,00, dapatkah kamu menentukan harga maksimal 1 buah bolpoin yang dapat dibeli? Bagaimana matematika menjawabnya? Pelajari uraian materi berikut.

Tujuan pembelajaranmu pada bab ini adalah:

- ❖ dapat mengenali persamaan linear satu variabel dalam berbagai bentuk dan variabel;
- ❖ dapat menentukan bentuk ekuivalen dari persamaan linear satu variabel dengan cara kedua ruas ditambah, dikurangi, dikalikan atau dibagi dengan bilangan yang sama;
- ❖ dapat menentukan penyelesaian persamaan linear satu variabel;
- ❖ dapat mengenali pertidaksamaan linear satu variabel dalam berbagai bentuk dan variabel;
- ❖ dapat menentukan bentuk ekuivalen dari pertidaksamaan linear satu variabel dengan cara kedua ruas ditambah, dikurangi, dikalikan, atau dibagi dengan bilangan yang sama;
- ❖ dapat menentukan penyelesaian pertidaksamaan linear satu variabel;
- ❖ dapat mengubah masalah ke dalam model matematika berbentuk persamaan linear satu variabel;
- ❖ dapat mengubah masalah ke dalam model matematika berbentuk pertidaksamaan linear satu variabel;
- ❖ dapat menyelesaikan model matematika suatu masalah yang berkaitan dengan persamaan linear satu variabel;
- ❖ dapat menyelesaikan model matematika suatu masalah yang berkaitan dengan pertidaksamaan linear satu variabel.

Kata-Kata Kunci:

- ❖ persamaan linear satu variabel
- ❖ pertidaksamaan linear satu variabel
- ❖ bentuk ekuivalen
- ❖ model matematika

Sebelum kalian mempelajari materi pada bab ini, kalian harus menguasai terlebih dahulu mengenai operasi hitung pada bentuk aljabar. Kalian telah mempelajarinya pada bab yang terdahulu. Konsep materi yang akan kalian pelajari pada bab ini sangat bermanfaat dalam mempelajari aritmetika sosial dalam kegiatan ekonomi yang ada pada bab selanjutnya.

Perhatikan uraian materi berikut.



A. KALIMAT TERBUKA

1. Pernyataan

Dalam kehidupan sehari-hari kita sering menjumpai berbagai macam kalimat berikut.

- Jakarta adalah ibu kota Indonesia.
- Gunung Merapi terletak di Jawa Tengah.
- $8 > -5$.

Ketiga kalimat di atas merupakan kalimat yang bernilai benar, karena setiap orang mengakui kebenaran kalimat tersebut.

Selanjutnya perhatikan kalimat-kalimat berikut.

- Tugu Monas terletak di Jogjakarta.
- $2 + 5 < -2$
- Matahari terbenam di arah timur.

Ketiga kalimat tersebut merupakan kalimat yang bernilai salah, karena setiap orang tidak sependapat dengan kalimat tersebut.

Kalimat yang dapat ditentukan nilai kebenarannya (bernilai benar atau salah) disebut *pernyataan*.

Sekarang perhatikan kalimat-kalimat berikut.

- Rasa buah rambutan manis sekali.
- Makanlah makanan yang bergizi.
- Belajarlah dengan rajin agar kalian naik kelas.

Dapatkan kalian menentukan nilai kebenaran kalimat-kalimat di atas? Menurutmu, apakah kalimat-kalimat tersebut *bukan pernyataan*? Mengapa?

2. Kalimat Terbuka dan Himpunan Penyelesaian Kalimat Terbuka

Dapatkan kalimat menjawab pertanyaan “Indonesia terletak di Benua x ”. Jika x diganti Asia maka kalimat tersebut bernilai benar. Adapun jika x diganti Eropa maka kalimat tersebut bernilai salah. Kalimat seperti “Indonesia terletak di Benua x ” disebut *kalimat terbuka*.



Tugas Mandiri

(Menumbuhkan kreativitas)

Amatilah kejadian dalam kehidupan sehari-hari. Tulislah contoh pernyataan, bukan pernyataan, dan kalimat terbuka, masing-masing 3 buah. Berikan alasannya, lalu kemukakan hasilnya di depan kelas.



Contoh

- $3 - x = 6$, x anggota himpunan bilangan bulat.
- $12 - y = 7$, y anggota himpunan bilangan cacah.
- $z \times 5 = 15$, z anggota himpunan bilangan asli.

Kalimat $3 - x = 6$, x anggota bilangan bulat akan bernilai benar jika x diganti dengan -3 dan akan bernilai salah jika x diganti bilangan selain -3 . Selanjutnya, x disebut variabel, sedangkan 3 dan 6 disebut konstanta. Coba tentukan variabel dan konstanta dari kalimat $12 - y = 7$ dan $z \times 5 = 15$ pada contoh di atas.

Kalimat terbuka adalah kalimat yang memuat variabel dan belum diketahui nilai kebenarannya.

Variabel adalah lambang (simbol) pada kalimat terbuka yang dapat diganti oleh sebarang anggota himpunan yang telah ditentukan.

Konstanta adalah nilai tetap (tertentu) yang terdapat pada kalimat terbuka.

Sekarang perhatikan kalimat $x^2 = 9$. Jika variabel x diganti dengan -3 atau 3 maka kalimat $x^2 = 9$ akan bernilai benar. Dalam hal ini $x = -3$ atau $x = 3$ adalah penyelesaian dari kalimat terbuka $x^2 = 9$. Jadi, himpunan penyelesaian dari kalimat $x^2 = 9$ adalah $\{-3, 3\}$.

Himpunan penyelesaian dari kalimat terbuka adalah himpunan semua pengganti dari variabel-variabel pada kalimat terbuka sehingga kalimat tersebut bernilai benar.



Diskusi

(Menumbuhkan inovasi)

Apakah setiap kalimat terbuka mempunyai himpunan penyelesaian? Bagaimana dengan kalimat $2x - 1 = 4$, jika x variabel pada bilangan pecahan? Berapa himpunan penyelesaiannya? Eksplorasilah kalimat tersebut jika x variabel pada

- bilangan cacah;
- bilangan bulat.

Bagaimana himpunan penyelesaiannya? Diskusikan hal ini dengan temanmu dan buatlah kesimpulannya.



Uji Kompetensi 1

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Tentukan nilai kebenaran kalimat berikut.
 - Jumlah dua bilangan ganjil selalu merupakan bilangan genap.
 - $18 + 6 = 6 + 18$ merupakan sifat asosiatif penjumlahan.
 - Hasil kali 3 dan 9 adalah 21.
 - Arti dari 4×5 adalah $5 + 5 + 5 + 5$.
 - Jika p dan q bilangan prima maka $p \times q$ bilangan ganjil.



2. Jika x adalah variabel pada bilangan 3, 6, 9, 12, dan 15, tentukan penyelesaian kalimat terbuka di bawah ini.
 - a. x habis dibagi 3.
 - b. x adalah bilangan ganjil.
 - c. x faktor dari 30.
 - d. $x - 3 = 6$.
 - e. x adalah bilangan prima.
3. Tentukan himpunan penyelesaian dari kalimat berikut jika variabel pada himpunan bilangan bulat.
 - a. $x + 8 = 17$
 - b. $y : 5 = -12$
 - c. $15 - p = 42$
 - d. $9 \times m = 108$
 - e. $n + n + n + n = 52$
 - f. $a \times a = 81$
4. Tentukan himpunan penyelesaian kalimat terbuka berikut jika x adalah variabel pada himpunan $A = \{1, 2, 3, \dots, 25\}$.
 - a. x adalah faktor dari 25.
 - b. x adalah bilangan prima.
 - c. x adalah bilangan ganjil kurang dari 15.
 - d. x adalah bilangan kelipatan 2.



B. PERSAMAAN LINEAR SATU VARIABEL

1. Pengertian Persamaan dan Himpunan Penyelesaian Persamaan Linear Satu Variabel

Perhatikan kalimat terbuka $x + 1 = 5$.

Kalimat terbuka tersebut dihubungkan oleh tanda sama dengan ($=$). Selanjutnya, kalimat terbuka yang dihubungkan oleh tanda sama dengan ($=$) disebut *persamaan*.

Persamaan dengan satu variabel berpangkat satu atau berderajat satu disebut *persamaan linear satu variabel*.

Jika x pada persamaan $x + 1 = 5$ diganti dengan $x = 4$ maka persamaan tersebut bernilai benar. Adapun jika x diganti bilangan selain 4 maka persamaan $x + 1 = 5$ bernilai salah. Dalam hal ini, nilai $x = 4$ disebut penyelesaian dari persamaan linear $x + 1 = 5$. Selanjutnya, himpunan penyelesaian dari persamaan $x + 1 = 5$ adalah $\{4\}$.

Pengganti variabel x yang mengakibatkan persamaan bernilai benar disebut *penyelesaian persamaan linear*. Himpunan semua penyelesaian persamaan linear disebut *himpunan penyelesaian persamaan linear*. Coba diskusikan dengan temanmu yang disebut *bukan penyelesaian persamaan linear*.

Persamaan linear satu variabel adalah kalimat terbuka yang dihubungkan oleh tanda sama dengan ($=$) dan hanya mempunyai satu variabel berpangkat satu. Bentuk umum persamaan linear satu variabel adalah $ax + b = 0$ dengan $a \neq 0$.



Diskusi

(Menumbuhkan kreativitas)

Tuliskan sebarang persamaan sebanyak 5 buah. Mintalah temanmu menunjukkan, manakah yang termasuk persamaan linear satu variabel. Lakukan hal ini bergantian dengan teman sebangkumu.



Contoh

Dari kalimat berikut, tentukan yang merupakan persamaan linear satu variabel.

a. $2x - 3 = 5$

b. $x^2 - x = 2$

c. $\frac{1}{3}x = 5$

d. $2x + 3y = 6$

Penyelesaian:

a. $2x - 3 = 5$

Variabel pada $2x - 3 = 5$ adalah x dan berpangkat 1, sehingga persamaan $2x - 3 = 5$ merupakan persamaan linear satu variabel.

b. $x^2 - x = 2$

Variabel pada persamaan $x^2 - x = 2$ adalah x berpangkat 1 dan 2. Karena terdapat x berpangkat 2 maka persamaan $x^2 - x = 2$ *bukan* merupakan persamaan linear satu variabel.

c. $\frac{1}{3}x = 5$

Karena variabel pada persamaan $\frac{1}{3}x = 5$ adalah x dan

berpangkat 1, maka $\frac{1}{3}x = 5$ merupakan persamaan linear satu variabel.

d. $2x + 3y = 6$

Variabel pada persamaan $2x + 3y = 6$ ada dua, yaitu x dan y , sehingga $2x + 3y = 6$ *bukan* merupakan persamaan linear satu variabel.

2. Himpunan Penyelesaian Persamaan Linear Satu Variabel dengan Substitusi

Penyelesaian persamaan linear satu variabel dapat diperoleh dengan cara substitusi, yaitu mengganti variabel dengan bilangan yang sesuai sehingga persamaan tersebut menjadi kalimat yang bernilai benar.



Contoh

Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan $x + 4 = 7$, jika x variabel pada himpunan bilangan cacah.

Penyelesaian:

Jika x diganti bilangan cacah, diperoleh

substitusi $x = 0$, maka $0 + 4 = 7$ (kalimat salah)

substitusi $x = 1$, maka $1 + 4 = 7$ (kalimat salah)

substitusi $x = 2$, maka $2 + 4 = 7$ (kalimat salah)



substitusi $x = 3$, maka $3 + 4 = 7$ (kalimat benar)

substitusi $x = 4$, maka $4 + 4 = 8$ (kalimat salah)

Ternyata untuk $x = 3$, persamaan $x + 4 = 7$ menjadi kalimat yang benar.

Jadi, himpunan penyelesaian persamaan $x + 4 = 7$ adalah $\{3\}$.



Diskusi

(Menumbuhkan kreativitas)

Apakah setiap persamaan linear satu variabel dapat ditentukan himpunan penyelesaiannya dengan cara substitusi? Diskusikan hal ini dengan temanmu, buatlah kesimpulannya. Salah satu anggota kelompok maju ke depan kelas untuk mengemukakan hasil diskusi kelompok masing-masing.



Uji Kompetensi 2

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Tentukan yang merupakan persamaan linear satu variabel dan berikan alasannya.

a. $x + y + z = 20$

b. $3x^2 + 2x - 5 = 0$

c. $x + 9 = 12$

d. $3x - 2 = 7$

e. $p^2 - q^2 = 16$

f. $2x - y = 3$

2. Tentukan himpunan penyelesaian persamaan-persamaan di bawah ini dengan cara substitusi, jika peubah (variabelnya) pada himpunan bilangan bulat.

a. $4 + p = 3$

b. $q - 2 = 6$

c. $2a + 3 = 5$

d. $9 - 3r = 6$

e. $18 = 10 - 2m$

f. $1 = 9 + x$

g. $\frac{16}{4 \times x} = 2$

h. $\frac{3 \times y}{2} = -6$

i. $2 - z = z - 3$

j. $3a - 2 = -a + 18$

k. $\frac{1}{2}(4x + 2) = 3$

l. $2a - 1 = 3a - 5$

m. $2(3x - 1) = 2(2x + 3)$

n. $\frac{15}{3 \times p} = 5$

o. $3q - 1 = q + 3$

Catatan:

Gunakan kalkulator untuk bereksplorasi dalam menyelesaikan soal nomor 2 di atas.

3. Persamaan-Persamaan yang Ekuivalen

Perhatikan uraian berikut.

a. $x - 3 = 5$

Jika x diganti bilangan 8 maka $8 - 3 = 5$ (benar).

Jadi, penyelesaian persamaan $x - 3 = 5$ adalah $x = 8$.

b. $2x - 6 = 10$... (kedua ruas pada persamaan a dikalikan 2)

Jika x diganti bilangan 8 maka $2(8) - 6 = 10$

$$\Leftrightarrow 16 - 6 = 10 \text{ (benar).}$$

Jadi, penyelesaian persamaan $2x - 6 = 10$ adalah $x = 8$.

c. $x + 4 = 12$... (kedua ruas pada persamaan a ditambah 7)

Jika x diganti bilangan 8 maka $8 + 4 = 12$ (benar).

Jadi, penyelesaian persamaan $x + 4 = 12$ adalah $x = 8$.

Berdasarkan uraian di atas tampak bahwa ketiga persamaan mempunyai penyelesaian yang sama, yaitu $x = 8$. Persamaan-persamaan di atas disebut *persamaan yang ekuivalen*.

Suatu persamaan yang ekuivalen dinotasikan dengan “ \Leftrightarrow ”.

Dengan demikian bentuk $x - 3 = 5$; $2x - 6 = 10$; dan $x + 4 = 12$ dapat dituliskan sebagai $x - 3 = 5 \Leftrightarrow 2x - 6 = 10 \Leftrightarrow x + 4 = 12$. Jadi, dapat dikatakan sebagai berikut.

Dua persamaan atau lebih dikatakan *ekuivalen* jika mempunyai himpunan penyelesaian yang sama dan dinotasikan dengan tanda “ \Leftrightarrow ”.

Amatilah uraian berikut.

Pada persamaan $x - 5 = 4$, jika x diganti 9 maka akan bernilai benar, sehingga himpunan penyelesaian dari $x - 5 = 4$ adalah $\{9\}$. Perhatikan jika kedua ruas masing-masing ditambahkan dengan bilangan 5 maka

$$x - 5 = 4$$

$$\Leftrightarrow x - 5 + 5 = 4 + 5$$

$$\Leftrightarrow x = 9$$

Jadi, himpunan penyelesaian persamaan $x - 5 = 4$ adalah $\{9\}$.

Dengan kata lain, persamaan $x - 5 = 4$ ekuivalen dengan persamaan $x = 9$, atau ditulis $x - 5 = 4 \Leftrightarrow x = 9$.

Suatu persamaan dapat dinyatakan ke dalam persamaan yang ekuivalen dengan cara

- menambah atau mengurangi kedua ruas dengan bilangan yang sama;
- mengalikan atau membagi kedua ruas dengan bilangan yang sama.



Tugas Mandiri

(Berpikir kritis)

Tentukan tiga persamaan yang ekuivalen dengan persamaan berikut, kemudian selesaikanlah, jika p variabel pada bilangan real.

a. $8p - 3 = 37$

b. $2p - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$





Contoh

- a. Tentukan himpunan penyelesaian persamaan $4x - 3 = 3x + 5$ jika x variabel pada himpunan bilangan bulat.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} 4x - 3 &= 3x + 5 \\ \Leftrightarrow 4x - 3 + 3 &= 3x + 5 + 3 && \text{(kedua ruas ditambah 3)} \\ \Leftrightarrow 4x &= 3x + 8 \\ \Leftrightarrow 4x - 3x &= 3x - 3x + 8 && \text{(kedua ruas dikurangi 3x)} \\ \Leftrightarrow x &= 8 \end{aligned}$$

Jadi, himpunan penyelesaian persamaan $4x - 3 = 3x + 5$ adalah $x = \{8\}$.

- b. Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan $3x + 13 = 5 - x$, untuk x variabel pada himpunan bilangan bulat.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} 3x + 13 &= 5 - x \\ \Leftrightarrow 3x + 13 - 13 &= 5 - x - 13 && \text{(kedua ruas dikurangi 13)} \\ \Leftrightarrow 3x &= -8 - x \\ \Leftrightarrow 3x + x &= -8 - x + x && \text{(kedua ruas ditambah x)} \\ \Leftrightarrow 4x &= -8 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{4} \times 4x &= \frac{1}{4} \times (-8) && \text{(kedua ruas dikalikan } \frac{1}{4} \text{)} \\ \Leftrightarrow x &= -2 \end{aligned}$$

Jadi, himpunan penyelesaian dari persamaan $3x + 13 = 5 - x$ adalah $x = \{-2\}$.



Uji Kompetensi 3

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan berikut dengan menambah atau mengurangi kedua ruas dengan bilangan yang sama, jika variabel pada himpunan bilangan bulat.
 - $m - 9 = 13$
 - $-11 + x = 3$
 - $2a + 1 = a - 3$
 - $12 + 3a = 5 + 2a$
 - $3(x + 1) = 2(x + 4)$
 - $5(y - 1) = 4y$
 - $4(3 - 2y) = 15 - 7y$
 - $3(2y - 3) = 5(y - 2)$
 - $8 - 2(3 - 4y) = 7y - 1$
 - $5x + 7(3x + 2) = 6(4x + 1)$

2. Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan berikut dengan mengalikan atau membagi kedua ruas dengan bilangan yang sama, jika variabel pada himpunan bilangan bulat.

a. $2x + 3 = 11$

b. $7x = 8 + 3x$

c. $3p + 5 = 17 - p$

d. $7q = 5q - 12$

e. $6 - 5y = 9 - 4y$

f. $7n + 4 = 4n - 17$

g. $2(5 - 2x) = 3(5 - x)$

h. $-2x + 5 = -(x + 9)$

i. $18 + 7x = 2(3x - 4)$

j. $3(2x - 3) - 2(1 - x) - (x + 3) = 0$

4. Penyelesaian Persamaan Linear Satu Variabel Bentuk Pecahan

Dalam menentukan penyelesaian persamaan linear satu variabel bentuk pecahan, caranya hampir sama dengan menyelesaikan operasi bentuk pecahan aljabar. Agar tidak memuat pecahan, kalikan kedua ruas dengan KPK dari penyebut-penyebutnya, kemudian selesaikan persamaan linear satu variabel.



Contoh

Tentukan penyelesaian dari persamaan

$$\frac{1}{5}x - 2 = \frac{x-1}{2}, \text{ jika } x \text{ variabel pada himpunan bilangan rasional.}$$

riabel pada himpunan bilangan rasional.

Penyelesaian:

Cara 1

$$\frac{1}{5}x - 2 = \frac{x-1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 10\left(\frac{1}{5}x - 2\right) = 10\left(\frac{x-1}{2}\right) \quad (\text{kedua ruas dikalikan KPK dari 2 dan 5, yaitu 10})$$

$$\Leftrightarrow 2x - 20 = 5(x - 1)$$

$$\Leftrightarrow 2x - 20 + 20 = 5x - 5 + 20 \quad (\text{kedua ruas ditambah 20})$$

$$\Leftrightarrow 2x = 5x + 15$$

$$\Leftrightarrow 2x - 5x = 5x + 15 - 5x \quad (\text{kedua ruas dikurangi } 5x)$$

$$\Leftrightarrow -3x = 15$$

$$\Leftrightarrow (-3x) : (-3) = 15 : (-3) \quad (\text{kedua ruas dibagi } -3)$$

$$\Leftrightarrow x = -5$$

Jadi, himpunan penyelesaian persamaan $\frac{1}{5}x - 2 = \frac{x-1}{2}$ adalah $\{-5\}$.



Cara 2

$$\begin{aligned}\frac{1}{5}x - 2 &= \frac{x-1}{2} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{5}x - 2 &= \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{5}x - 2 + 2 &= \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + 2 \quad (\text{kedua ruas ditambah } 2) \\ \Leftrightarrow \frac{1}{5}x &= \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{5}x - \frac{1}{2}x &= \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} - \frac{1}{2}x \quad (\text{kedua ruas dikurangi } \frac{1}{2}x) \\ \Leftrightarrow -\frac{3}{10}x &= \frac{3}{2} \\ \Leftrightarrow \left(-\frac{10}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{10}x\right) &= \frac{3}{2} \times \left(-\frac{10}{3}\right) \quad (\text{kedua ruas dikalikan } -\frac{10}{3}) \\ \Leftrightarrow x &= -5\end{aligned}$$

Jadi, himpunan penyelesaian persamaan $\frac{1}{5}x - 2 = \frac{x-1}{2}$ adalah $\{-5\}$.



Uji Kompetensi 4

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

Tentukan himpunan penyelesaian persamaan-persamaan berikut jika variabel pada himpunan bilangan rasional.

1. $5y + \frac{1}{4} = 4y - \frac{1}{2}$

2. $x - 1\frac{1}{2} = 2\frac{1}{3}$

3. $6y - 2\frac{1}{2} = 7y - \frac{5}{6}$

4. $3\left(2x - \frac{1}{4}\right) = 5\left(x + \frac{1}{2}\right)$

5. $\frac{4z-5}{2} = z + \frac{21}{4}$

6. $\frac{x+2}{3} = \frac{2x+1}{2}$

7. $\frac{5x+2}{3} - \frac{3x-2}{4} = 1$

8. $2\frac{1}{4} + 5(1-y) = 2\left(\frac{1}{3} - 2y\right)$

9. $\frac{y+3}{2} - 5 = 1 - \frac{y}{2}$

10. $\frac{(x-3)}{2} = 3 - \frac{(x+1)}{4}$

5. Grafik Himpunan Penyelesaian Persamaan Linear Satu Variabel

Grafik himpunan penyelesaian persamaan linear satu variabel ditunjukkan pada suatu garis bilangan, yaitu berupa noktah (titik).



Contoh

Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan $4(2x + 3) = 10x + 8$, jika x variabel pada himpunan bilangan bulat. Kemudian, gambarlah pada garis bilangan.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} 4(2x + 3) &= 10x + 8 \\ \Leftrightarrow 8x + 12 &= 10x + 8 \\ \Leftrightarrow 8x + 12 - 12 &= 10x + 8 - 12 \quad (\text{kedua ruas dikurangi } 12) \\ \Leftrightarrow 8x &= 10x - 4 \\ \Leftrightarrow 8x - 10x &= 10x - 4 - 10x \quad (\text{kedua ruas dikurangi } 10x) \\ \Leftrightarrow -2x &= -4 \\ \Leftrightarrow -2x : (-2) &= -4 : (-2) \quad (\text{kedua ruas dibagi } -2) \\ \Leftrightarrow x &= 2 \end{aligned}$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{2\}$.

Grafik himpunan penyelesaiannya sebagai berikut.



Uji Kompetensi 5

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

Gambarlah grafik himpunan penyelesaian persamaan-persamaan berikut pada garis bilangan jika variabel pada himpunan bilangan rasional.

1. $3x - 2 = 7$

2. $5(y - 2) = 5$

3. $\frac{1}{2}x + 3 = 2$

4. $5 - (4 - 3y) = 23$

5. $24 - 5y = 3(10 - y)$

6. $3x + \frac{5}{6} = \frac{8}{9}$

7. $\frac{4x + 2}{3} - \frac{2x + 1}{2} = \frac{6x + 3}{4}$

8. $\frac{3m}{4} = \frac{m}{5} - 2$

9. $\frac{n}{2} = \frac{n}{7} - 10$

10. $3\frac{(n+4)}{4} - \frac{2}{3}\left(\frac{3}{4} - n\right) = \frac{1}{2}$





Soal Tantangan

Ada tiga bilangan cacah yang berbeda. Bilangan pertama adalah bilangan yang terkecil, selisihnya 3 dari bilangan kedua. Bilangan ketiga adalah bilangan yang terbesar, selisihnya 5 dari bilangan kedua. Jumlah ketiga bilangan adalah 74. Tentukan hasil kali ketiga bilangan tersebut.



C. PERTIDAKSAMAAN LINEAR SATU VARIABEL

Dalam kehidupan sehari-hari, tentu kalian pernah menjumpai atau menemukan kalimat-kalimat seperti berikut.

- Berat badan Asti lebih dari 52 kg.
- Tinggi badan Amri 7 cm kurang dari tinggi badanku.
- Salah satu syarat menjadi anggota TNI adalah tinggi badannya tidak kurang dari 165 cm.
- Sebuah bus dapat mengangkut tidak lebih dari 55 orang.

Bagaimana menyatakan kalimat-kalimat tersebut dalam bentuk kalimat matematika? Untuk dapat menjawabnya pelajari uraian berikut.

1. Pengertian Ketidaksamaan

Agar kalian memahami pengertian ketidaksamaan, coba ingat kembali materi di sekolah dasar mengenai penulisan notasi $<$, $>$, \leq , \geq , dan \neq .

- 3 kurang dari 5 ditulis $3 < 5$.
- 8 lebih dari 4 ditulis $8 > 4$.
- x tidak lebih dari 9 ditulis $x \leq 9$.
- Dua kali y tidak kurang dari 16 ditulis $2y \geq 16$.

Kalimat-kalimat $3 < 5$, $8 > 4$, $x \leq 9$, dan $2y \geq 16$ disebut *ketidaksamaan*.

Secara umum dapat dituliskan sebagai berikut.

Suatu ketidaksamaan selalu ditandai dengan salah satu tanda hubung berikut.

“ $<$ ” untuk menyatakan *kurang dari*.

“ $>$ ” untuk menyatakan *lebih dari*.

“ \leq ” untuk menyatakan *tidak lebih dari* atau *kurang dari* atau *sama dengan*.

“ \geq ” untuk menyatakan *tidak kurang dari* atau *lebih dari* atau *sama dengan*.

2. Pertidaksamaan Linear Satu Variabel

Di bagian depan telah kalian pelajari bahwa suatu persamaan selalu ditandai dengan tanda hubung “ $=$ ”. Pada bagian ini kalian akan mempelajari ciri suatu pertidaksamaan.



Tugas Mandiri

(Menumbuhkan kreativitas)

Buatlah 10 buah ketidaksamaan. Gunakan notasi $<$, $>$, \leq , atau \geq . Ceritakan hasilnya secara singkat di depan kelas.



Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Sisipkan lambang $>$, $=$, atau $<$ di antara pasangan bilangan di bawah ini sehingga menjadi pernyataan yang benar.
 - $3 \dots -8$
 - $16 \dots 42$
 - $0,1 \dots 0,5$
 - $-2 \dots -4$
 - $\frac{3}{4} \dots \frac{1}{2}$
- Tulislah kalimat berikut dalam bentuk ketidaksamaan.
 - 9 kurang dari 13
 - 3 terletak antara -2 dan 5
 - m lebih dari 4
 - y tidak kurang dari 50
 - n tidak lebih dari 45
 - l paling sedikit 72
- Nyatakan bentuk-bentuk berikut menjadi satu ketidaksamaan.
 - $3 < 5$ dan $5 < 8$
 - $0 > -1$ dan $-1 > -5$
 - $10 > 4$ dan $10 < 15$
 - $2 < 6$ dan $2 > -3$
 - $3 > -6$ dan $3 < 10$
 - $-5 < 0$ dan $-5 > -7$
- Tulislah kalimat berikut dalam bentuk ketidaksamaan.
 - Jumlah x dan 4 kurang dari 6.
 - Hasil pengurangan p dari 9 lebih dari -6 .
 - 3 dikurangkan dari y hasilnya tidak kurang dari 2.
 - Hasil kali 5 dan x kurang dari atau sama dengan 12.
- Dari bentuk-bentuk berikut, manakah yang merupakan pertidaksamaan linear satu variabel? Jelaskan jawabanmu.
 - $x + 6 < 9$
 - $8 - q^2 > -1$
 - $m + n \leq 4$
 - $\frac{p}{2} - \frac{1}{p} \geq 3$
 - $4 - 2x - x^2 \geq 0$
 - $3(x - 5) < 2(8 - x)$
 - $2p^2 - 4pq + 3q^2 > 0$
 - $4x - 4 \geq 3y + 8$

3. Penyelesaian Pertidaksamaan Linear Satu Variabel

Pada bagian depan telah kalian pelajari cara menyelesaikan persamaan linear satu variabel, salah satunya dengan substitusi (penggantian). Hal ini juga berlaku pada pertidaksamaan linear satu variabel.

Perhatikan pertidaksamaan $10 - 3x > 2$, dengan x variabel pada himpunan bilangan asli.

Jika x diganti 1 maka $10 - 3x > 2$

$$\Leftrightarrow 10 - 3 \times 1 > 2$$

$$\Leftrightarrow 7 > 2 \quad (\text{pernyataan benar})$$

Jika x diganti 2 maka $10 - 3x > 2$

$$\Leftrightarrow 10 - 3 \times 2 > 2$$

$$\Leftrightarrow 4 > 2 \quad (\text{pernyataan benar})$$

Jika x diganti 3 maka $10 - 3x > 2$

$$\Leftrightarrow 10 - 3 \times 3 > 2$$

$$\Leftrightarrow 1 > 2 \quad (\text{pernyataan salah})$$

Jika x diganti 4 maka $10 - 3x > 2$

$$\Leftrightarrow 10 - 3 \times 4 > 2$$

$$\Leftrightarrow -2 > 2 \quad (\text{pernyataan salah})$$

Ternyata untuk $x = 1$ dan $x = 2$, pertidaksamaan $10 - 3x > 2$ menjadi kalimat yang benar. Jadi, himpunan penyelesaian dari $10 - 3x > 2$ adalah $\{1, 2\}$.

Secara umum dapat dituliskan sebagai berikut.

Pengganti variabel dari suatu pertidaksamaan, sehingga menjadi pernyataan yang benar disebut penyelesaian dari pertidaksamaan linear satu variabel.



Contoh

Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $4x - 2 > 3x + 5$ dengan x variabel pada himpunan bilangan cacah.

Penyelesaian:

Cara 1

Dengan mengganti tanda “>” dengan “=” diperoleh persamaan $4x - 2 = 3x + 5$.

Dengan cara menyelesaikan persamaan tersebut diperoleh penyelesaiannya adalah $x = 7$. Selanjutnya ambillah satu bilangan cacah yang kurang dari 7 dan lebih dari 7.

Periksalah nilai x yang memenuhi pertidaksamaan $4x - 2 > 3x + 5$.

Jika x diganti 6 maka $4 \times 6 - 2 > 3 \times 6 + 5$

$$22 > 23 \quad (\text{bernilai salah})$$

Jika x diganti 8 maka $4 \times 8 - 2 > 3 \times 8 + 5$

$$30 > 29 \quad (\text{bernilai benar})$$

Karena nilai x yang memenuhi adalah lebih besar dari 7, maka himpunan penyelesaian dari $4x - 2 > 3x + 5$ adalah $\{8, 9, 10, \dots\}$.



Diskusi

Diskusikan dengan temanmu.

Tentukan himpunan penyelesaian pertidaksamaan berikut, jika x, y variabel pada himpunan bilangan rasional.

a. $2(2y - 1) < 3(2y + 3)$

b. $5(5 - 3y) - (-y + 6) > 8$

c. $2(2 - 3x) > 2x - 12$

d. $\frac{2}{3}(x - 1) < \frac{2}{3}(2x - 4)$

Selidikilah, bagaimana himpunan penyelesaian pertidaksamaan di atas jika x, y variabel pada

a. himpunan bilangan asli;

b. himpunan bilangan cacah;

c. himpunan bilangan bulat.

Cara 2

$$4x - 2 > 3x + 5$$

$$\Leftrightarrow 4x - 2 + 2 > 3x + 5 + 2 \quad (\text{kedua ruas ditambah } 2)$$

$$\Leftrightarrow 4x > 3x + 7$$

$$\Leftrightarrow 4x + (-3x) > 3x + (-3x) + 7 \quad (\text{kedua ruas ditambah } -3x)$$

$$\Leftrightarrow x > 7$$

Karena x variabel pada himpunan bilangan cacah maka himpunan penyelesaiannya adalah $\{8, 9, 10, \dots\}$.

Cara 3

$$4x - 2 > 3x + 5$$

$$\Leftrightarrow 4x - 2 - 5 > 3x + 5 - 5 \quad (\text{kedua ruas dikurangi } 5)$$

$$\Leftrightarrow 4x - 7 > 3x$$

$$\Leftrightarrow 4x + (-4x) - 7 > 3x + (-4x) \quad (\text{kedua ruas ditambah } -4x)$$

$$\Leftrightarrow -7 > -x$$

$$\Leftrightarrow -7 : (-1) < -x : (-1) \quad (\text{kedua ruas dibagi dengan } -1 \text{ tetapi tanda ketidaksamaan berubah menjadi } <)$$

$$\Leftrightarrow 7 < x \text{ atau } x > 7$$

Karena x anggota bilangan cacah maka himpunan penyelesaiannya adalah $\{8, 9, 10, \dots\}$.

Berdasarkan contoh di atas, untuk menentukan penyelesaian pertidaksamaan linear satu variabel, dapat dilakukan dalam dua cara sebagai berikut.

- Mencari lebih dahulu penyelesaian persamaan yang diperoleh dari pertidaksamaan dengan mengganti tanda ketidaksamaan dengan tanda “=”.
- Menyatakan ke dalam pertidaksamaan yang ekuivalen.

Dari uraian tersebut dapat disimpulkan sebagai berikut.

Suatu pertidaksamaan dapat dinyatakan ke dalam pertidaksamaan yang ekuivalen dengan cara sebagai berikut.

- Menambah atau mengurangi kedua ruas dengan bilangan yang sama tanpa mengubah tanda ketidaksamaan.
- Mengalikan atau membagi kedua ruas dengan bilangan positif yang sama tanpa mengubah tanda ketidaksamaan.
- Mengalikan atau membagi kedua ruas dengan bilangan negatif yang sama, tetapi tanda ketidaksamaan berubah, dimana
 - $>$ menjadi $<$;
 - \geq menjadi \leq ;
 - $<$ menjadi $>$;
 - \leq menjadi \geq .



Diskusi

(Berpikir kritis)

Buatlah 5 buah soal yang berkaitan dengan pertidaksamaan linear satu variabel. Kemudian, tentukan himpunan penyelesaiannya. Buktikan kebenaran dari kesimpulan pada uraian di atas. Eksplorasilah hal tersebut. Diskusikan hal ini dengan teman sebangkumu. Hasilnya, ceritakan secara singkat di depan kelas.



Uji Kompetensi 7

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

Tentukan himpunan penyelesaian pertidaksamaan berikut jika peubah pada himpunan bilangan cacah.

1. $2x - 1 < 7$

7. $3(2t - 1) \leq 2t + 9$

11. $-2n < 3n - 5$

2. $p + 5 \geq 9$

8. $2(x - 30) < 4(x - 2)$

12. $25 + 2q \geq 3(q - 8)$

3. $4 - 3q \leq 10$

9. $6 - 2(y - 3) \leq 3(2y -$

13. $3p - 14 < 4p + 2$

4. $4x - 2 > 2x + 5$

4)

14. $\frac{6(2x-5)}{5} \leq \frac{3(2x-4)}{2}$

5. $2(x - 3) < 3(2x + 1)$

10. $\frac{6x-3}{3} \geq \frac{2(x+3)}{2}$

15. $\frac{m}{3} - 1 \geq 3 - \frac{m}{3}$

6. $12 - 6y \geq -6$

4. Pertidaksamaan Linear Satu Variabel Bentuk Pecahan

Pada bagian depan kalian telah mempelajari persamaan linear satu variabel bentuk pecahan dan penyelesaiannya. Konsep penyelesaian pada persamaan linear satu variabel bentuk pecahan dapat kalian gunakan untuk menyelesaikan pertidaksamaan linear satu variabel bentuk pecahan.



Contoh

Tentukan himpunan penyelesaian pertidaksamaan

an $\frac{1}{2}x + 3 \leq \frac{1}{5}x$, dengan x

variabel pada

$\{-15, -14, \dots, 0\}$.

Penyelesaian:

Cara 1

$$\frac{1}{2}x + 3 \leq \frac{1}{5}x$$

$$\Leftrightarrow 10 \left(\frac{1}{2}x + 3 \right) \leq \frac{1}{5}x \times 10$$

$$\Leftrightarrow 5x + 30 \leq 2x$$

(kedua ruas dikalikan KPK dari 2 dan 5, yaitu 10)



$$\Leftrightarrow 5x + 30 - 30 \leq 2x - 30 \quad (\text{kedua ruas dikurangi } 30)$$

$$\Leftrightarrow 5x \leq 2x - 30$$

$$\Leftrightarrow 5x - 2x \leq 2x - 30 - 2x \quad (\text{kedua ruas dikurangi } 2x)$$

$$\Leftrightarrow 3x \leq -30$$

$$\Leftrightarrow 3x : 3 \leq -30 : 3 \quad (\text{kedua ruas dibagi } 3)$$

$$\Leftrightarrow x \leq -10$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah

$$x = \{-15, -14, \dots, -10\}.$$

Cara 2

$$\frac{1}{2}x + 3 \leq \frac{1}{5}x$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 3 - 3 \leq \frac{1}{5}x - 3 \quad (\text{kedua ruas dikurangi } 3)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x \leq \frac{1}{5}x - 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x - \frac{1}{5}x \leq \frac{1}{5}x - 3 - \frac{1}{5}x \quad (\text{kedua ruas dikurangi } \frac{1}{5}x)$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{10}x \leq -3$$

$$\Leftrightarrow \frac{10}{3} \times \left(\frac{3}{10}x \right) \leq -3 \times \left(\frac{10}{3} \right) \quad (\text{kedua ruas dikalikan } \frac{10}{3})$$

$$\Leftrightarrow x \leq -10$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah

$$x = \{-15, -14, \dots, -10\}.$$



Uji Kompetensi 8

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan berikut, jika variabel pada himpunan bilangan bulat.

1. $\frac{1}{2}t - 1 < \frac{1}{3}(t - 4)$

2. $\frac{3}{4}y < 6$

3. $\frac{2}{3}(p - 1) > \frac{1}{5}p + 2$

4. $\frac{1}{3}(x + 2) > 2 + \frac{3x}{2}$

5. $\frac{1}{3}x + 1 \geq \frac{1}{2}(x - 1)$

6. $\frac{1}{2}(x + 5) - \frac{1}{4}(x + 1) > 3$

$$7. \frac{1}{3}(5y-1) < \frac{1}{2}(2y+1)$$

$$9. \frac{t-2}{4} - \frac{t-4}{6} \leq \frac{2}{3}$$

$$8. \frac{2x-3}{3} - \frac{x-3}{2} \geq 1\frac{1}{5}$$

$$10. \frac{2m}{3} - \frac{3m-14}{5} > 0$$

5. Grafik Himpunan Penyelesaian Pertidaksamaan Linear Satu Variabel

Grafik himpunan penyelesaian persamaan linear satu variabel ditunjukkan pada suatu garis bilangan, yaitu berupa noktah (titik). Demikian halnya pada pertidaksamaan linear satu variabel.

Perhatikan contoh berikut.



Contoh

Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $4x - 2 \leq 5 + 3x$, untuk x variabel pada himpunan bilangan asli. Kemudian, gambarlah grafik himpunan penyelesaiannya.

Penyelesaian:

$$4x - 2 \leq 5 + 3x$$

$$\Leftrightarrow 4x - 2 + 2 \leq 5 + 3x + 2 \quad (\text{kedua ruas ditambah } 2)$$

$$\Leftrightarrow 4x \leq 3x + 7$$

$$\Leftrightarrow 4x + (-3x) \leq 3x + (-3x) + 7 \quad (\text{kedua ruas ditambah } (-3x))$$

$$\Leftrightarrow x \leq 7$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{1, 2, 3, \dots, 7\}$.

Garis bilangan yang menunjukkan himpunan penyelesaiannya sebagai berikut.



UJI Kompetensi 9

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan berikut, kemudian gambarlah grafik himpunan penyelesaiannya, jika peubah pada himpunan bilangan bulat.

1. $2(x - 3) < 4(x - 2)$

2. $-2 \leq x + 3 \leq 5$

3. $\frac{2x}{3} - \frac{1}{3} > \frac{3x}{4}$

4. $4(y - 5) < 2(4 - 3y) + 2$

5. $6 - 2(y - 3) \leq 3(2y - 4)$

6. $7y > 5y + 4$

7. $x + 20 < 52 - 7x$

8. $4x - 2 < 2x + 5$

9. $\frac{1}{3}(y - 7) > y + 1$

10. $\frac{1}{3}(2y + 1) < \frac{1}{3}(5y - 1)$



D. MEMBUAT MODEL MATEMATIKA DAN MENYELESAIKAN SOAL CERITA YANG BERKAITAN DENGAN PERSAMAAN LINEAR SATU VARIABEL

Permasalahan dalam kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan persamaan linear satu variabel biasanya disajikan dalam bentuk soal cerita.

Untuk menyelesaikannya, buatlah terlebih dahulu model matematika berdasarkan soal cerita tersebut. Kemudian, selesaikanlah.

Untuk lebih jelasnya, pelajari contoh berikut.



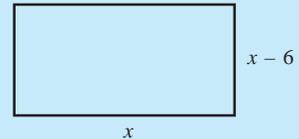
Contoh

1. Seorang petani mempunyai sebidang tanah berbentuk persegi panjang. Lebar tanah tersebut 6 m lebih pendek daripada panjangnya. Jika keliling tanah 60 m, tentukan luas tanah petani tersebut.

Penyelesaian:

Misalkan panjang tanah = x maka lebar tanah = $x - 6$. Model matematika dari soal di samping adalah $p = x$ dan $l = x - 6$, sehingga

$$\begin{aligned}K &= 2(p + l) \\60 &= 2(x + x - 6)\end{aligned}$$



Penyelesaian model matematika di atas sebagai berikut.

$$\begin{aligned}K &= 2(p + l) \\ \Leftrightarrow 60 &= 2(x + x - 6) \\ \Leftrightarrow 60 &= 2(2x - 6) \\ \Leftrightarrow 60 &= 4x - 12 \\ \Leftrightarrow 60 + 12 &= 4x - 12 + 12 \\ \Leftrightarrow 72 &= 4x \\ \Leftrightarrow \frac{72}{4} &= \frac{4x}{4} \\ \Leftrightarrow 18 &= x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Luas} &= p \times l \\ &= x(x - 6) \\ &= 18(18 - 6) \\ &= 18 \times 12 = 216\end{aligned}$$

Jadi, luas tanah petani tersebut adalah 216 m².

2. Diketahui harga sepasang sepatu dua kali harga sepasang sandal. Seorang pedagang membeli 4 pasang sepatu dan 3 pasang sandal. Pedagang tersebut harus membayar Rp275.000,00.

- Buatlah model matematika dari keterangan di atas.
- Selesaikanlah model matematika tersebut. Kemudian, tentukan harga 3 pasang sepatu dan 5 pasang sandal.

Penyelesaian:

- Misalkan harga sepasang sepatu = x dan harga sepasang sandal = y . Model matematika berdasarkan keterangan di atas adalah $x = 2y$ dan $4x + 3y = 275.000$.
- Dari model matematika diketahui $x = 2y$ dan $4x + 3y = 275.000$. Digunakan metode substitusi, sehingga diperoleh

$$4x + 3y = 275.000$$

$$\Leftrightarrow 4(2y) + 3y = 275.000$$

$$\Leftrightarrow 8y + 3y = 275.000$$

$$\Leftrightarrow 11y = 275.000$$

$$\Leftrightarrow y = 25.000$$

Karena $x = 2y$ dan $y = 25.000$, maka

$$x = 2 \times 25.000$$

$$x = 50.000$$

Jadi, harga sepasang sepatu adalah Rp50.000,00 dan harga sepasang sandal Rp25.000,00.

Harga 3 pasang sepatu dan 5 pasang sandal dapat ditulis sebagai $3x + 5y$, sehingga

$$3x + 5y = (3 \times 50.000) + (5 \times 25.000)$$

$$= 150.000 + 125.000$$

$$= 275.000$$

Jadi, harga 3 pasang sepatu dan 5 pasang sandal adalah Rp275.000,00.



Uji Kompetensi 10

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Diketahui harga 1 kg buah anggur tiga kali harga 1 kg buah salak. Jika ibu membeli 2 kg buah anggur dan 5 kg buah salak maka ibu harus membayar Rp38.500,00.
 - Buatlah kalimat matematika dari keterangan di atas, kemudian selesaikanlah.
 - Berapakah harga 1 kg buah anggur dan 1 kg buah salak?
 - Jika seseorang membeli 3 kg buah anggur dan 4 kg buah salak, berapakah ia harus membayar?
- Model kerangka sebuah balok dibuat dari seutas kawat berukuran panjang $(x + 6)$ cm, lebar x cm, dan tinggi $(x - 5)$ cm.
 - Berdasarkan keterangan tersebut, nyatakan rumus panjang kawat yang dibutuhkan dalam x .
 - Jika panjang kawat yang diperlukan 100 cm, tentukan ukuran balok tersebut.
 - Hitunglah volume balok tersebut.



3. Jumlah tiga bilangan genap yang berurutan adalah 108. Tentukan bilangan-bilangan itu.
4. Umur Vera 4 tahun kurangnya dari umur Togar. Jika jumlah umur mereka 24 tahun, tentukan umur mereka masing-masing.
5. Sebuah persegi panjang mempunyai ukuran panjang $(3x - 4)$ cm dan lebar $(x + 1)$ cm.
 - a. Tulislah rumus kelilingnya dan nyatakan dalam bentuk yang paling sederhana.
 - b. Jika kelilingnya 34 cm, tentukan luas persegi panjang tersebut.

Tugas Mandiri

(Berpikir Kritis)

Perhatikan kejadian (peristiwa) di lingkungan sekitarmu. Tuliskan masalah yang berkaitan dengan persamaan linear satu variabel, kemudian selesaikanlah. Ceritakan hasilnya secara singkat di depan kelas.



E. MEMBUAT MODEL MATEMATIKA DAN MENYELESAIKAN SOAL CERITA YANG BERKAITAN DENGAN PERTIDAKSAMAAN LINEAR SATU VARIABEL



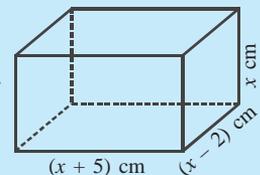
Contoh

1. Suatu model kerangka balok terbuat dari kawat dengan ukuran panjang $(x + 5)$ cm, lebar $(x - 2)$ cm, dan tinggi x cm.
 - a. Tentukan model matematika dari persamaan panjang kawat yang diperlukan dalam x .
 - b. Jika panjang kawat yang digunakan seluruhnya tidak lebih dari 132 cm, tentukan ukuran maksimum balok tersebut.

Penyelesaian:

- a. Misalkan panjang kawat yang diperlukan = K , maka model matematikanya sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 K &= 4p + 4l + 4t \\
 &= 4(x + 5) + 4(x - 2) + 4 \times x \\
 &= 4x + 20 + 4x - 8 + 4x \\
 &= 12x + 12
 \end{aligned}$$



Gambar 4.1

- b. Panjang kawat tidak lebih dari 132 cm dapat ditulis $K = 12x + 12 \leq 132$ cm, sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
 12x + 12 &\leq 132 \\
 \Leftrightarrow 12x + 12 - 12 &\leq 132 - 12 \\
 \Leftrightarrow 12x &\leq 120 \\
 \Leftrightarrow \frac{1}{12} \times 12x &\leq 120 \times \frac{1}{12} \\
 \Leftrightarrow x &\leq 10
 \end{aligned}$$

Nilai maksimum $x = 10$ cm, sehingga diperoleh

$$p = (x + 5) \text{ cm} = 15 \text{ cm}$$

$$l = (x - 2) \text{ cm} = 8 \text{ cm}$$

$$t = x = 10 \text{ cm.}$$

Jadi, ukuran maksimum balok adalah $(15 \times 8 \times 10)$ cm.

2. Permukaan sebuah meja berbentuk persegi panjang dengan panjang $16x$ cm dan lebar $10x$ cm. Jika luasnya tidak kurang dari 40 dm^2 , tentukan ukuran minimum permukaan meja tersebut.

Penyelesaian:

Diketahui panjang permukaan meja (p) = $16x$, lebar (l) = $10x$, dan luas = L .

Model matematika dari luas persegi panjang adalah

$$\begin{aligned} L &= p \times l \\ &= 16x \times 10x \\ &= 160x^2 \end{aligned}$$

Luas tidak kurang dari $40 \text{ dm}^2 = 4.000 \text{ cm}^2$ dapat ditulis

$$L = 160x^2 \geq 4.000, \text{ sehingga diperoleh}$$

$$160x^2 \geq 4.000$$

$$\Leftrightarrow x^2 \geq 25$$

$$\Leftrightarrow x \geq 5$$

Nilai minimum $x = 5$ cm, sehingga diperoleh

$$p = 16x \text{ cm} = 16 \times 5 \text{ cm} = 80 \text{ cm}$$

$$l = 10x \text{ cm} = 10 \times 5 \text{ cm} = 50 \text{ cm.}$$

Jadi, ukuran minimum permukaan meja tersebut adalah (80×50) cm.



Uji Kompetensi 11

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Persegi panjang mempunyai panjang $(x + 7)$ cm dan lebar $(x - 2)$ cm. Jika kelilingnya tidak lebih dari 50 cm, tentukan luas maksimum persegi panjang tersebut.
2. Panjang diagonal-diagonal suatu layang-layang adalah $(2x - 3)$ cm dan $(x + 7)$ cm.
Jika diagonal pertama lebih panjang dari diagonal kedua, tentukan luas minimum layang-layang tersebut.
3. Model kerangka kubus dibuat dari kawat yang panjang rusuknya $(x + 2)$ cm. Jika panjang kawat yang diperlukan tidak melebihi 180 cm, tentukan panjang rusuk kubus tersebut.



4. Panjang diagonal-diagonal suatu jajargenjang diketahui berturut-turut $(3x - 5)$ cm dan $(x + 7)$ cm. Jika diagonal pertama lebih panjang dari diagonal kedua, susunlah pertidaksamaan yang memenuhi dan selesaikanlah.
5. Suatu lempeng logam berbentuk segitiga dengan panjang sisi-sisinya $3a$ cm, $4a$ cm, dan $5a$ cm. Jika kelilingnya tidak kurang dari 72 cm, tentukan ukuran minimum segitiga tersebut.



(Berpikir kritis)

Amatilah kejadian (peristiwa) di lingkungan sekitarmu. Tuliskan masalah yang berkaitan dengan pertidaksamaan linear satu variabel, kemudian selesaikanlah. Ceritakan hasilnya secara singkat di depan kelas.



F. LOGIKA MATEMATIKA (PENGAYAAN)

Ketika seorang ahli matematika akan membuktikan atau memutuskan situasi yang dihadapi, maka ia harus menggunakan sistem logika. Demikian halnya dengan para programmer komputer, tidak lepas dari kaidah-kaidah logika.

Logika adalah suatu metode atau teknik yang diciptakan untuk meneliti ketepatan penalaran. *Penalaran* adalah suatu bentuk pemikiran yang masuk akal. Untuk menyampaikan pemikiran tersebut seseorang menggunakan kalimat. Dalam matematika, ada tiga bentuk kalimat, yaitu kalimat pernyataan, kalimat bukan pernyataan, dan kalimat terbuka. Coba kalian ingat kembali pengertian dari kalimat-kalimat tersebut.

1. Tiga adalah bilangan prima (pernyataan).
2. Wah, tampan sekali pemuda itu (bukan pernyataan).
3. $2x - 3 = 7$ (kalimat terbuka).

Pada bagian ini kita akan mempelajari bagian-bagian dari suatu pernyataan.

1. Pernyataan Sederhana dan Pernyataan Majemuk

Pada bagian depan telah kalian pelajari bahwa pernyataan adalah suatu kalimat yang bernilai benar atau salah, tetapi tidak sekaligus benar dan salah. Nilai kebenaran suatu pernyataan tergantung pada kebenaran atau ketidakbenaran realitas yang dinyatakannya. Kebenaran berdasarkan realitas disebut kebenaran faktual. Adapun benar atau salahnya suatu pernyataan disebut nilai kebenaran pernyataan itu.



Contoh

- a. Rasa gula itu manis.
- b. 7 adalah bilangan genap.
- c. Pantai Parangtritis terletak di Pulau Jawa dan Daerah Istimewa Jogjakarta.

Contoh a dan b adalah pernyataan yang hanya menyatakan pemikiran tunggal, sedangkan contoh c adalah *pernyataan majemuk*.

Pernyataan yang menyatakan pikiran tunggal disebut *pernyataan sederhana*, sedangkan pernyataan yang terdiri dari beberapa pernyataan sederhana dengan bermacam-macam kata hubung disebut *pernyataan majemuk*.

Lambang-lambang yang umumnya dipakai untuk menyatakan suatu pernyataan dalam logika sebagai berikut.

- a. Huruf p, q, r, \dots untuk menyatakan suatu pernyataan.

Contoh: p : Cuaca hari ini mendung.

$$q : 16 - 5 = 11$$

- b. B (benar), T (*true*), atau 1 untuk menyatakan nilai benar.
S (salah), F (*false*), atau 0 untuk menyatakan nilai salah.



Uji Kompetensi 12

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Tentukan kalimat berikut ini, manakah yang merupakan kalimat pernyataan atau bukan pernyataan.
 - $(-3)^3 = -9$
 - Ibu kota Indonesia adalah Jakarta.
 - $2 + 5 \geq 13$
 - Ada tujuh hari dalam seminggu.
 - Mari kita belajar kelompok.
 - Dewi datang ketika kami sudah pulang.
 - Adik menyapu halaman, sedangkan Tono mencuci motor.
 - Motor ayah macet karena kehabisan bensin.
 - Ibu telah menyiapkan sarapan pagi ketika kami akan berangkat ke sekolah.
- Tentukan pernyataan-pernyataan tunggal dari pernyataan majemuk berikut ini.
 - Walaupun hari masih pagi tetapi aku tetap berangkat ke kantor.

2. Sistem Lambang Logika Pernyataan

Lambang-lambang pernyataan tertentu, baik pernyataan tunggal maupun majemuk, biasanya menggunakan variabel pernyataan, yaitu p, q , atau r dan seterusnya. Perhatikan contoh berikut.



a. *Pernyataan tunggal*

q : Saya berangkat ke sekolah (i)

p : Ini hari Sabtu (ii)

b. *Pernyataan majemuk*

Ini hari Sabtu atau saya berangkat ke sekolah (iii)

Ini hari Sabtu dan saya berangkat ke sekolah (iv)

Pernyataan majemuk (iii) dan (iv) masing-masing dapat ditulis dengan lambang sebagai berikut.

(iii) p atau q

(iv) p dan q

Kata “atau” dan “dan” yang menghubungkan p dan q disebut kata “perekat” atau kata hubung. Kata hubung tersebut merupakan operator pernyataan dalam logika. Ada lima operator pernyataan.

Perhatikan tabel berikut.

| No. | Operator | | Arti Dalam Bahasa Sehari-Hari |
|-----|-------------------|-------------------|----------------------------------|
| | Nama | Lambang | |
| 1. | Negasi | \sim | tidak, bukan |
| 2. | Konjungsi | \wedge | dan, tetapi, meskipun, walaupun |
| 3. | Disjungsi | \vee | atau |
| 4. | Implikasi/Kondisi | \Rightarrow | Jika ... maka ... |
| 5. | Biimplikasi | \Leftrightarrow | Jika dan hanya jika ... maka ... |

Pada pembahasan kali ini kalian hanya akan mempelajari mengenai operator pernyataan negasi dan konjungsi. Adapun operator disjungsi, implikasi, dan biimplikasi akan kalian pelajari di tingkat yang lebih lanjut.

Agar kalian dapat memahami mengenai negasi dan konjungsi coba kalian ingat kembali pengertian kalimat terbuka dan himpunan penyelesaian kalimat terbuka.

3. Ingkaran atau Negasi Suatu Pernyataan

Jika p adalah suatu pernyataan maka ingkarannya dinotasikan sebagai $\sim p$ atau $\neg p$ atau \bar{p} . Apabila pernyataan p bernilai benar, maka pernyataan $\sim p$ bernilai salah. Sebaliknya, apabila pernyataan p bernilai salah, maka pernyataan $\sim p$ bernilai benar.



Contoh

- a. p : Semua siswa memakai sepatu hitam.
 $\sim p$: Tidak benar bahwa semua siswa memakai sepatu hitam,
atau
 $\sim p$: Semua siswa tidak memakai sepatu hitam.
Nilai kebenaran pernyataan p tergantung kenyataannya. Jika p bernilai benar maka $\sim p$ bernilai salah atau sebaliknya.
- b. r : Gunung Tangkuban Perahu terletak di Jawa Barat (B)
 $\sim r$: Gunung Tangkuban Perahu tidak terletak di Jawa Barat (S)

Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan sebagai berikut.

Ingkaran atau negasi suatu pernyataan p adalah pernyataan $\sim p$ yang bernilai benar jika p bernilai salah dan bernilai salah jika p bernilai benar.

Agar kalian lebih jelas, perhatikan tabel kebenaran berikut.

| p | $\sim p$ | Keterangan: B = benar S = salah |
|-----|----------|--|
| B | S | |
| S | B | |

Tabel kebenaran tersebut digunakan untuk menentukan nilai kebenaran suatu pernyataan beserta negasinya.



Uji Kompetensi 13

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Tentukan nilai kebenaran pernyataan-pernyataan berikut.
 - Semua bilangan prima adalah ganjil.
 - Hasil kali bilangan bulat negatif dan bilangan bulat negatif adalah bilangan positif.
 - Bandar udara Sultan Thoha terletak di Jambi.
 - $5 \times (-7) = (-7) : 5$.
 - Australia terletak di Benua Asia.
- Tentukan himpunan penyelesaian kalimat terbuka di bawah ini agar menjadi pernyataan yang benar.
 - $x^2 - 4 = 0$
 - y adalah bilangan prima kurang dari 20.
 - $-3a - 1 = 8$, a bilangan bulat.
 - x adalah kelipatan persekutuan terkecil dari 12 dan 35.
 - $p + q = 15$, untuk p, q bilangan asli.



3. Tentukan ingkaran pernyataan berikut ini serta tentukan nilai kebenarannya.
- $(-9) \times 6 = -54$.
 - Bunga melati berwarna merah.
 - Aku mempunyai adik.
 - Taj Mahal terletak di India.
 - 75 habis dibagi 4.

4. Konjungsi

Nilai dan tabel kebenaran konjungsi

Konjungsi merupakan pernyataan majemuk dengan kata penghubung *dan*. Dua pernyataan p dan q yang dinyatakan dalam bentuk $p \wedge q$ disebut konjungsi. ($p \wedge q$ dibaca: p dan q)

Pernyataan $p \wedge q$ disebut juga sebagai pernyataan *konjungtif* dan masing-masing p serta q disebut *komponen* (subpernyataan). Kata penghubung “dan” sering kali berarti “kemudian, lantas, lalu”. Konjungsi bersifat simetrik, artinya $p \wedge q$ ekuivalen dengan $q \wedge p$.



Contoh

Meskipun hari hujan, ia tetap berangkat bekerja.

Pernyataan tersebut sama artinya dengan:

Ia tetap berangkat bekerja meskipun hari hujan.

Kata-kata yang membentuk konjungsi selain *dan* adalah *meskipun, tetapi, sedangkan, padahal, sambil, yang, juga, walaupun*, dan lain-lain.

Nilai kebenaran konjungsi disajikan pada tabel kebenaran di samping.

| p | q | $p(x) \wedge q$ |
|-----|-----|-----------------|
| B | B | B |
| B | S | S |
| S | B | S |
| S | S | S |

Konjungsi dua pernyataan p dan q bernilai benar hanya jika kedua komponennya bernilai benar.



Contoh

a. p : Pura Tanah Lot terletak di Bali (B)

q : Pura Tanah Lot berada di pantai (B)

$p \wedge q$: Pura Tanah Lot terletak di Bali dan berada di pantai (B)

b. p : Pura Tanah Lot terletak di Bali (B)

q : Pura Tanah Lot tidak berada di pantai (S)

$p \wedge q$: Pura Tanah Lot terletak di Bali dan tidak berada di pantai (S)

- c. p : Pura Tanah Lot terletak di Aceh (S)
 q : Pura Tanah Lot berada di pantai (B)
 $p \wedge q$: Pura Tanah Lot terletak di Aceh dan berada di pantai
..... (S)
- d. p : Pura Tanah Lot terletak di Sulawesi (S)
 q : Pura Tanah Lot tidak berada di pantai (S)
 $p \wedge q$: Pura Tanah Lot terletak di Sulawesi dan tidak berada
di pantai (S)

Catatan:

- Dalam pernyataan majemuk, kedua pernyataan tunggalnya boleh tidak mempunyai hubungan.

Contoh: Ibu kota Filipina adalah Manila dan $3 + 7 = 10$.

- Ada pernyataan majemuk yang menggunakan kata hubung *dan* tetapi bukan konjungsi.

Contoh: Ibu pulang dari pasar dan terus memasak.

Pernyataan tersebut bukan konjungsi, karena kata “dan” pada contoh tersebut mengandung pengertian waktu.



UJI Kompetensi 14

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Diketahui pernyataan-pernyataan sebagai berikut.

p : Kamboja adalah salah satu negara anggota ASEAN.

q : Ibu kota Kamboja terletak di Phnom Penh.

Tentukan pernyataan-pernyataan majemuk yang dinyatakan dengan notasi berikut.

- | | |
|----------------------|----------------------------|
| a. $p \wedge q$ | e. $\sim p \wedge \sim q$ |
| b. $q \wedge p$ | f. $\sim q \wedge \sim p$ |
| c. $\sim p \wedge q$ | g. $\sim(p \wedge q)$ |
| d. $p \wedge \sim q$ | h. $\sim(p \wedge \sim q)$ |

2. Diketahui pernyataan-pernyataan sebagai berikut.

k : 2 adalah bilangan prima genap.

l : 5 adalah $\sqrt{25}$.

m : Taman wisata Dieng terletak di Jawa Timur.

Tentukan nilai kebenaran dari pernyataan yang dinyatakan dengan notasi berikut.

- | | |
|-----------------|----------------------|
| a. $k \wedge l$ | d. $k \wedge \sim l$ |
| b. $k \wedge m$ | e. $\sim m \wedge l$ |
| c. $l \wedge m$ | |



Rangkuman

1. Pernyataan adalah kalimat yang dapat ditentukan nilai kebenarannya (bernilai benar atau bernilai salah).



2. Kalimat terbuka adalah kalimat yang memuat variabel dan belum diketahui nilai kebenarannya.
3. Himpunan penyelesaian dari kalimat terbuka adalah himpunan semua pengganti dari variabel-variabel pada kalimat terbuka sehingga kalimat tersebut bernilai benar.
4. Persamaan adalah kalimat terbuka yang dihubungkan oleh tanda sama dengan ($=$).
5. Persamaan linear satu variabel adalah kalimat terbuka yang dihubungkan oleh tanda sama dengan ($=$) dan hanya mempunyai satu variabel berpangkat satu. Bentuk umum persamaan linear satu variabel adalah $ax + b = 0$ dan $a \neq 0$.
6. Penyelesaian persamaan linear adalah pengganti variabel x yang menyebabkan persamaan bernilai benar.
7. Dua persamaan atau lebih dikatakan ekuivalen jika mempunyai himpunan penyelesaian yang sama dan dinotasikan dengan tanda " \Leftrightarrow ".
8. Suatu persamaan dapat dinyatakan ke dalam persamaan yang ekuivalen dengan cara:
 - a. menambah atau mengurangi kedua ruas dengan bilangan yang sama;
 - b. mengalikan atau membagi kedua ruas dengan bilangan yang sama.
9. Suatu ketidaksamaan selalu ditandai dengan salah satu tanda hubung berikut.
 - " $<$ " untuk menyatakan *kurang dari*.
 - " $>$ " untuk menyatakan *lebih dari*.
 - " \leq " untuk menyatakan *tidak lebih dari* atau *kurang dari atau sama dengan*.
 - " \geq " untuk menyatakan *tidak kurang dari* atau *lebih dari atau sama dengan*.
10. Pertidaksamaan adalah kalimat terbuka yang menyatakan hubungan ketidaksamaan ($>$, $<$, \geq , atau \leq).
11. Untuk menentukan penyelesaian pertidaksamaan linear satu variabel, dapat dilakukan dalam dua cara sebagai berikut.
 - a. Mencari lebih dahulu penyelesaian persamaan yang diperoleh dari pertidaksamaan dengan mengganti tanda ketidaksamaan dengan tanda " $=$ ".
 - b. Menyatakan ke dalam pertidaksamaan yang ekuivalen.



Refleksi

Setelah mempelajari mengenai *Persamaan dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel*, coba rangkum materi yang telah kamu pahami. Catat materi yang belum kamu pahami dan tanyakan kepada gurumu. Berilah contoh masalah beserta penyelesaiannya yang berkaitan dengan persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel. Hasilnya, kemukakan secara singkat di depan kelas.



Evaluasi 4

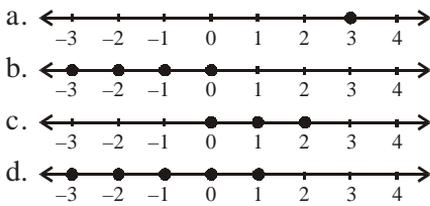
Kerjakan di buku tugasmu.

A. Pilihlah salah satu jawaban yang tepat.

- Penyelesaian dari persamaan $6 - 2x = 5x + 20$ dengan x variabel pada himpunan bilangan bulat adalah
 - $x = 1$
 - $x = 2$
 - $x = -2$
 - $x = -1$
- Diketahui persamaan-persamaan berikut.
 - $\frac{1}{5}x - 3 = 1$
 - $x - 5 = 5$
 - $x - 15 = 5$
 - $3x - 45 = 15$
 Dari persamaan di atas yang merupakan persamaan ekuivalen adalah
 - (i), (ii), dan (iii)
 - (i), (iii), dan (iv)
 - (i), (ii), dan (iv)
 - (ii), (iii), dan (iv)
- Panjang sisi-sisi sebuah segitiga diketahui $2x$ cm, $(2x + 2)$ cm, dan $(3x + 1)$ cm. Jika kelilingnya 24 cm, panjang sisi yang terpanjang adalah
 - 6 cm
 - 8 cm
 - 10 cm
 - 12 cm
- Harga sebuah buku sama dengan dua kali harga pensil. Jika 6 buku dan 15 pensil harganya Rp21.600,00, harga satu buku adalah
 - Rp1.600,00
 - Rp1.500,00
 - Rp800,00
 - Rp750,00
- Tiga bilangan genap yang berurutan jumlahnya 108. Bilangan yang terbesar adalah
 - 36
 - 38
 - 40
 - 44
- Jika pengurangan $2x$ dari 3 hasilnya tidak kurang dari 5 maka nilai x adalah
 - $x \geq 4$
 - $x \geq -1$
 - $x \leq 4$
 - $x \leq -1$
- Batas nilai x dari pertidaksamaan $\frac{1}{3}(x - 2) < -\frac{1}{4}(x - 2)$ jika x variabel pada himpunan bilangan bulat adalah
 - $x < 2$
 - $x > 2$
 - $x < -2$
 - $x > -2$



8. Grafik himpunan penyelesaian dari $2x + 4 > 3x + 2$ dengan x variabel pada $\{-3, -2, -1, \dots, 3\}$ adalah



9. Penyelesaian dari $2(3 - 3x) > 3x - 12$, jika x variabel pada himpunan bilangan bulat adalah

- a. $x < -2$ c. $x < 2$
 b. $x > -2$ d. $x > 2$

10. Panjang sisi-sisi sebuah persegi diketahui $(x + 2)$ cm. Jika kelilingnya tidak lebih dari 20 cm, luas maksimum persegi tersebut adalah

- a. 9 cm^2 c. 20 cm^2
 b. 16 cm^2 d. 25 cm^2

B. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan singkat dan tepat.

1. Jika variabel pada himpunan bilangan rasional, tentukan himpunan penyelesaian dari setiap persamaan berikut.

a. $\frac{x-4}{2} - \frac{x+5}{5} = -1$

b. $2x - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

c. $\frac{x}{2} = \frac{x}{7} - 10$

d. $\frac{1}{5}x - 2 = \frac{1}{2}(x - 1)$

e. $2y - 13 = 12 - \frac{1}{2}y$

f. $5(13 - y) = 9y - (2y - 5)$

2. Panjang sisi-sisi suatu persegi panjang diketahui $(2x - 6)$ cm dan $(x + 8)$ cm. Jika kelilingnya 28 cm, tentukan luas persegi panjang tersebut.

3. Diketahui harga sepasang sepatu 2 kali harga sepasang sandal. Jumlah harga kedua pasang sepatu dan sandal tersebut Rp82.500,00. Susunlah persamaan dalam x dan tentukan harga sepatu dan sandal tersebut.

4. Dengan peubah pada himpunan bilangan bulat, tentukan penyelesaian pertidaksamaan berikut, kemudian gambarkan grafik himpunan penyelesaiannya.

a. $4(x - 3) < x + 3$

b. $\frac{x}{2} - 1 \leq 5 + \frac{x}{3}$

c. $\frac{x-2}{4} - \frac{x-4}{6} > \frac{2}{3}$

d. $2\left(5x - 2\frac{1}{2}\right) < 5(x + 3)$

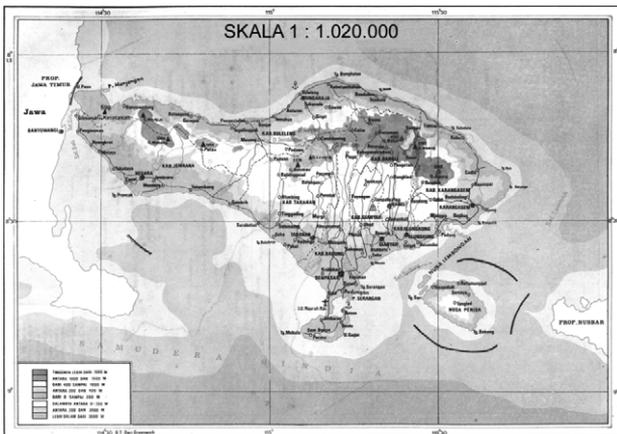
e. $\frac{2x-3}{3} - \frac{x-3}{2} \leq 1\frac{1}{5}$

f. $\frac{x}{3} + 1 > \frac{x}{2}$

5. Seorang anak mengendarai sepeda dengan kecepatan $(x + 3)$ km/jam selama 1 jam 15 menit. Kemudian dengan kecepatan $(2x - 4)$ km/jam selama 1 jam 30 menit. Jika jarak yang ditempuh seluruhnya tidak lebih dari 19 km, susunlah pertidaksamaan dalam x dan selesaikanlah.

BAB 5

PERBANDINGAN DAN ARITMETIKA SOSIAL



Sumber: Atlas Indonesia dan Sekitarnya, 1990

Jika kalian mempunyai peta, cobalah perhatikan angka skalanya. Tahukah kalian apakah arti skala 1 : 1.020.000 pada peta di samping? Bagaimana jika angka skala bukan 1 : 1.020.000? Skala sangat berguna bagi seorang perancang bangunan, mobil, atau pesawat terbang. Dengan skala kalian dapat membandingkan bentuk asli suatu benda terhadap bentuk modelnya. Untuk memahami hal ini pelajarilah bab ini dengan saksama.

Tujuan pembelajaranmu pada bab ini adalah:

- ❖ dapat menghitung nilai keseluruhan, nilai per unit, dan nilai sebagian;
- ❖ dapat menentukan besar dan persentase laba, rugi, harga jual, harga beli, rabat, bunga tunggal dalam kegiatan ekonomi;
- ❖ dapat menjelaskan pengertian skala sebagai suatu perbandingan;
- ❖ dapat menghitung faktor perbesaran dan pengecilan pada gambar berskala;
- ❖ dapat memberikan contoh masalah sehari-hari yang merupakan perbandingan seharga (senilai) dan berbalik harga (nilai);
- ❖ dapat menyelesaikan soal yang melibatkan perbandingan seharga (senilai) dan berbalik harga (nilai).

Kata-Kata Kunci:

- | | |
|-----------------------------|---|
| ❖ nilai keseluruhan | ❖ bunga tunggal |
| ❖ laba, rugi, dan rabat | ❖ skala |
| ❖ harga jual dan harga beli | ❖ perbandingan senilai dan berbalik nilai |



Tugas Mandiri

(Berpikir kritis)

Ibu membeli 5 kg beras dan 3 kg minyak goreng. Harga 1 kg beras adalah Rp5.800,00, sedangkan harga 1 kg minyak goreng Rp12.000,00.

- Buatlah pernyataan tersebut dalam bentuk aljabar.
- Berapakah harga yang harus ibu bayar?

Agar kalian dapat memahami materi pada bab ini dengan baik, kalian harus mengingat kembali materi yang terdahulu mengenai pecahan. Kalian juga harus mengingat kembali mengenai operasi hitung pada bentuk aljabar. Materi yang akan kalian pelajari berikut ini merupakan penggunaan aljabar dalam kehidupan sehari-hari.



A. ARITMETIKA SOSIAL DALAM KEGIATAN EKONOMI

Pernahkah kalian membeli buku tulis di sebuah toko buku atau di swalayan? Di swalayan atau toko buku, biasanya barang dijual dalam jumlah banyak (grosir). Harga barang yang dijual dalam jumlah banyak biasanya lebih rendah daripada jika dijual secara eceran. Bandingkan jika kalian membeli buku tulis dalam jumlah banyak di toko buku dengan membeli secara eceran di toko dekat rumahmu.

1. Menghitung Nilai Keseluruhan, Nilai Per Unit, dan Nilai Sebagian

Seorang pemilik toko menjual satu kotak karet penghapus dengan harga Rp8.400,00. Ternyata, dalam satu kotak terdapat 12 buah karet penghapus. Seseorang membeli sebuah karet penghapus dan pemilik toko menjualnya dengan harga Rp700,00. Dalam hal ini, harga satu kotak karet penghapus = Rp8.400,00 disebut *nilai keseluruhan*, sedangkan harga satu buah karet penghapus = Rp700,00 disebut nilai per unit.



Gambar 5.1



Contoh

Seorang pedagang buah membeli 12 buah durian. Ia membayar dengan 3 lembar uang seratus ribuan dan mendapat uang kembalian sebesar Rp30.000,00.

- Tentukan harga pembelian seluruhnya.
- Tentukan harga pembelian tiap buah.
- Jika pedagang tersebut hanya membeli 8 buah durian, berapakah ia harus membayar?

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{a. Harga pembelian} &= 3 \times \text{Rp}100.000,00 - \text{Rp}30.000,00 \\ &= \text{Rp}300.000,00 - \text{Rp}30.000,00 \\ &= \text{Rp}270.000,00 \end{aligned}$$

Jadi, harga pembelian seluruhnya adalah Rp270.000,00.

$$\begin{aligned} \text{b. Harga durian per buah} &= \frac{\text{Rp}270.000,00}{12} \\ &= \text{Rp}22.500,00 \end{aligned}$$

Jadi, harga tiap buah durian itu adalah Rp22.500,00.

$$\begin{aligned} \text{c. Harga 8 buah} &= 8 \times \text{Rp}22.500,00 \\ &= \text{Rp}180.000,00 \end{aligned}$$

Jadi, harga 8 buah durian adalah Rp180.000,00.

2. Harga Pembelian, Harga Penjualan, Untung, dan Rugi

Pak Sirait membeli televisi dengan harga Rp1.250.000,00. Sebulan kemudian televisi tersebut dijual dengan harga Rp1.400.000,00. Dalam hal ini, Pak Sirait mengalami untung Rp150.000,00. Jika Pak Sirait hanya mampu menjual dengan harga Rp1.050.000,00, dikatakan Pak Sirait mengalami rugi Rp200.000,00. Dari uraian tersebut, dapat disimpulkan sebagai berikut.

Harga beli adalah harga barang dari pabrik, grosir, atau tempat lainnya. Harga beli sering disebut *modal*. Dalam situasi tertentu, modal adalah harga beli ditambah dengan ongkos atau biaya lainnya.

Harga jual adalah harga barang yang ditetapkan oleh pedagang kepada pembeli. *Untung* atau *laba* adalah selisih antara harga penjualan dengan harga pembelian jika harga penjualan lebih dari harga pembelian.

$$\text{Laba} = \text{harga penjualan} - \text{harga pembelian}$$

Rugi adalah selisih antara harga penjualan dengan harga pembelian jika harga penjualan kurang dari harga pembelian.

$$\text{Rugi} = \text{harga pembelian} - \text{harga penjualan}$$



Soal Tantangan

Koperasi sekolah membeli 25 pak buku tulis dengan harga Rp350.000,00 (1 pak berisi 40 buku). Jika koperasi sekolah menjual buku tersebut dengan mengharapkan untung Rp70.000,00, tentukan harga penjualan per buku.



Contoh

Seorang pedagang membeli jeruk sebanyak 40 kg dengan harga Rp6.500,00 per kg. Kemudian 30 kg di antaranya dijual dengan harga Rp7.000,00 per kg, dan sisanya dijual dengan harga Rp6.000,00 per kg.

Hitunglah

- harga pembelian;
- harga penjualan;
- besarnya untung atau rugi dari hasil penjualan tersebut.

Penyelesaian:

a. $\text{Harga pembelian} = 40 \times \text{Rp}6.500,00$
 $= \text{Rp}260.000,00$

Jadi, harga pembelian jeruk adalah Rp260.000,00.

b. Harga penjualan
 $= (30 \times \text{Rp}7.000,00) + (10 \times \text{Rp}6.000,00)$
 $= \text{Rp}210.000,00 + \text{Rp}60.000,00$
 $= \text{Rp}270.000,00$

Jadi, harga penjualannya adalah Rp270.000,00.

- c. Karena harga penjualan lebih dari harga pembelian, maka pedagang tersebut mengalami untung.

$$\begin{aligned}\text{Untung} &= \text{harga penjualan} - \text{harga pembelian} \\ &= \text{Rp}270.000,00 - \text{Rp}260.000,00 \\ &= \text{Rp}10.000,00\end{aligned}$$

Jadi, besarnya keuntungan yang diperoleh pedagang tersebut adalah Rp10.000,00.





Uji Kompetensi 1

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Tentukan harga per unit jika diketahui harga keseluruhan berikut ini.
 - a. Harga satu kardus mi instan yang berisi 35 buah Rp33.250,00.
 - b. Harga satu gros jepit rambut Rp216.000,00 (1 gros = 12 lusin).
 - c. Harga tiga lusin buku tulis Rp79.200,00.
2. Tentukan harga keseluruhan dari barang-barang berikut.
 - a. 5 kardus susu 800 g jika harga per kardus Rp87.000,00.
 - b. 15 bungkus mi instan jika harga per bungkus Rp1.050,00.
 - c. 2 gros mainan anak jika harga per unit Rp5.500,00.
3. Tentukan harga penjualan dari hasil perdagangan di bawah ini.
 - a. Seorang pedagang membeli 2 kuintal beras dengan harga Rp570.000,00, kemudian dijual dengan mengambil untung Rp300,00 tiap kg.
 - b. Seorang pedagang membeli 3 kodi pakaian dengan harga Rp325.000,00 per kodi, kemudian karena sesuatu hal dijual dengan menderita rugi Rp2.500,00 tiap potong.
 4. Tentukan harga pembelian dari hasil perdagangan di bawah ini.
 - a. Seorang pedagang menjual 50 kg cabe rawit dengan harga Rp312.500,00. Dengan harga ini, pedagang tersebut menderita kerugian Rp125,00 tiap ons.
 - b. Dengan ongkos perbaikan Rp850.000,00, sebuah sepeda motor laku dijual dengan harga Rp8.250.000,00. Dengan harga ini, diperoleh keuntungan Rp450.000,00.
 5. Seorang pedagang mempunyai modal Rp500.000,00. Uang itu ia gunakan untuk membeli dua lusin pakaian anak. Jika pedagang tersebut menjual pakaian anak dengan harga Rp20.500,00 per buah, untung atau rugikah pedagang tersebut?



Tugas Mandiri

(Menumbuhkan kreativitas)

Datanglah ke toko elektronik yang terdekat. Tanyakan harga pembelian dan penjualan dari 5 buah barang yang ada di toko tersebut. Kemudian, tentukan besarnya laba/rugi yang diperoleh pemilik toko tersebut. Ceritakan pengalamanmu secara singkat di depan kelas.

Simulasi Kegiatan Ekonomi Sehari-Hari (Jual-Beli)

Petunjuk untuk guru

- Siswa dibagi menjadi 6 kelompok, setiap kelompok bermain peran dalam kegiatan ekonomi berikut ini.
- Tiga kelompok berperan masing-masing sebagai pemilik toko pakaian, toko kelontong, dan toko alat tulis. Kemudian, tiap kelompok yang berperan sebagai pemilik toko, menentukan jenis, jumlah, harga beli, dan harga tiap barang yang ada di tokonya. Masukkan hasilnya pada tabel seperti berikut.

Tabel 5.1

| No. | Jenis Barang | | Harga Beli/Unit | Harga Jual Toko/Unit |
|-----|--------------|--------|-----------------|----------------------|
| | Nama | Jumlah | | |
| 1. | | | | |
| 2. | | | | |
| 3. | | | | |
| 4. | | | | |
| 5. | | | | |

Tiap kelompok yang berperan sebagai pemilik toko juga mencatat barang-barang yang telah terjual beserta jumlahnya. Dengan demikian dapat dihitung harga beli keseluruhan dari barang yang terjual, untung, dan ruginya. Hasilnya, masukkan pada tabel seperti berikut.

Tabel 5.2

| No. | Jenis dan Jumlah Barang yang Terjual | Jumlah | Harga/Unit | Harga Keseluruhan |
|-----|--------------------------------------|--------|------------|-------------------|
| 1. | | | | |
| 2. | | | | |
| 3. | | | | |
| 4. | | | | |
| 5. | | | | |

| Harga Beli Keseluruhan Barang yang Terjual | Untung | Rugi |
|--|--------|-------|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

- Tiga kelompok berperan sebagai pembeli. Tiap kelompok yang berperan sebagai pembeli menentukan modal yang dimiliki, membuat uang tiruan dari kertas, dan membelanjakan uangnya ke tiga toko tersebut. Kemudian, pembeli membuat catatan jenis barang yang dibeli dan jumlahnya, serta harga keseluruhan barang yang dibeli. Hasilnya, masukkan pada tabel seperti berikut.



Tabel 5.3

| No. | Barang yang Dibeli | Jumlah | Harga/Unit | Harga Keseluruhan |
|--------------------------------------|--------------------|--------|------------|-------------------|
| 1. | | | | |
| 2. | | | | |
| 3. | | | | |
| 4. | | | | |
| 5. | | | | |
| Jumlah Uang yang Dibelanjakan | | | | |
| Modal | | | | |
| Sisa Uang yang Dimiliki | | | | |

- Setelah melakukan simulasi kegiatan ekonomi di atas, setiap kelompok mendiskusikan hasilnya dan membuat laporan. Salah satu wakil dari tiap kelompok mengemukakan hasil laporannya di depan kelas.

3. Persentase Untung atau Rugi

a. Menentukan persentase untung atau rugi

Pada bab yang lalu, kalian telah mengetahui mengenai persen. Coba ingat kembali materi tersebut. Persen artinya per seratus. Persen ditulis dalam bentuk $p\%$ dengan p bilangan real.

Dalam perdagangan, besar untung atau rugi terhadap harga pembelian biasanya dinyatakan dalam bentuk persen.

$$\text{Persentase untung} = \frac{\text{untung}}{\text{harga pembelian}} \times 100\%$$

$$\text{Persentase rugi} = \frac{\text{rugi}}{\text{harga pembelian}} \times 100\%$$

Rumus di atas dapat diterapkan pada contoh soal berikut.



Tugas Mandiri

(Menumbuhkan kreativitas)

Amatilah lingkungan di sekitarmu. Carilah barang kebutuhan sehari-hari yang dijual dengan menggunakan persen. Ceritakan hasil temuanmu di depan kelas.



Contoh

Seorang pedagang membeli 1 kuintal beras dengan harga Rp6.000,00 per kg. Pedagang itu menjual beras tersebut dan memperoleh uang sebanyak Rp620.000,00. Tentukan persentase untung atau rugi pedagang itu.

Penyelesaian:

Harga pembelian = $100 \times \text{Rp}6.000,00 = \text{Rp}600.000,00$

Harga penjualan = $\text{Rp}620.000,00$

Harga penjualan lebih dari harga pembelian maka pedagang itu mengalami untung.

Untung = $\text{Rp}620.000,00 - \text{Rp}600.000,00 = \text{Rp}20.000,00$

Persentase keuntungan pedagang itu adalah

$$\frac{\text{untung}}{\text{harga pembelian}} \times 100\% = \frac{20.000}{600.000} \times 100\% = 3,33\%$$

b. Menentukan harga penjualan dan harga pembelian jika persentase untung atau rugi diketahui

Jika persentase untung atau rugi diketahui, kita dapat menghitung harga beli atau harga jualnya.

Kalian telah mengetahui bahwa untung (laba) = harga penjualan – harga pembelian, maka

- 1) harga penjualan = harga pembelian + untung;
- 2) harga pembelian = harga penjualan – untung.

Kalian juga telah mengetahui bahwa rugi = harga pembelian – harga penjualan, maka

- 1) harga penjualan = harga pembelian – rugi;
- 2) harga pembelian = harga penjualan + rugi.

Catatan:

Dalam bentuk persen, harga beli dapat dianggap sebagai modal = 100%.



Diskusi

(Menumbuhkan inovasi)

Bentuklah kelompok terdiri atas 2 orang, 1 laki-laki dan 1 perempuan. Pergilah ke penjual pakaian di sebuah pasar. Tanyakan harga beli dan harga jual 5 buah pakaian yang telah terjual. Tentukan besarnya laba/rugi yang diperoleh pedagang tersebut. Kemudian, hitunglah persentase laba (ruginya). Tuliskan hasilnya dalam bentuk tabel. Ceritakan hasilnya secara singkat di depan kelas.



Contoh

Seorang pedagang menjual suatu barang dengan harga Rp210.000,00 dan mendapat untung 5% dari harga beli. Tentukan harga beli barang tersebut.

Penyelesaian:

Harga penjualan = harga pembelian + untung

$$\begin{aligned} \text{Rp}210.000,00 &= \text{harga pembelian} + 5\% \text{ harga pembelian} \\ &= 100\% \text{ harga pembelian} + 5\% \text{ harga pembelian} \\ &= (100\% + 5\%) \text{ harga pembelian} \\ &= \frac{105}{100} \times \text{harga pembelian} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Harga pembelian} &= \text{Rp}210.000,00 : \frac{105}{100} \\ &= \text{Rp}210.000,00 \times \frac{100}{105} \\ &= \text{Rp}200.000,00 \end{aligned}$$



Uji Kompetensi 2

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Tentukan persentase untung atau ruginya.
 - a. Harga pembelian Rp60.000,00 dan harga penjualan Rp72.000,00.
 - b. Harga pembelian Rp75.000,00 dan harga penjualan Rp67.500,00.



- c. Harga pembelian Rp240.000,00 per lusin, harga penjualan Rp22.500,00 per buah.
 - d. Harga pembelian Rp4.800,00, per kg, harga penjualan Rp600,00 per ons.
2. Pak Togar mendapat untung 8% dari harga pembelian seekor sapi. Jika Pak Togar memperoleh untung Rp680.000,00, tentukan harga penjualan sapi itu.
 3. Dengan ongkos perbaikan Rp50.000,00, sebuah mobil laku dijual seharga Rp60.000.000,00. Dengan harga ini diperoleh keuntungan sebesar 20%. Tentukan harga pembelian mobil itu.
 4. Seekor kambing dibeli dengan harga Rp600.000,00. Berapa rupiah kambing itu harus dijual agar diperoleh keuntungan 8% ?
 5. Risma menjual sepedanya dengan harga Rp275.000,00 dan mendapat untung 5%. Berapakah harga pembeliannya?



Tugas Mandiri

(Menumbuhkan kreativitas)

Datanglah ke supermarket atau swalayan terdekat. Amati barang-barang yang didiskon. Tulislah 5 jenis barang beserta harga jual dan diskon-nya. Lalu, hitunglah harga barang tersebut setelah dipotong diskon. Susunlah dalam bentuk tabel, hasilnya kumpulkan kepada gurumu.



B. RABAT (DISKON), BRUTO, TARA, DAN NETO

1. Rabat (Diskon)

Rabat artinya potongan harga atau lebih dikenal dengan istilah *diskon*. Pernahkah kalian pergi ke swalayan menjelang hari raya atau tahun baru? Biasanya menjelang hari raya atau tahun baru, toko-toko, supermarket atau swalayan memberikan potongan harga untuk menarik para pembeli yang akan berbelanja. Potongan harga inilah yang disebut rabat (diskon). Biasanya diskon (rabat) ini diperhitungkan dengan persen.

Dalam pemakaiannya, terdapat perbedaan istilah antara rabat dan diskon. Istilah rabat digunakan oleh produsen kepada grosir, agen, atau pengecer, sedangkan istilah diskon digunakan oleh grosir, agen, atau pengecer kepada konsumen.



Contoh

Seseorang membeli baju di Toko Anugerah seharga Rp85.000,00. Toko tersebut memberikan diskon 20% untuk setiap pembelian. Berapakah uang yang harus ia bayar?

Penyelesaian:

$$\text{Harga pembelian} = \text{Rp}85.000,00$$

$$\begin{aligned} \text{Diskon } 20\% &= \frac{20}{100} \times \text{Rp}85.000,00 \\ &= \text{Rp}17.000,00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Uang yang harus dibayar} &= \text{Rp}85.000,00 - \text{Rp}17.000,00 \\ &= \text{Rp}68.000,00 \end{aligned}$$

Jadi, uang yang harus ia bayarkan sebesar Rp68.000,00.

Dari uraian di atas dapat disimpulkan sebagai berikut.

$$\text{Harga bersih} = \text{harga kotor} - \text{rabat (diskon)}$$

dimana: *harga kotor* adalah harga barang sebelum dipotong rabat (diskon).

harga bersih adalah harga barang sesudah dipotong rabat (diskon).

2. Bruto, Tara, dan Neto

Coba perhatikan pada saat kalian membeli makanan kecil atau saat ibu membeli gula pasir. Berat barang yang kalian beli merupakan berat kotor, artinya berat makanan kecil ditambah berat kemasannya. Berat kemasan barang seperti plastik, karung, kertas disebut *tara*. Berat barang beserta kemasannya disebut berat kotor atau *bruto*, sedangkan berat barangnya saja disebut berat bersih atau *neto*. Dengan demikian dapat disimpulkan sebagai berikut.

$$\text{Bruto} = \text{neto} + \text{tara}$$

$$\text{Neto} = \text{bruto} - \text{tara}$$

$$\text{Tara} = \text{bruto} - \text{neto}$$

Jika diketahui persen tara dan bruto, kalian dapat mencari tara dengan rumus berikut.

$$\text{Tara} = \text{persen tara} \times \text{bruto}$$

Untuk menentukan harga bersih setelah memperoleh potongan berat (tara) dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$\text{Harga bersih} = \text{neto} \times \text{harga/satuan berat}$$



Gambar 5.2



(Menumbuhkan kreativitas)

Amatilah bekas kemasan barang-barang yang ada di rumahmu. Perhatikan berat neto yang tercantum di setiap kemasan barang tersebut. Timbanglah berat kemasannya untuk memperoleh tara. Lakukan hal itu pada 5 buah barang yang berbeda. Hitunglah berat bruto dari tiap barang. Susunlah dalam sebuah tabel, hasilnya serahkan kepada gurumu.



Ibu membeli 5 kaleng susu. Di setiap kaleng itu tertulis neto 1 kg. Setelah ditimbang ternyata berat seluruh kaleng susu tersebut 6 kg. Berapakah bruto dan tara setiap kaleng?

Penyelesaian:

$$\text{Bruto setiap kaleng} = 6 \text{ kg} : 5 = 1,2 \text{ kg}$$

$$\text{Tara setiap kaleng} = 1,2 \text{ kg} - 1 \text{ kg} = 0,2 \text{ kg}$$



Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Salin dan lengkapilah tabel berikut.

| No. | Harga Mula-mula | Diskon | Harga yang Dibayar |
|-----|-----------------|--------|--------------------|
| a. | Rp45.000,00 | 10% | |
| b. | | 20% | Rp64.000,00 |
| c. | Rp60.000,00 | ...% | Rp52.500,00 |
| d. | | 25% | Rp93.750,00 |
| e. | Rp95.000,00 | 30% | |

2. Salin dan lengkapilah tabel berikut.

| No. | Bruto | Tara | Neto |
|-----|--------|--------|-----------|
| a. | 5,5 kg | 0,3 kg | |
| b. | 8,8 kg | ... kg | 8,65 kg |
| c. | ... kg | 550 g | 349,45 kg |
| d. | ... kg | 450 g | 4,55 kg |
| e. | 500 g | 2% | ... kg |

3. Setiap pembelian sebuah buku matematika di Toko Arum diberikan rabat 5% dari harga patokan penerbit. Jika besarnya rabat yang diterima Rp1.750,00, tentukan
- harga patokan penerbit untuk sebuah buku matematika;
 - jumlah uang yang harus dibayar jika membeli 60 buku matematika.
4. Seorang pedagang membeli 8 karung beras dengan bruto masing-masing 75 kg dan tara 2%. Berapakah pedagang itu harus membayar jika harga tiap kg beras Rp2.500,00?

5. Seorang pedagang membeli 1 peti buah anggur dengan berat bruto 50 kg dan tara 4%. Buah anggur tersebut dijual di mana 30 kg dijual dengan harga Rp15.000,00 per kg dan 12 kg dijual dengan harga Rp13.000,00 per kg, sedangkan sisanya dijual dengan harga Rp12.000,00 per kg. Jika dari penjualan tersebut pedagang itu memperoleh laba 25%, tentukan harga pembelian buah anggur tersebut.
6. Seorang pedagang membeli 6 karung kedelai dengan bruto masing-masing 80 kg dan tara 3%. Jika harga pembelian kedelai tiap kg Rp4.000,00, tentukan
- besarnya tara;
 - jumlah uang yang harus dibayarkan;
 - besar keuntungan yang diperoleh apabila dijual dengan harga Rp4.300,00 per kg.
7. Sebuah sekolah membeli 120 buku matematika dengan harga Rp4.250,00 per buah. Sales buku matematika memberikan rabat 20% kepada sekolah tersebut. Tentukan harga pembelian yang harus dibayar sekolah tersebut.
8. Koperasi “Usaha Tani” membeli pupuk sebanyak 10 karung dengan bruto 7 kuintal. Setiap karung pupuk mempunyai berat yang sama. Jika taranya 3%, tentukan neto setiap karung pupuk.



Diskusi

(Menumbuhkan inovasi)

Bentuklah kelompok terdiri atas 2 siswa, 1 laki-laki dan 1 perempuan. Datanglah ke koperasi tani di daerahmu. Tanyakan berat bruto dan tara dari tiap karung pupuk yang ada (minimal 4 jenis pupuk). Tanyakan pula harga penjualan dari pupuk tersebut. Hitunglah neto dari tiap karung pupuk. Hitung pula jumlah uang yang harus dibayarkan jika membeli 5 karung pupuk (untuk tiap jenis pupuk).



C. BUNGA TABUNGAN DAN PAJAK



Soal Tantangan

1. Bunga Tabungan

Apabila kita menyimpan uang di bank, maka kita akan mendapatkan tambahan uang yang disebut *bunga*. Bunga tabungan dihitung berdasarkan persen nilai. Bunga tabungan dihitung secara periodik, misalnya sebulan sekali atau setahun sekali. Ada dua jenis bunga tabungan, yaitu bunga tunggal dan bunga majemuk. *Bunga tunggal* adalah bunga yang dihitung hanya berdasarkan besarnya modal saja, sedangkan *bunga majemuk* adalah bunga yang dihitung berdasarkan besarnya modal dan bunga. Pada pembahasan ini kita hanya akan mempelajari mengenai bunga tunggal.

Iwan menabung di sebuah bank tanggal 15 Desember 2007 sebesar Rp2.000.000,00. Bank tersebut memberi bunga sebesar 12% setahun. Pada tanggal 1 April 2008 tabungannya diambil. Tentukan besar bunga yang diterima Iwan.



Contoh

Vega menyimpan uang di bank sebesar Rp2.000.000,00 dengan suku bunga 18% setahun dengan bunga tunggal. Tentukan

- besarnya bunga pada akhir bulan pertama;
- besarnya bunga pada akhir bulan keenam;
- besarnya uang setelah 2 tahun.

Penyelesaian:

Modal = Rp2.000.000,00; bunga = 18% setahun.

- a. Bunga akhir bulan pertama

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{12} \times \frac{18}{100} \times \text{Rp}2.000.000,00 \\ &= \text{Rp}30.000,00 \end{aligned}$$

- b. Bunga akhir bulan keenam

$$\begin{aligned} &= \frac{6}{12} \times \frac{18}{100} \times \text{Rp}2.000.000,00 \\ &= \text{Rp}180.000,00 \end{aligned}$$

- c. Bunga 2 tahun = $2 \times \frac{18}{100} \times \text{Rp}2.000.000,00$
= Rp720.000,00

Jumlah uang seluruhnya

$$\begin{aligned} &= \text{Rp}2.000.000,00 + \text{Rp}720.000,00 \\ &= \text{Rp}2.720.000,00 \end{aligned}$$

Jadi, jumlah uang setelah 2 tahun adalah Rp2.720.000,00.

2. Pajak

Perhatikan setiap ibu kalian membayar pajak listrik. Pajak tersebut biasanya dibayarkan setiap bulan. Perhatikan pula saat kalian membeli barang, di setiap kemasannya biasanya tertera



tulisan *harga ini sudah termasuk pajak*. Jadi, menurut kalian, apa sebenarnya pajak itu?

Pajak adalah suatu kewajiban yang dibebankan kepada masyarakat untuk menyerahkan sebagian kekayaan kepada negara menurut peraturan-peraturan yang telah ditetapkan pemerintah. Jadi, pajak bersifat mengikat dan memaksa.

Banyak sekali jenis-jenis pajak, antara lain Pajak Bumi dan Bangunan (PBB), Pajak Pertambahan Nilai (PPN), dan Pajak Penghasilan (PPH). Perhitungan nilai pajak akan kalian pelajari pada bagian ini.



Tugas Mandiri

(Menumbuhkan kreativitas)

Mintalah struk pajak listrik rumahmu bulan lalu kepada ibumu. Tanyakan hal-hal yang berkaitan dengan struk pajak tersebut kepada ibumu/kepada orang yang lebih tahu. Ceritakan pengalamanmu di depan kelas.



Diskusi

(Menumbuhkan inovasi)

Bentuklah kelompok yang terdiri atas 4 siswa, 2 laki-laki dan 2 perempuan. Bacalah materi mengenai pajak. Kamu dapat memperolehnya di buku-buku referensi, media cetak, internet, atau media lainnya. Tulislah uraian mengenai jenis pajak tertentu. Berilah contoh masalah dan cara menghitungnya. Diskusikan hal ini dengan kelompokmu. Hasilnya, laporkan kepada gurumu.



Contoh

Pak Putu memperoleh gaji Rp950.000,00 sebulan dengan penghasilan tidak kena pajak Rp380.000,00. Jika pajak penghasilan (PPH) diketahui 10%, berapakah besar gaji yang diterima Pak Putu per bulan?

Penyelesaian:

$$\text{Besar gaji} = \text{Rp}950.000,00;$$

$$\text{Penghasilan tidak kena pajak} = \text{Rp}380.000,00$$

$$\text{PPH} = 10\%$$

$$\text{Besar penghasilan kena pajak}$$

$$= \text{Rp}950.000,00 - \text{Rp}380.000,00$$

$$= \text{Rp}570.000,00$$

$$\text{Besar pajak penghasilan} = 10\% \times \text{penghasilan kena pajak}$$

$$= \frac{10}{100} \times \text{Rp}570.000,00$$

$$= \text{Rp}57.000,00$$

$$\text{Gaji yang diterima} = \text{Rp}950.000,00 - \text{Rp}57.000,00$$

$$= \text{Rp}893.000,00$$

Jadi, besar gaji yang diterima Pak Putu per bulan adalah Rp893.000,00.





Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Uang sebesar Rp250.000,00 ditabung di bank dengan bunga tunggal 16% per tahun. Tentukan
 - besar bunga selama 1 tahun;
 - besar bunga selama 9 bulan;
 - setelah berapa lama uang tersebut menjadi Rp340.000,00.
- Ibu membeli 3 liter minyak goreng dengan harga Rp7.500,00 per liter dan 4 kg sabun detergen dengan harga Rp8.500,00 per kg. Jika besarnya pajak penjualan 10%, berapa rupiah ibu harus membayar?
- Pak Nyoman membeli sebuah mesin cuci dengan harga Rp1.750.000,00 dan dikenakan pajak pertambahan nilai sebesar 12%, tetapi mendapat diskon 5% karena membayar dengan tunai. Berapakah uang yang harus dibayar oleh Pak Nyoman?
- Hanik menabung pada sebuah bank sebesar Rp6.000.000,00 dan mendapat bunga sebesar 12% per tahun. Jika besar bunga yang diterima Hanik Rp540.000,00, tentukan lama Hanik menabung.
- Agam menyimpan uang di bank sebesar Rp800.000,00. Setelah 6 bulan ia menerima bunga sebesar Rp48.000,00. Tentukan besar suku bunga di bank tersebut.

Petunjuk:

Gunakan kalkulator untuk mempermudah perhitungan soal di atas.



D. PERBANDINGAN

1. Pengertian Perbandingan

Untuk memudahkan kalian memahami mengenai perbandingan, perhatikan uraian berikut.

Berat badan Riam 24 kg, sedangkan berat badan Yoga 30 kg. Perbandingan berat badan Riam dan Yoga dapat dinyatakan dengan dua cara berikut.

- Berat badan Riam kurang dari berat badan Yoga. Dalam hal ini, yang dibandingkan adalah selisih berat badan.
- Berat badan Riam : berat badan Yoga = $24 : 30 = 4 : 5$. Dalam hal ini, yang dibandingkan adalah hasil bagi berat badan Riam dan berat badan Yoga.

Berdasarkan uraian tersebut dapat disimpulkan sebagai berikut.

Ada dua cara dalam membandingkan dua besaran sebagai berikut.

- Dengan mencari selisih.
- Dengan mencari hasil bagi.



Tugas Mandiri

(Berpikir kritis)

Ibu memberi uang saku sebesar Rp5.000,00. Sebanyak

$\frac{2}{5}$ bagian dari uang

saku itu dibelikan alat tulis. Berapa sisa uang saku tersebut?





Tugas Mandiri

(Menumbuhkan kreativitas)

Carilah resep membuat kue di koran, tabloid, majalah, atau media lainnya. Salinlah resep tersebut. Kemudian, tuliskan perbandingan bahan-bahan untuk membuat kue tersebut. Hasilnya, ceritakan secara singkat di depan kelas.

2. Menyederhanakan Perbandingan Dua Besaran Sejenis

Agar kalian dapat membandingkan dan menyederhanakan dua besaran sejenis, perhatikan uraian berikut.

Sebuah meja berukuran 150 cm dan lebar 100 cm. Perbandingan panjang dan lebar meja dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu dengan mencari selisihnya, $150 \text{ cm} - 100 \text{ cm} = 50 \text{ cm}$ atau dapat pula dengan mencari hasil baginya, yaitu $150 : 100 = 3 : 2$.

Panjang dan lebar meja adalah dua besaran sejenis, karena mempunyai satuan yang sama, yaitu cm. Namun, panjang meja dan luas meja adalah dua besaran tidak sejenis, karena mempunyai satuan yang berbeda sehingga tidak dapat dibandingkan.

Dalam pembahasan ini, kita akan membandingkan dua besaran sejenis dengan cara mencari hasil bagi.



Contoh

1. Nyatakan perbandingan berikut dalam bentuk yang paling sederhana.

a. $2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4}$

b. $400 \text{ cm}^3 : 1 \text{ l}$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{a. } 2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4} &= \frac{5}{2} : \frac{5}{4} \\ &= \left(\frac{5}{2} \times 4\right) : \left(\frac{5}{4} \times 4\right) \\ &= 10 : 5 = 2 : 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } 400 \text{ cm}^3 : 1 \text{ l} &= 400 \text{ cm}^3 : (1 \times 1.000) \text{ cm}^3 \\ &= 400 : 1.000 \\ &= 4 : 10 = 2 : 5 \end{aligned}$$

2. Harga telur Rp10.000,00 per kg. Saat ini harga telur naik 6 : 5 dari harga semula. Berapakah harga telur per kg sekarang?

Penyelesaian:

Harga telur setelah naik : harga telur semula = 6 : 5.

$$\begin{aligned} \text{Harga telur setelah naik} &= \frac{6}{5} \times \text{Rp}10.000,00 \\ &= \text{Rp}12.000,00. \end{aligned}$$



Tugas Mandiri

(Berpikir kritis)

Pada suatu kelas terdapat 25 siswa laki-laki dan 20 siswa perempuan.

- Berapakah perbandingan antara jumlah siswa laki-laki terhadap jumlah seluruh siswa?
- Berapakah perbandingan antara jumlah siswa perempuan terhadap jumlah seluruh siswa?





Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Nyatakan perbandingan berikut dalam bentuk yang paling sederhana.
 - 75 cm : 90 cm
 - 200 g : 7 kg
 - 5 l : 20 ml
 - 2 kodi : 30 biji
 - 60 buah : 1 lusin
 - 3 lusin : 1 gros
 - $1\frac{1}{4}$ jam : 35 menit
 - 3,4 ha : 170 are
- Sebuah persegi panjang berukuran panjang 12 cm dan lebar 8 cm. Tentukan
 - perbandingan panjang terhadap lebar dalam bentuk paling sederhana;
 - perbandingan panjang terhadap keliling dalam bentuk paling sederhana;
 - perbandingan lebar terhadap keliling dalam bentuk paling sederhana.
- Harga beras Rp4.800,00 per kg. Saat ini, harga tersebut naik dengan perbandingan 4 : 3. Berapakah harga beras itu sekarang?
- Perbandingan panjang sisi dua kubus adalah 2 : 5. Jika volume kubus kecil 216 cm^3 , tentukan
 - volume kubus besar;
 - panjang masing-masing sisi dari kedua kubus tersebut.



E. GAMBAR BERSKALA

1. Pengertian Skala

Pernahkah kalian menggambar sebuah rumah? Bandingkan ukuran rumah pada gambar kalian dengan ukuran rumah sesungguhnya, tentu lebih kecil, bukan? Ukuran rumah pada gambar kalian adalah salah satu contoh gambar berskala. Pada gambar berskala digunakan perbandingan. Perbandingan antara ukuran rumah pada gambar dengan ukuran rumah sebenarnya dinamakan *skala*. Perhatikan Gambar 5.3.

Gambar tersebut menunjukkan sebuah rumah dengan skala 1 : 100. Skala 1 : 100, artinya setiap jarak 1 cm pada gambar (model) mewakili 100 cm jarak sebenarnya. Jika lebar rumah pada gambar 7 cm maka lebar rumah sesungguhnya adalah $7 \times 100 \text{ cm} = 700 \text{ cm} = 7 \text{ m}$.

Dari uraian di atas dapat disimpulkan sebagai berikut.

Skala adalah perbandingan antara jarak pada gambar (model) dengan jarak sebenarnya.



Skala 1 : 100

Sumber: *Ensiklopedi Matematika dan Peradaban Manusia*,
2003

Gambar 5.3



$$\text{Skala} = \frac{\text{jarak pada gambar (model)}}{\text{jarak sebenarnya}}$$

Secara umum, skala 1 : p artinya setiap jarak 1 cm pada gambar (model) mewakili p cm jarak sebenarnya.

Catatan

Skala biasanya dituliskan pada bagian bawah peta, denah, model gedung, dan gambar berskala lainnya.

Penulisan skala yang baik adalah dalam bentuk perbandingan paling sederhana.



Contoh

Diketahui skala suatu peta 1 : 1.500.000. Jika jarak Kota A ke Kota B pada peta tersebut 6 cm, tentukan jarak sebenarnya Kota A ke Kota B.

Penyelesaian:

$$\text{Skala} = 1 : 1.500.000$$

$$\text{Jarak pada peta} = 6 \text{ cm.}$$

$$\text{Skala} = \frac{\text{jarak pada gambar (model)}}{\text{jarak sebenarnya}}$$

$$\frac{1}{1.500.000} = \frac{6 \text{ cm}}{\text{jarak sebenarnya}}$$

$$\begin{aligned} \text{Jarak sebenarnya} &= 6 \times 1.500.000 \text{ cm} \\ &= 9.000.000 \text{ cm} \\ &= 90 \text{ km} \end{aligned}$$

Jadi, jarak sebenarnya Kota A ke Kota B adalah 90 km.



Uji Kompetensi 6

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Salin dan lengkapilah tabel berikut.

| No. | Skala | Ukuran pada Peta | Ukuran Sebenarnya |
|-----|---------------|------------------|-------------------|
| a. | | 5 cm | 25 km |
| b. | 1 : 650.000 | 6,5 cm | |
| c. | | 2 cm | 16 km |
| d. | 1 : 1.050.000 | | 31,5 km |

2. Jarak antara dua kota kabupaten pada peta adalah 6 cm. Jika peta tersebut

menggunakan skala 1 : 1.000.000, berapakah jarak sebenarnya kedua kota itu?

3. Jarak antara dua kota pada peta adalah 8 cm, sedangkan jarak sebenarnya adalah 40 km. Berapakah skala pada peta itu?

4. Jarak antara Kota A dan Kota B adalah 350 km. Tentukan jarak kedua kota tersebut pada peta dengan skala 1 : 650.000.

5. Jarak dua sungai pada peta adalah 2 cm. Hitunglah jarak sebenarnya jika digunakan skala 1 : 1.500.000.
6. Sebuah peta dibuat sehingga jarak 4 cm mewakili 60 km. Tentukan
 - a. besar skalanya;
 - b. jarak sebenarnya, jika jarak pada peta 12 km;
 - c. jarak pada peta, jika jarak sebenarnya 645 km.

2. Faktor Skala pada Gambar Berskala

Skala pada peta yang sering kalian jumpai menunjukkan skala pengecilan. Artinya, ukuran pada peta lebih kecil dari ukuran sebenarnya. Hal ini disebut faktor skala. Faktor skala dapat berupa perbesaran dan pengecilan. Contohnya, foto benda. Pada foto tampak kesamaan bentuk antara foto dan benda sebenarnya. Foto dapat diperbesar atau diperkecil.

Pada gambar berskala selalu berlaku hal berikut.

- a. Mengubah ukuran tetapi tidak mengubah bentuk.
- b. Ukuran dapat diperbesar atau diperkecil.



Contoh

Sebuah foto berukuran lebar 8 cm dan tinggi 12 cm akan dibuat bingkai dengan lebar 16 cm. Tentukan faktor skala dan tinggi bingkai foto tersebut.

Penyelesaian:

Faktor skala = 8 cm : 16 cm = 1 : 2.

Ukuran-ukuran pada foto bersesuaian dengan ukuran pada bingkainya, sehingga dapat ditulis perbandingan berikut.

$$\begin{aligned} \frac{\text{lebar foto}}{\text{lebar bingkai}} &= \frac{\text{tinggi foto}}{\text{tinggi bingkai}} \\ \Leftrightarrow \frac{8}{16} &= \frac{12}{x} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{16 \times 12}{8} \\ \Leftrightarrow x &= 24 \text{ cm} \end{aligned}$$

Jadi, tinggi bingkai = 24 cm.

Skala 1 : 2 pada contoh tersebut menunjukkan *faktor skala perbesaran*.



Tugas Mandiri

(Menumbuhkan kreativitas)

Ambillah atlas. Bukalah peta provinsi tempat tinggalmu. Lihatlah skala pada peta tersebut. Tentukan jarak sebenarnya kota tempat tinggalmu dengan kota-kota lain di provinsiimu (minimal 5 kota).



Tugas Mandiri

(Menumbuhkan inovasi)

Bacalah buku, majalah, media massa, atau internet yang berkaitan dengan tata ruang (desain) rumah. Carilah gambar berskala yang ada (minimal 5 gambar). Tentukan skala dan faktor skala pada tiap gambar tersebut. Ceritakan pengalamanmu secara singkat di depan kelas.



Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Diketahui skala suatu peta 1 : 2.000.000. Tentukan jarak pada peta, jika jarak sebenarnya
 - 60 km;
 - 75 km;
 - 90 km;
 - 250 km.
- Diketahui jarak sebenarnya Kota P ke Kota Q adalah 12 km. Tentukan skalanya jika jarak pada peta sebagai berikut.
 - 12 cm
 - 24 cm
 - 30 cm
 - 80 cm
- Sebidang tanah berbentuk persegi berukuran (64 m × 64 m). Tanah itu digambar dengan ukuran (16 cm × 16 cm). Tentukan
 - besar skalanya;
 - perbandingan luas tanah pada gambar dengan luas sebenarnya.
- Sebuah pesawat terbang, panjang badan dan lebar sayapnya berturut-turut 90 m dan 40 m. Jika akan dibuat model pesawat dengan panjang badan 54 cm, tentukan lebar sayap pada model.
- Panjang sebenarnya badan sebuah mobil adalah 5,6 m. Jika dibuat model mobil dengan panjang 3,2 cm, berapakah skala yang digunakan dalam pembuatan mobil itu?



Diskusi

(Menumbuhkan kreativitas)

Bentuklah kelompok yang terdiri atas 4 siswa, 2 laki-laki dan 2 perempuan.

Amatilah kejadian di lingkungan sekitarmu. Banyak sekali kejadian dalam kehidupan sehari-hari yang merupakan perbandingan senilai. Tuliskan 10 hal yang termasuk perbandingan senilai. Kamu dapat juga membaca buku-buku referensi atau media cetak untuk membantu pekerjaanmu. Ceritakan pengalamannya secara singkat di depan kelas.



F. BENTUK-BENTUK PERBANDINGAN

Pada bab terdahulu kalian telah mempelajari bahwa pecahan dapat dinyatakan sebagai perbandingan dua buah bilangan.

Secara umum ada dua macam perbandingan, yaitu perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai.

1. Perbandingan Senilai (Seharga)

Pernahkah kalian membeli buku di toko buku?

Kalian dapat membeli sejumlah buku sesuai dengan jumlah uang yang kalian punya. Jika harga 1 buah buku Rp2.500,00 maka harga 5 buah buku = $5 \times \text{Rp}2.500,00$
= Rp12.500,00.

Makin banyak buku yang dibeli, makin banyak pula harga yang harus dibayar. Perbandingan seperti ini disebut perbandingan senilai.

Pada perbandingan senilai, nilai suatu barang akan naik/turun sejalan dengan nilai barang yang dibandingkan.



Contoh

Sebuah mobil memerlukan 3 liter bensin untuk menempuh jarak 24 km. Berapa jarak yang ditempuh mobil itu jika menghabiskan 45 liter bensin?

Penyelesaian:

Cara 1

3 liter bensin menempuh jarak 24 km, sehingga 1 liter bensin

menempuh jarak = $\frac{24}{3}$ km = 8 km.

Jarak yang dapat ditempuh dengan 45 liter bensin
= 45×8 km = 360 km.

Cara 2

| Banyak Bensin | Jarak yang Ditempuh |
|---------------|---------------------|
| 3 liter | 24 km |
| 45 liter | x |

$$x = \frac{45}{3} \times 24 \text{ km} = 360 \text{ km}$$

Jadi, jarak yang dapat ditempuh dengan 45 liter bensin adalah 360 km.

Dari contoh di atas, jika banyaknya bensin bertambah maka jarak yang ditempuh juga bertambah. Penyelesaian seperti cara 1 pada contoh di atas disebut perhitungan perbandingan senilai melalui perhitungan nilai satuan. Adapun penyelesaian seperti cara 2 pada contoh di atas disebut perhitungan perbandingan senilai melalui perbandingan.



Uji Kompetensi 8

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Harga 2 buah sabun mandi Rp3.500,00. Berapakah harga 3,5 lusin sabun mandi yang sama?
- Harga 3 liter bensin Rp13.500,00. Jika seseorang membeli dengan uang Rp27.000,00, berapa liter bensin yang diperolehnya?
- Setiap 10 gram kuning telur ayam mengandung kolesterol 2.000 mg. Berapa kolesterol yang terkandung dalam 150 gram kuning telur ayam?
- Sebuah mobil membutuhkan 9 liter bensin untuk menempuh jarak 108 km. Tentukan jarak yang ditempuh apabila mobil tersebut telah menghabiskan 12,5 liter bensin.
- Sebuah tumpukan yang terdiri atas 72 buah buku beratnya 9 kg dan tiap buku sama berat. Tentukan banyaknya buku apabila tumpukan tersebut beratnya 6 kg.



6. Dalam 1 minggu, sebuah toko membeli 15 botol kecap dengan harga Rp127.500,00. Jika pada minggu berikutnya memesan 2 lusin botol kecap, tentukan uang yang harus dibayar oleh toko itu.
7. Uang sebesar Rp24.000,00 dapat dibeli dengan 3 kg apel. Berapa kg apel yang dapat dibeli dengan uang Rp40.000,00?
8. Perbandingan panjang sisi-sisi segitiga adalah 3 : 4 : 5. Jika kelilingnya 48 cm, tentukan panjang masing-masing sisi segitiga.

2. Perbandingan Berbalik Nilai (Berbalik Harga)

Kalian telah mempelajari bahwa pada perbandingan senilai, nilai suatu barang akan naik/turun sejalan dengan nilai barang yang dibandingkan. Pada perbandingan berbalik nilai, hal ini berlaku sebaliknya.



Contoh

Seorang peternak mempunyai persediaan makanan untuk 30 ekor kambing selama 15 hari. Jika peternak itu menjual 5 ekor kambing, berapa hari persediaan makanan itu akan habis?



Diskusi

(Menumbuhkan kreativitas)

Bentuklah kelompok terdiri atas 4 siswa, 2 laki dan 2 perempuan. Amatilah kejadian di lingkungan sekitarmu. Tulislah 5 hal yang termasuk perbandingan berbalik nilai. Kamu dapat juga membaca buku-buku referensi atau media cetak untuk membantu pekerjaanmu. Ceritakan pengalamanmu secara singkat di depan kelas.

Penyelesaian:

Cara 1

30 ekor kambing selama 15 hari dan $(30 - 5) = 25$ ekor kambing selama x hari. Hal ini dapat dituliskan sebagai berikut.

$$30 \times 15 = 25 \times x$$

$$450 = 25x$$

$$x = \frac{450}{25} = 18$$

Jadi, untuk 25 ekor kambing, persediaan makanan akan habis selama 18 hari.

Cara 2

| Banyak Kambing (Ekor) | | Banyak Hari |
|-----------------------|--------|-------------|
| 30 | ←————→ | 15 |
| 25 | ←————→ | x |

$$x = \frac{30}{25} \times 15 = 18$$

Jadi, untuk 25 ekor kambing, persediaan makanan akan habis selama 18 hari.

Berdasarkan contoh di atas, *makin sedikit* jumlah kambing, *makin lama* persediaan makanan akan habis. Perbandingan antara banyak kambing dengan lama hari persediaan makanan habis adalah salah satu contoh *perbandingan berbalik nilai*.



Jadi, pada perbandingan berbalik nilai berlaku hal berikut.

Jika nilai suatu barang naik maka nilai barang yang dibandingkan akan turun. Sebaliknya, jika nilai suatu barang turun, nilai barang yang dibandingkan akan naik.



Soal Tantangan

Seorang pemborong memperkirakan dapat menyelesaikan suatu bangunan selama 45 hari dengan banyak pekerja 20 orang. Setelah 15 hari, pekerjaan terhenti selama 6 hari karena bahan bangunan habis. Tentukan banyaknya pekerja yang harus ditambah agar pekerjaan selesai tepat waktu.



Uji Kompetensi 9

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Tentukan perbandingan berikut termasuk perbandingan senilai atau berbalik nilai.
 - a. Kecepatan dengan waktu yang ditempuh.
 - b. Banyak pensil dengan harga pensil.
 - c. Lama hari dengan biaya menginap.
 - d. Waktu yang diperlukan dengan jarak yang ditempuh.
 - e. Lama hari dengan banyak pekerja.
2. Sebuah kereta api berjalan selama 5 jam dengan kecepatan rata-rata 56 km/jam. Jika kereta api yang lain dapat menempuh jarak tersebut dalam waktu 4 jam, tentukan kecepatan rata-ratanya.
3. Sekeranjang jeruk dibagikan kepada 36 orang anak, masing-masing mendapatkan 6 buah jeruk. Jika jeruk tersebut dibagikan kepada 24 anak, tentukan bagian masing-masing anak.
4. Suatu pekerjaan dapat diselesaikan oleh 25 orang dalam waktu 60 hari. Jika banyaknya pekerja ditambah 5 orang, tentukan waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan pekerjaan tersebut.
5. Seorang pedagang dapat membeli 35 buah buku tulis dengan harga Rp1.350,00 per buah. Jika dengan jumlah uang yang sama ia menghendaki membeli 45 buah buku tulis, berapakah harga tiap-tiap buku?

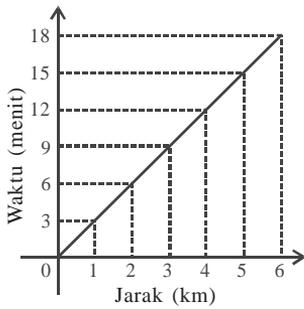
3. Menggambar Grafik Perbandingan

Pada perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai, dapat dibuat grafik perbandingannya. Menurutmu, berupa apakah grafik perbandingan senilai dan berbalik nilai? Untuk dapat menjawabnya, perhatikan uraian berikut.

a. Grafik perbandingan senilai

Tabel berikut menunjukkan hubungan antara jarak yang dapat ditempuh dan waktu yang diperlukan oleh seorang siswa yang mengendarai sepeda.





Gambar 5.4

| | | | | | | |
|---------------|---|---|---|----|----|----|
| Jarak (km) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Waktu (menit) | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 |

Gambar di samping menunjukkan grafik dari tabel di atas.

Tampak bahwa grafik perbandingan senilai berupa *garis lurus*. Jika jarak bertambah (makin jauh), waktu yang dibutuhkan bertambah (makin lama).

b. Grafik perbandingan berbalik nilai

Agar kalian mudah dalam membuat grafik perbandingan, buatlah tabel atau daftar terlebih dahulu.

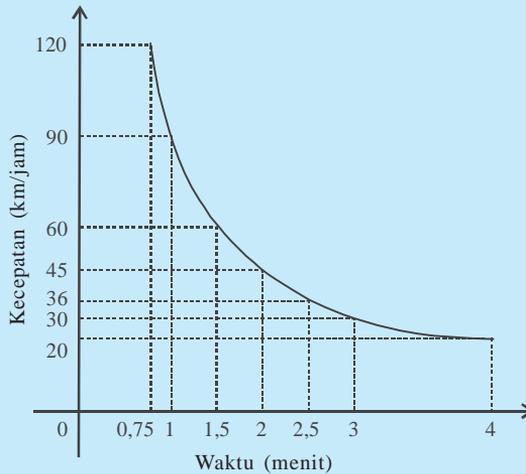


Jarak antara dua kota dapat ditempuh dengan mobil selama 1 jam dengan kecepatan rata-rata 90 km/jam. Buatlah tabel dari data tersebut, kemudian gambarkan grafiknya.

Penyelesaian:

| | | | | | | | |
|--------------------|------|----|-----|----|-----|----|------|
| Waktu (jam) | 0,75 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 | 4 |
| Kecepatan (km/jam) | 120 | 90 | 60 | 45 | 36 | 30 | 22,5 |

Grafik dari tabel di atas sebagai berikut.



Gambar 5.5

Dari grafik di atas, dapat disimpulkan bahwa grafik perbandingan berbalik nilai berupa kurva mulus. Jika waktu bertambah (makin lama), kecepatan berkurang (makin turun). Sebaliknya, jika waktu berkurang (makin cepat), kecepatan bertambah (makin naik).



Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Sebuah sepeda motor memerlukan bensin 1 liter untuk menempuh jarak 20 km.
 - a.

| | | | | | | |
|----------------------------|----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Banyak bensin (<i>l</i>) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Jarak (km) | 20 | ... | ... | ... | ... | ... |

Salin dan lengkapi tabel di atas, kemudian gambarkan grafiknya. Kesimpulan apa yang dapat kalian ambil dari grafik tersebut?
 - b. Dengan 2,5 liter bensin, tentukan jarak yang dapat ditempuh sepeda motor tersebut.
2. Suatu pekerjaan dapat diselesaikan oleh 2 orang dalam waktu 24 hari.
 - a. Buatlah grafik dari keterangan di atas.
 - b. Tentukan banyaknya pekerja, jika pekerjaan tersebut selesai dalam waktu 8 hari.
3. Harga 3 kg beras Rp18.600,00.
 - a. Buatlah grafik dari keterangan di atas.
 - b. Berapakah harga 18 kg beras?
4. Sekotak permen dibagikan kepada 12 anak. Ternyata setiap anak menerima 8 buah.
 - a. Buatlah grafik dari keterangan tersebut, dengan membuat tabel terlebih dahulu.
 - b. Jika permen dibagikan kepada 24 anak, berapakah bagian permen yang diterima setiap anak?



G. MEMECAHKAN MASALAH SEHARI-HARI YANG MELIBATKAN KONSEP PERBANDINGAN

Jika kalian amati masalah dalam kehidupan sehari-hari, banyak di antaranya dapat diselesaikan dengan konsep perbandingan. Untuk menyelesaikannya, tentukan terlebih dahulu apakah perbandingan tersebut merupakan perbandingan senilai atau berbalik nilai. Kemudian, selesaikan perhitungan sesuai dengan jenis perbandingannya.



Contoh

Seorang pedagang membeli 24 kg mangga seharga Rp42.000,00. Pada hari berikutnya, ia membeli 60 kg mangga dengan kualitas yang sama. Tentukan besarnya uang yang harus dibayar oleh pedagang itu.

Penyelesaian:

Soal di samping termasuk perbandingan senilai, karena makin banyak mangga yang dibeli, harga yang harus dibayar juga makin bertambah.



Cara 1

$$\text{Harga 24 kg mangga} = \text{Rp}42.000,00$$

$$\begin{aligned}\text{Harga 1 kg mangga} &= \frac{\text{Rp}42.000,00}{24} \\ &= \text{Rp}1.750,00\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Harga 60 kg mangga} &= 60 \times \text{Rp}1.750,00 \\ &= \text{Rp}105.000,00\end{aligned}$$

Jadi, pedagang tersebut harus membayar Rp105.000,00.

Cara 2

| Banyak Mangga (kg) | Harga yang Harus Dibayar (Rp) |
|--------------------|-------------------------------|
| 24 | 42.000 |
| 60 | x |

$$x = \frac{60}{24} \times 42.000 = 105.000$$

Jadi, pedagang tersebut harus membayar Rp105.000,00.



Tugas Mandiri

(Menumbuhkan kreativitas)

Amatilah kejadian (peristiwa) di lingkungan sekitarmu. Tuliskan masalah dalam kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan konsep perbandingan. Selesaikanlah dan ceritakan hasilnya secara singkat di depan kelas.



Uji Kompetensi 11

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Untuk menempuh jarak dua kota dengan kecepatan rata-rata 48 km/jam diperlukan waktu 12 jam. Tentukan lama perjalanan jika kecepatannya 60 km/jam.
2. Sebuah keluarga mempunyai persediaan beras yang cukup untuk 4 orang selama 24 hari. Jika dalam keluarga itu bertambah 2 orang saudaranya, berapa hari persediaan beras tersebut akan habis?
3. Seorang perantara menerima komisi sebesar Rp35.000,00 atas penjualan barang seharga Rp1.400.000,00. Tentukan harga barang yang berhasil dijual, jika ia mendapat komisi Rp24.000,00.
4. Suatu perusahaan obat-obatan herbisida membuat aturan setiap 1 kg obat digunakan untuk 50 m² tanah. Tentukan luas tanah yang dapat disemprot dengan 4,5 kg obat tersebut.

5. Seorang pemborong memperkirakan sebuah jembatan akan selesai dibangun dalam waktu 108 hari jika dikerjakan oleh 42 pekerja. Setelah berjalan 45 hari,

pekerjaan terhenti selama 9 hari karena sesuatu hal. Tentukan banyak pekerja yang harus ditambah agar jembatan tersebut selesai tepat waktu.



Rangkuman

1. Harga pembelian, harga penjualan, untung, dan rugi.
 - Harga pembelian adalah harga barang dari pabrik, grosir, atau tempat lainnya.
 - Harga penjualan adalah harga barang yang ditetapkan oleh pedagang kepada pembeli.
 - Untung atau laba adalah selisih antara harga penjualan dengan harga pembelian jika harga penjualan lebih dari harga pembelian.
Untung = harga penjualan – harga pembelian.
 - Rugi adalah selisih antara harga penjualan dengan harga pembelian jika harga penjualan kurang dari harga pembelian.
Rugi = harga pembelian – harga penjualan.
2. Menentukan persentase untung atau rugi.
 - Persentase untung = $\frac{\text{untung}}{\text{harga pembelian}} \times 100\%$
 - Persentase rugi = $\frac{\text{rugi}}{\text{harga pembelian}} \times 100\%$
3. Menentukan harga pembelian dan harga penjualan jika persentase untung atau rugi diketahui.
 - Jika untung maka berlaku
harga penjualan = harga pembelian + untung
harga pembelian = harga penjualan – untung
 - Jika rugi maka berlaku
harga penjualan = harga pembelian – rugi
harga pembelian = harga penjualan + rugi
4. Bruto, tara, dan neto
Bruto = neto + tara
Neto = bruto – tara
Tara = bruto – neto



5. Persen tara dan harga bersih
 Tara = persen tara \times bruto
 Harga bersih = neto \times harga/satuan berat
6. Ada dua jenis bunga tabungan, yaitu bunga tunggal dan bunga majemuk. Bunga tunggal adalah bunga yang dihitung berdasarkan besarnya modal saja, sedangkan bunga majemuk adalah bunga yang dihitung berdasarkan besarnya modal dan bunga.
7. Pajak adalah suatu kewajiban yang dibebankan kepada masyarakat untuk menyerahkan sebagian kekayaan kepada negara menurut peraturan-peraturan yang telah ditetapkan pemerintah.
8. Ada dua cara dalam membandingkan dua besaran sebagai berikut.
 - a. Dengan mencari selisih.
 - b. Dengan mencari hasil bagi.
9. Menyederhanakan perbandingan hanya dapat dilakukan pada dua besaran yang sejenis.
10. Skala adalah perbandingan antara jarak pada gambar dengan jarak sebenarnya.
11. Pada gambar berskala selalu berlaku hal berikut.
 - a. Mengubah ukuran tetapi tidak mengubah bentuk.
 - b. Ukuran dapat diperbesar atau diperkecil.
12. Pada perbandingan senilai, nilai suatu barang akan naik/turun sejalan dengan nilai barang yang dibandingkan. Grafik perbandingan senilai berupa garis lurus.
13. Pada perbandingan berbalik nilai, jika nilai sebuah barang naik maka nilai barang yang dibandingkan akan turun atau sebaliknya. Grafik perbandingan berbalik nilai berupa kurva mulus.
14. Perbandingan antara dua besaran dapat dinyatakan dengan tabel seperti berikut.

| Variabel Pertama | Variabel Kedua |
|------------------|----------------|
| a | p |
| b | q |

(i.) Pada perbandingan senilai berlaku $\frac{a}{b} = \frac{p}{q}$.

(ii.) Pada perbandingan berbalik nilai berlaku $\frac{a}{b} = \frac{q}{p}$.



Refleksi

Setelah mempelajari mengenai *Perbandingan dan Aritmetika Sosial*, coba carilah contoh masalah dalam kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan materi tersebut, masing-masing 3 buah. Buatlah dalam sebuah laporan lengkap beserta penyelesaiannya. Hasilnya, serahkan kepada gurumu.



Evaluasi 5

Kerjakan di buku tugasmu.

A. Pilihlah salah satu jawaban yang tepat.

- Jika harga 1 kuintal beras Rp600.000,00, dijual mengalami kerugian Rp15.000,00 maka harga jual tiap kilogram beras tersebut adalah
 - Rp5.775,00
 - Rp5.800,00
 - Rp5.850,00
 - Rp5.900,00
- Pak Edi membuat 8 rak buku dengan biaya Rp40.000,00/buah. Ketika dijual, dua buah di antaranya laku Rp85.000,00 per buah dan sisanya laku Rp65.000,00 per buah. Keuntungan yang diperoleh Pak Edi adalah
 - 2,5%
 - 5%
 - 50%
 - 75%
- Harga suatu barang dengan diskon 10% diketahui Rp18.000,00. Harga barang sebelum didiskon adalah
 - Rp20.000,00
 - Rp19.800,00
 - Rp21.000,00
 - Rp22.000,00
- Tina menyimpan uang di bank sebesar Rp1.200.000,00 dengan suku bunga tunggal 12% setahun. Bunga yang diterima Tina pada akhir bulan kesebelas adalah
 - Rp144.000,00
 - Rp132.000,00
 - Rp160.000,00
 - Rp156.000,00
- Diketahui berat bruto 3 karung gabah 300 kg. Jika tara 1,5%, netonya adalah
 - 290,5 kg
 - 295,5 kg
 - 29,5 kg
 - 297,5 kg
- Seorang karyawan memperoleh gaji sebulan Rp1.400.000,00 dengan penghasilan tidak kena pajak Rp480.000,00. Jika besar pajak penghasilan 10%, besar gaji yang diterima karyawan itu adalah
 - Rp920.000,00
 - Rp1.260.000,00
 - Rp1.308.000,00
 - Rp1.352.000,00
- Bentuk paling sederhana dari perbandingan $4\frac{1}{2} : 3\frac{3}{4}$ adalah
 - 4 : 3
 - 6 : 5
 - 5 : 6
 - 4 : 5
- Diketahui suatu peta berskala 1 : 40.000.000. Jika jarak kedua Kota A dan B pada peta tersebut 5 cm, jarak sebenarnya dari Kota A dan B adalah
 - 200 km
 - 2.000 km
 - 20.000 km
 - 200.000 km



9. Suatu mobil memerlukan bensin 50 liter untuk menempuh jarak 450 km. Jika mobil tersebut menghabiskan bensin 5 liter, jarak yang dapat ditempuh adalah
- a. 42 km c. 44 km
b. 43 km d. 45 km
10. Seorang pemborong akan membangun rumah dalam waktu 48 hari jika dikerjakan oleh 18 pekerja. Jika ia menghendaki selesai dalam waktu 32 hari, banyaknya tambahan pekerja yang diperlukan adalah
- a. 4 pekerja c. 12 pekerja
b. 9 pekerja d. 24 pekerja

B. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan singkat dan tepat.

1. Setiap sak semen dengan berat bruto 40 kg dibeli dengan harga Rp24.000,00. Semen ini dijual eceran dengan harga Rp800,00 tiap kilogramnya, dan tiap sak pembungkusnya dijual laku Rp500,00. Tentukan keuntungan pengecer tersebut, apabila semen yang terjual 5 sak dan diketahui tara $1\frac{1}{4}\%$ tiap sak.
2. Seorang pedagang berhasil menjual 200 buah mainan anak-anak dengan memperoleh uang Rp623.000,00. Setelah dihitung, ternyata ia mengalami rugi sebesar 11%. Tentukan harga pembelian sebuah mainan anak-anak tersebut.
3. Sederhanakan perbandingan-perbandingan berikut.
- a. $3\frac{1}{3} : 6\frac{3}{4}$
b. 25 cm : 1,5 km
- c. 1,5 kg : 375 gram
d. $6\frac{1}{4}$ mm : 1 dm
4. Skala denah suatu gedung diketahui 1 : 600. Denah tersebut berbentuk persegi panjang dengan ukuran 5,5 cm × 4,5 cm.
- a. Berapakah ukuran sesungguhnya gedung tersebut?
b. Berapakah luas tanah yang diperlukan untuk membangun gedung tersebut?
c. Berapakah harga tanah seluruhnya, jika harga 1 m² tanah tersebut Rp350.000,00?
5. Untuk memperbaiki jalan, diperlukan waktu 37 hari dengan jumlah pekerja 16 orang. Setelah berjalan 7 hari, pekerjaan terhenti selama 6 hari. Tentukan tambahan pekerja yang diperlukan untuk menyelesaikan pekerjaan itu tepat waktu.

BAB 6 HIMPUNAN



Sumber: Dok. Penerbit

Seringkah kalian berbelanja di swalayan atau di warung dekat rumahmu? Cobalah kalian memerhatikan barang-barang yang dijual. Barang-barang yang dijual biasanya dihimpun sesuai jenisnya. Penghimpunan jenis barang dapat memudahkan pembeli memilih barang. Jadi, tahukah kalian apa kegunaan himpunan? Untuk memahami tentang himpunan pelajari bab ini dengan saksama.

Tujuan pembelajaranmu pada bab ini adalah:

- ❖ dapat menyatakan masalah sehari-hari dalam bentuk himpunan dan mendata anggotanya;
- ❖ dapat menyebutkan anggota dan bukan anggota himpunan;
- ❖ dapat menyatakan notasi himpunan;
- ❖ dapat mengenal himpunan kosong dan notasinya;
- ❖ dapat menentukan himpunan bagian dari suatu himpunan;
- ❖ dapat menentukan banyak himpunan bagian suatu himpunan;
- ❖ dapat mengenal pengertian himpunan semesta, serta dapat menyebutkan anggotanya;
- ❖ dapat menjelaskan pengertian irisan dan gabungan dua himpunan;
- ❖ dapat menjelaskan kurang (*difference*) suatu himpunan dari himpunan lainnya;
- ❖ dapat menjelaskan komplemen dari suatu himpunan;
- ❖ dapat menyajikan gabungan atau irisan dua himpunan dengan diagram Venn;
- ❖ dapat menyajikan kurang (*difference*) suatu himpunan dari himpunan lainnya dengan diagram Venn;
- ❖ dapat menyajikan komplemen suatu himpunan dengan diagram Venn;
- ❖ dapat menyelesaikan masalah dengan menggunakan diagram Venn dan konsep himpunan.

Kata-Kata Kunci:

- ❖ anggota himpunan
- ❖ notasi himpunan
- ❖ himpunan kosong
- ❖ himpunan bagian
- ❖ himpunan semesta
- ❖ diagram Venn
- ❖ operasi himpunan

Tugas Mandiri

(Berpikir kritis)

Tuliskan bilangan yang termasuk dalam

- bilangan asli;
- bilangan cacah;
- bilangan bulat.

Agar kalian dapat memahami materi pada bab ini dengan baik, coba kalian ingat kembali mengenai jenis bilangan.

A. HIMPUNAN

1. Pengertian Himpunan

Perhatikan lingkungan sekitar kalian. Pasti dengan mudah kalian dapat menemukan kumpulan atau kelompok berikut ini.

- Kumpulan hewan berkaki dua.
- Kumpulan warna lampu lalu lintas.
- Kelompok tanaman hias.



Sumber: *Ensiklopedi Indonesia Seri Fauna*, 1992

Gambar 6.1

Tugas Mandiri

(Menumbuhkan kreativitas)

Amati lingkungan sekitar kalian. Carilah contoh kumpulan yang merupakan himpunan dan bukan himpunan masing-masing 5 buah. Ceritakan pengalamanmu di depan kelas.

Kumpulan hewan berkaki dua antara lain ayam, itik, dan burung. Kumpulan hewan berkaki dua adalah suatu himpunan, karena setiap disebut hewan berkaki dua, maka hewan tersebut pasti termasuk dalam kumpulan tersebut.

Kumpulan warna lampu lalu lintas adalah merah, kuning, dan hijau. Kumpulan warna lampu lalu lintas adalah suatu himpunan, karena dengan jelas dapat ditentukan anggotanya.

Himpunan adalah kumpulan benda atau objek yang dapat didefinisikan dengan jelas, sehingga dengan tepat dapat diketahui objek yang termasuk himpunan dan yang tidak termasuk dalam himpunan tersebut.

Sekarang, perhatikan kumpulan berikut ini.

- Kumpulan lukisan indah.
- Kumpulan wanita cantik di Indonesia.

Kumpulan lukisan indah tidak dapat disebut himpunan, karena lukisan indah menurut seseorang belum tentu indah menurut orang lain. Dengan kata lain, kumpulan lukisan indah tidak dapat didefinisikan dengan jelas.

Demikian halnya dengan kumpulan wanita cantik di Indonesia. Wanita cantik menurut seseorang belum tentu cantik menurut orang lain. Jadi, kumpulan wanita cantik bukan termasuk himpunan.

2. Notasi dan Anggota Himpunan

Suatu himpunan biasanya diberi nama atau dilambangkan dengan huruf besar (kapital) A, B, C, \dots, Z . Adapun benda atau objek yang termasuk dalam himpunan tersebut ditulis dengan menggunakan pasangan kurung kurawal $\{\dots\}$.



Contoh

Nyatakan himpunan berikut dengan menggunakan tanda kurung kurawal.

- A adalah himpunan bilangan cacah kurang dari 6.
- P adalah himpunan huruf-huruf vokal.
- Q adalah himpunan tiga binatang buas.

Penyelesaian:

- A adalah himpunan bilangan cacah kurang dari 6. Anggota himpunan bilangan cacah kurang dari 6 adalah $0, 1, 2, 3, 4, 5$.
Jadi, $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.
- P adalah himpunan huruf-huruf vokal. Anggota himpunan huruf-huruf vokal adalah a, e, i, o , dan u , sehingga ditulis $P = \{a, e, i, o, u\}$.
- Q adalah himpunan tiga binatang buas. Anggota himpunan binatang buas antara lain harimau, singa, dan serigala.
Jadi, $Q = \{\text{harimau, singa, serigala}\}$.

Setiap benda atau objek yang berada dalam suatu himpunan disebut *anggota* atau *elemen* dari himpunan itu dan dinotasikan dengan \in . Adapun benda atau objek yang tidak termasuk dalam suatu himpunan dikatakan *bukan anggota* himpunan dan dinotasikan dengan \notin .

Berdasarkan contoh di atas, A adalah himpunan bilangan cacah kurang dari 6, sehingga $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Bilangan 0, 1, 2, 3, 4, dan 5 adalah anggota atau elemen dari himpunan A , ditulis $0 \in A, 1 \in A, 2 \in A, 3 \in A, 4 \in A$, dan $5 \in A$. Karena 6, 7, dan 8 bukan anggota A , maka ditulis $6 \notin A, 7 \notin A$, dan $8 \notin A$.

Banyak anggota suatu himpunan dinyatakan dengan n . Jika $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ maka $n(A) =$ banyak anggota himpunan $A = 6$.

Banyaknya anggota himpunan A dinyatakan dengan $n(A)$.



Tugas Mandiri

(Menumbuhkan kreativitas)

Perhatikan angka-angka dan simbol-simbol yang terdapat pada kalkulator. Apakah angka-angka dan simbol-simbol tersebut dapat mewakili suatu himpunan tertentu? Berikan pendapatmu.





Tugas Mandiri

(Menumbuhkan inovasi)

Perhatikan lingkungan sekolahmu. Tuliskan 5 buah kumpulan yang merupakan himpunan. Kemudian, tentukan banyaknya anggota tiap himpunan tersebut. Ceritakan hasilnya secara singkat di depan kelas.

Dalam matematika, beberapa huruf besar digunakan sebagai lambang himpunan bilangan tertentu, di antaranya sebagai berikut.

Huruf A : lambang himpunan bilangan asli.

$$A = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Huruf B : lambang himpunan bilangan bulat.

$$B = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Huruf C : lambang himpunan bilangan cacah.

$$C = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Huruf L : lambang himpunan bilangan ganjil.

Huruf N : lambang himpunan bilangan genap.

Huruf P : lambang himpunan bilangan prima.

Huru Q : lambang himpunan bilangan rasional.

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} / a \in B \text{ dan } b \in A \right\}, \text{ dibaca himpunan } \frac{a}{b} \text{ dimana } a$$

anggota himpunan bilangan bulat dan b anggota himpunan bilangan asli.



Uji Kompetensi 1

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Di antara kelompok atau kumpulan berikut, tentukan yang termasuk himpunan dan bukan himpunan, berikan alasan yang mendukung.
 - a. Kumpulan kendaraan bermotor.
 - b. Kelompok negara-negara di Asia Tenggara.
 - c. Kelompok binatang serangga.
 - d. Kumpulan orang-orang pendek.
 - e. Kelompok bilangan kecil.
2. Nyatakan himpunan berikut dengan menggunakan tanda kurung kurawal.
 - a. A adalah himpunan nama-nama hari dalam seminggu.
 - b. M adalah himpunan binatang pemakan rumput.
 - c. N adalah himpunan bilangan ganjil kurang dari 15.
 - d. B adalah himpunan planet-planet dalam tata surya.

3. Sebutkan anggota dan bukan anggota himpunan berikut, tuliskan dengan notasi keanggotaan.
 - a. Himpunan nama-nama bunga.
 - b. Himpunan satuan berat.
 - c. Himpunan warna pelangi.
 - d. Himpunan ibu kota provinsi di Indonesia.
4. Diketahui $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$;
 $B = \{4, 8, 12, \dots, 96\}$;
 $P = \{s, a, k, i, t\}$; dan
 $Q = \{k, u, c, i, n, g\}$.
 Salin dan isilah dengan lambang \in atau \notin pada titik-titik berikut sehingga menjadi kalimat yang benar.

| | |
|-----------------|----------------|
| a. $3 \dots A$ | e. $a \dots P$ |
| b. $0 \dots A$ | f. $u \dots Q$ |
| c. $72 \dots B$ | g. $t \dots Q$ |
| d. $54 \dots B$ | h. $n \dots P$ |
5. Nyatakan benar atau salah setiap kalimat berikut ini.
 - a. $2 \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$
 - b. $4 \notin \{1, 4, 9, 16\}$
 - c. $8 \in \{\text{bilangan genap}\}$
 - d. $\text{km} \notin \{\text{satuan panjang}\}$
 - e. $2 \in \{252\}$
6. Tentukan banyaknya anggota setiap himpunan berikut dengan menggunakan notasi.
 - a. $A = \{\text{warna bendera Indonesia}\}$
 - b. $B = \{\text{provinsi di Indonesia}\}$
 - c. $C = \{\text{nama hari dalam seminggu}\}$
 - d. $D = \{\text{bilangan ganjil kurang dari 15}\}$
 - e. $E = \{\text{huruf pembentuk kata MATEMATIKA}\}$
 - f. $F = \{\text{bilangan asli yang merupakan faktor dari 18}\}$

3. Menyatakan Suatu Himpunan

Suatu himpunan dapat dinyatakan dengan tiga cara sebagai berikut.

a. *Dengan kata-kata.*

Dengan cara menyebutkan semua syarat/sifat keanggotaannya.

Contoh: P adalah himpunan bilangan prima antara 10 dan 40, ditulis $P = \{\text{bilangan prima antara 10 dan 40}\}$.

b. *Dengan notasi pembentuk himpunan.*

Sama seperti menyatakan himpunan dengan kata-kata, pada cara ini disebutkan semua syarat/sifat keanggotaannya. Namun, anggota himpunan dinyatakan dengan suatu peubah. Peubah yang biasa digunakan adalah x atau y .

Contoh: $P = \{\text{bilangan prima antara 10 dan 40}\}$.

Dengan notasi pembentuk himpunan, ditulis

$P = \{10 < x < 40, x \in \text{bilangan prima}\}$.

c. *Dengan mendaftar anggota-anggotanya.*

Dengan cara menyebutkan anggota-anggotanya, menuliskannya dengan menggunakan kurung kurawal, dan anggota-anggotanya dipisahkan dengan tanda koma.

Contoh: $P = \{11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37\}$

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$





Contoh

Z adalah himpunan bilangan ganjil antara 20 dan 46. Nyatakan himpunan Z dengan kata-kata, dengan notasi pembentuk himpunan, dan dengan mendaftar anggota-anggotanya.

Penyelesaian:

Z adalah himpunan bilangan ganjil antara 20 dan 46.

- Dinyatakan dengan kata-kata.
 $Z = \{\text{bilangan ganjil antara 20 dan 46}\}$
- Dinyatakan dengan notasi pembentuk himpunan.
 $Z = \{20 < x < 46, x \in \text{bilangan ganjil}\}$
- Dinyatakan dengan mendaftar anggota-anggotanya.
 $Z = \{21, 23, 25, \dots, 43, 45\}$.



Soal Tantangan

Diketahui $A = \{0, 1, 2, 3, \dots, 10\}$. Bentuklah himpunan-himpunan berikut dengan mendaftar anggota-anggotanya.

- Himpunan B yang anggota-anggotanya adalah anggota A ditambah 2.
- Himpunan C yang anggota-anggotanya adalah anggota A yang merupakan bilangan asli.
- Himpunan D yang anggota-anggotanya adalah anggota A dikalikan $\frac{1}{2}$.

4. Himpunan Berhingga dan Himpunan Tak Berhingga

Pada bagian depan telah kalian ketahui bahwa banyaknya anggota himpunan A dinyatakan dengan $n(A)$.

Jika suatu himpunan dinyatakan dengan mendaftar anggota-anggotanya maka kalian dapat menentukan banyaknya anggota himpunan tersebut. Jika A adalah himpunan bilangan prima kurang dari 13 maka $A = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ dengan $n(A) = 5$. Himpunan A disebut himpunan *berhingga*, artinya banyaknya anggota A berhingga.

Jika $B = \{\text{bilangan asli yang habis dibagi 2}\}$ maka $B = \{2, 4, 6, \dots\}$, dengan $n(B) = \text{tidak berhingga}$. Himpunan B disebut himpunan *tak berhingga*, karena banyaknya anggota B tak berhingga.

Himpunan yang memiliki banyak anggota berhingga disebut himpunan berhingga. Himpunan yang memiliki banyak anggota tak berhingga disebut himpunan tak berhingga.



Contoh

Tentukan banyak anggota dari himpunan-himpunan berikut.

- $P = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$
- $Q = \{0, 1, 2, 3, \dots, 10\}$
- $R = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

Penyelesaian:

- Banyak anggota P adalah 6, ditulis $n(P) = 6$.
- Banyak anggota Q adalah 11, ditulis $n(Q) = 11$.
- Banyak anggota R adalah tidak berhingga atau $n(R) = \text{tidak berhingga}$.



Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Nyatakan himpunan-himpunan berikut dengan kata-kata, dengan notasi pembentuk himpunan, dan dengan mendaftar anggota-anggotanya.
 - P adalah himpunan huruf pembentuk kata SUKARELAWAN.
 - Q adalah himpunan nama bulan dalam satu tahun yang berumur 30 hari.
 - R adalah himpunan bilangan genap kurang dari 10.
 - S adalah himpunan lima huruf terakhir dalam abjad.
- Selidikilah himpunan-himpunan berikut berhingga atau tak berhingga, berilah alasannya.
 - B adalah himpunan bilangan asli yang habis dibagi 3.
 - C adalah himpunan bilangan cacah kurang dari 1.001.
 - M adalah himpunan bilangan bulat kurang dari -4 .
 - K adalah himpunan bangun ruang dalam matematika.
- Salin dan isilah titik-titik pada kalimat berikut sehingga menjadi kalimat yang benar.
 - $A = \{\text{bilangan prima kurang dari } 25\}$ maka $n(A) = \dots$
 - $B = \{\text{huruf pembentuk kata SURABAYA}\}$ maka $n(B) = \dots$
 - $C = \{\text{faktor dari } 20\}$ maka $n(C) = \dots$
 - $D = \{\text{faktor persekutuan dari } 15 \text{ dan } 45\}$ maka $n(D) = \dots$



B. HIMPUNAN KOSONG DAN HIMPUNAN SEMESTA

1. Himpunan Kosong dan Himpunan Nol

Di bagian depan kalian telah mempelajari mengenai banyaknya anggota suatu himpunan dan notasinya. Apakah setiap himpunan pasti mempunyai anggota?

Jika P adalah himpunan persegi yang mempunyai tiga buah sisi maka anggota P tidak ada atau kosong. Himpunan P disebut himpunan *kosong* (tidak mempunyai anggota), karena jumlah sisi persegi adalah empat.

Himpunan kosong adalah himpunan yang tidak mempunyai anggota, dan dinotasikan dengan $\{ \}$ atau ϕ .

Jika $R = \{x \mid x < 1, x \in C\}$ maka $R = \{0\}$ atau $n(R) = 1$. Himpunan R disebut himpunan nol. Anggota himpunan R adalah 0. Jadi, himpunan R *bukan* merupakan himpunan kosong.



Tugas Mandiri

(Menumbuhkan kreativitas)

Amatilah kejadian sehari-hari di lingkungan sekitarmu. Berikan contoh himpunan kosong sebanyak 5 buah. Ceritakan pengalamanmu secara singkat di depan kelas.



Himpunan nol adalah himpunan yang hanya mempunyai 1 anggota, yaitu nol (0).



Contoh

N adalah himpunan nama-nama bulan dalam setahun yang diawali dengan huruf C . Nyatakan N dalam notasi himpunan.

Penyelesaian:

Nama-nama bulan dalam setahun adalah Januari, Februari, Maret, April, Mei, Juni, Juli, Agustus, September, Oktober, November, dan Desember. Karena tidak ada nama bulan yang diawali dengan huruf C , maka N adalah himpunan kosong ditulis $N = \phi$ atau $N = \{ \}$.

2. Himpunan Semesta

Perhatikan Gambar 6.2.

Gambar tersebut menunjukkan kelompok buah-buahan yang terdiri atas pisang, jeruk, apel, dan anggur.

Jika $P = \{\text{pisang, jeruk, apel, anggur}\}$ maka semesta pembicaraan dari himpunan P adalah himpunan $S = \{\text{buah-buahan}\}$. Dengan kata lain, S adalah himpunan semesta dari P . Himpunan S memuat semua anggota himpunan P .

Himpunan semesta atau semesta pembicaraan adalah himpunan yang memuat semua anggota atau objek himpunan yang dibicarakan. Himpunan semesta (semesta pembicaraan) biasanya dilambangkan dengan S .



Sumber: Dok. Penerbit

Gambar 6.2



Contoh

Tentukan tiga himpunan semesta yang mungkin dari himpunan berikut.

- $\{2, 3, 5, 7\}$
- $\{\text{kerbau, sapi, kambing}\}$

Penyelesaian:

- Misalkan $A = \{2, 3, 5, 7\}$, maka himpunan semesta yang mungkin dari himpunan A adalah
 $S = \{\text{bilangan prima}\}$ atau
 $S = \{\text{bilangan asli}\}$ atau
 $S = \{\text{bilangan cacah}\}$.
- Himpunan semesta yang mungkin dari $\{\text{kerbau, sapi, kambing}\}$ adalah $\{\text{binatang}\}$, $\{\text{binatang berkaki empat}\}$, atau $\{\text{binatang memamah biak}\}$.



Uji Kompetensi 3

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Di antara himpunan-himpunan berikut, tentukan manakah yang merupakan himpunan kosong.
 - Himpunan anak kelas VII SMP yang berumur kurang dari 8 tahun.
 - Himpunan kuda yang berkaki dua.
 - Himpunan kubus yang mempunyai 12 sisi.
 - Himpunan bilangan prima yang habis dibagi 2.
 - Himpunan bilangan asli antara 8 dan 9.
 - Himpunan nama bulan dalam setahun yang berumur kurang dari 30 hari.
 - Himpunan penyelesaian untuk $2x = 3$, x bilangan cacah.
 - $N = \{x \mid x + 4 = 0, x \in \text{bilangan asli}\}$
- Tentukan sebuah himpunan semesta yang mungkin untuk himpunan-himpunan berikut.
 - $A = \{1, 4, 9, 16, 25\}$
 - $B = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$
 - $E = \{m, dm, cm, mm\}$
 - $F = \{\text{kerucut, tabung, bola}\}$
- Sebutkan paling sedikit dua buah himpunan semesta yang mungkin dari tiap himpunan berikut.
 - $G = \{x \mid x = 2n, n \in \text{bilangan cacah}\}$
 - $H = \{x \mid x = 2n - 1, n \in \text{bilangan cacah}\}$
 - $P = \{\text{honda, yamaha, suzuki}\}$
 - $Q = \{\text{merpati, dara, puyuh}\}$



Diskusi

(Menumbuhkan inovasi)

Bentuklah kelompok yang terdiri atas 4 siswa, 2 laki-laki dan 2 perempuan.

Setiap kelompok menamakan diri dengan himpunan tertentu, misalnya himpunan buah-buahan, himpunan bangun datar, dan lain-lain. Setiap dua kelompok menyebutkan anggota-anggota himpunan dan semesta pembicaraan kelompok lain di depan kelas. Lakukan hal ini secara bergantian dengan kelompok yang lain. Hasilnya, buatlah dalam sebuah laporan dan kumpulkan kepada gurumu.



C. HIMPUNAN BAGIAN

1. Pengertian Himpunan Bagian

Agar kalian dapat memahami mengenai himpunan bagian, perhatikan himpunan-himpunan berikut.





Tips

Perhatikan perbedaan pernyataan berikut.

Diketahui

$$S = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$$

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$3 \in A \text{ (benar)}$$

$$\{3\} \in A \text{ (salah)}$$

$$\{1, 3, 5, 7, 9\} = A \subset S \text{ (benar)}$$

$$\{1, 3, 5, 7, 9\} = A \in S \text{ (salah)}$$

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{4, 5, 6\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4, 6\}$$

Berdasarkan ketiga himpunan di atas, tampak bahwa setiap anggota himpunan A, yaitu 1, 2, 3 juga menjadi anggota himpunan C. Dalam hal ini dikatakan bahwa himpunan A merupakan himpunan bagian dari C, ditulis $A \subset C$ atau $C \supset A$.

Himpunan A merupakan himpunan bagian B, jika setiap anggota A juga menjadi anggota B dan dinotasikan $A \subset B$ atau $B \supset A$.

Sekarang perhatikan himpunan B dan himpunan C.

$$B = \{4, 5, 6\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Tampak bahwa tidak setiap anggota B menjadi anggota C, karena $6 \notin C$. Dikatakan bahwa B *bukan* merupakan himpunan bagian dari C, ditulis $B \not\subset C$. ($B \not\subset C$ dibaca: B bukan himpunan bagian dari C).

Himpunan A bukan merupakan himpunan bagian B, jika terdapat anggota A yang bukan anggota B, dan dinotasikan $A \not\subset B$.



Contoh

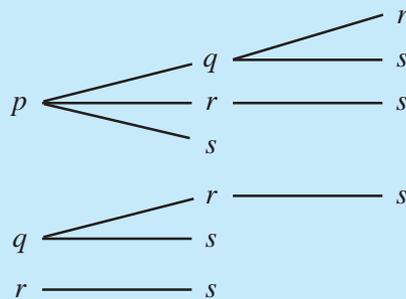
Diketahui $K = \{p, q, r, s\}$.
Tentukan himpunan bagian dari K yang mempunyai

- satu anggota;
- dua anggota;
- tiga anggota;
- empat anggota.

Penyelesaian:

Dalam menentukan himpunan bagian dari $K = \{p, q, r, s\}$ yang mempunyai lebih dari satu anggota dapat digunakan diagram pohon seperti berikut.

anggota pertama anggota kedua anggota ketiga



- Himpunan bagian K yang mempunyai satu anggota adalah $\{p\} \subset K$; $\{q\} \subset K$; dan $\{r\} \subset K$; dan $\{s\} \subset K$.
- Himpunan bagian K yang mempunyai dua anggota adalah $\{p, q\} \subset K$; $\{p, r\} \subset K$; $\{p, s\} \subset K$; $\{q, r\} \subset K$; $\{q, s\} \subset K$; $\{r, s\} \subset K$.

- c. Himpunan bagian K yang mempunyai tiga anggota adalah $\{p, q, r\} \subset K$; $\{p, q, s\} \subset K$; $\{p, r, s\} \subset K$; dan $\{q, r, s\} \subset K$.
- d. Himpunan bagian K yang mempunyai empat anggota adalah $\{p, q, r, s\} = K$.

Pada contoh di atas, tampak bahwa himpunan bagian K yang mempunyai 4 anggota adalah $\{p, q, r, s\}$.

Jadi, $\{p, q, r, s\} = K \subset K$.

Secara umum, dapat dikatakan sebagai berikut.

Setiap himpunan A merupakan himpunan bagian dari himpunan A sendiri, ditulis $A \subset A$.

2. Menentukan Banyaknya Himpunan Bagian dari Suatu Himpunan

Kalian telah mempelajari cara menentukan himpunan bagian suatu himpunan yang memiliki satu anggota, dua anggota, tiga anggota, dan n anggota. Untuk mengetahui banyaknya himpunan bagian suatu himpunan, pelajari tabel berikut.

Tabel 6.1

| Himpunan | Banyaknya Anggota | Himpunan Bagian | Banyaknya Himpunan Bagian |
|-------------------------|-------------------|---|---------------------------|
| $\{a\}$ | 1 | $\{ \}$ $\{a\}$ | $2 = 2^1$ |
| $\{a, b\}$ | 2 | $\{ \}$ $\{a\}, \{b\}$ $\{a, b\}$ | $4 = 2^2$ |
| $\{a, b, c\}$ | 3 | $\{ \}$ $\{a\}, \{b\}, \{c\}$ $\{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}$ $\{a, b, c\}$ | $8 = 2^3$ |
| $\{a, b, c, d\}$ | 4 | $\{ \}$ $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}$ $\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}$ $\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}$ $\{a, b, c, d\}$ | $16 = 2^4$ |
| $\{a, b, c, d, \dots\}$ | n | $\{ \}$ $\{a\}, \{b\}, \dots$ | 2^n |



Diskusi

(Berpikir kritis)

Diskusikan dengan temanmu.

Buktikan bahwa untuk sebarang himpunan A berlaku $\{ \} \subset A$ atau

$$\emptyset \subset A.$$



Diskusi

(Berpikir kritis)

Perhatikan kembali Tabel 6.1.

Banyaknya himpunan bagian yang dinyatakan dengan 2^n masih harus dibuktikan lagi. Cobalah untuk $n = 5, 6, 7, 8, 9,$ dan 10 .

Apakah banyaknya himpunan bagian tetap dirumuskan 2^n ?

Diskusikan dengan temanmu.

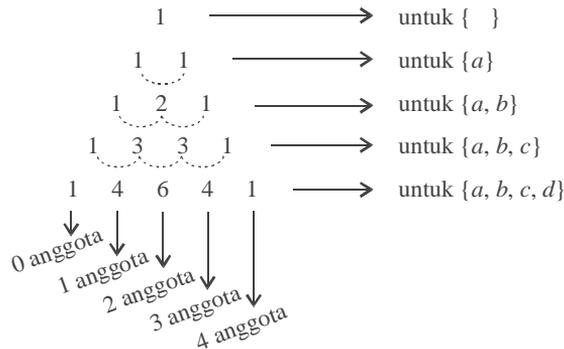
Bukti matematis mengenai hal tersebut akan kalian pelajari di tingkat yang lebih tinggi.

Berdasarkan tabel di atas, tampak bahwa terdapat hubungan antara banyaknya anggota suatu himpunan dengan banyaknya himpunan bagian himpunan tersebut.

Dengan demikian, dapat disimpulkan sebagai berikut.

Banyaknya semua himpunan bagian dari suatu himpunan adalah 2^n , dengan n banyaknya anggota himpunan tersebut.

Adapun untuk menentukan banyaknya himpunan bagian dari suatu himpunan yang mempunyai n anggota, dapat digunakan pola bilangan segitiga Pascal berikut.



Pada pola bilangan segitiga Pascal, angka tengah yang berada di bawahnya merupakan jumlah dari angka di atasnya.

Himpunan bagian dari $\{a, b, c, d\}$ yang mempunyai

0 anggota ada 1, yaitu { };

1 anggota ada 4, yaitu {a}, {b}, {c}, {d};

2 anggota ada 6, yaitu {a, b}, {a, c}, {a, d}, {b, c}, {b, d}, {c, d};

3 anggota ada 4, yaitu {a, b, c}, {a, b, d}, {a, c, d}, {b, c, d};

4 anggota ada 1, yaitu {a, b, c, d};

Cobalah hal ini untuk $P = \{a, e, i, o, u\}$. Kemudian, cek apakah banyak semua himpunan bagian P adalah 2^n ?



Diskusi

(Berpikir kritis)

Mintalah teman sebangkumu menyebutkan sebarang himpunan. Tuliskan himpunan bagian dari himpunan tersebut. Lakukan hal ini secara bergantian. Ceritakan hasilnya di depan kelas.



Uji Kompetensi 4

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Tentukan hubungan himpunan bagian antara himpunan-himpunan berikut.

A = {2, 3, 4, 5}

B = {bilangan asli kurang dari 7}

C = {a, i, u, e}

D = {huruf vokal}

E = {a, u}

F = {bilangan prima genap}

G = {3, 5}

2. Tentukan himpunan bagian dari $P = \{\text{bilangan prima antara 2 dan 20}\}$ berikut ini dengan mendaftar anggota-anggotanya.
 - a. Himpunan bilangan ganjil anggota P .
 - b. Himpunan bilangan genap anggota P .
 - c. Himpunan anggota P yang kurang dari 10.
 - d. Himpunan anggota P yang lebih dari 7.
3. Diketahui $K = \{2, 3, 5, 7, 11\}$.
Tentukan
 - a. himpunan bagian K yang mempunyai dua anggota;
 - b. himpunan bagian K yang mempunyai tiga anggota;
 - c. himpunan bagian K yang mempunyai empat anggota.
4. Tentukan banyaknya himpunan bagian dari himpunan berikut.
 - a. Himpunan bilangan asli kurang dari 6.
 - b. Himpunan bilangan prima antara 4 dan 20.
 - c. $P = \{\text{huruf-huruf pembentuk kata "stabilitas"}\}$
 - d. $Q = \{\text{nama-nama hari dalam seminggu}\}$
5. Tentukan banyaknya himpunan bagian dari Q jika diketahui
 - a. $Q = \phi$;
 - b. $n(Q) = 4$;
 - c. $Q = \{1\}$;
 - d. $Q = \{p, q, r, s, t, u\}$.



D. HUBUNGAN ANTARHIMPUNAN

Setelah kalian mempelajari mengenai himpunan dan cara menyatakannya, pada bagian ini kalian akan mempelajari hubungan antarhimpunan.

Diketahui $A = \{\text{burung, ayam, bebek}\}$ dan
 $B = \{\text{kucing, anjing, ikan}\}$.

Perhatikan bahwa tidak ada satupun anggota himpunan A yang menjadi anggota himpunan B . Demikian pula sebaliknya, tidak ada satu pun anggota himpunan B yang menjadi anggota himpunan A . Dalam hal ini dikatakan bahwa tidak ada anggota persekutuan antara himpunan A dan B . Hubungan antara himpunan A dan B seperti ini disebut himpunan *saling lepas* atau *saling asing*.

Dua himpunan yang tidak kosong dikatakan saling lepas atau saling asing jika kedua himpunan tersebut tidak mempunyai anggota persekutuan.

Selanjutnya, perhatikan kedua himpunan berikut.

$$K = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$L = \{2, 3, 5, 7, 11\}$$



Perhatikan bahwa terdapat anggota himpunan K yang juga menjadi anggota himpunan L, yaitu $\{2, 3, 5\}$. Dalam hal ini dikatakan bahwa $\{2, 3, 5\}$ adalah anggota persekutuan dari himpunan K dan L. Perhatikan juga bahwa terdapat anggota himpunan K yang tidak menjadi anggota himpunan L, demikian pula sebaliknya. Keadaan dua himpunan seperti ini disebut *himpunan tidak saling lepas (berpotongan)*.



Diskusi

(Berpikir kritis)

Berikan contoh himpunan yang saling lepas, tidak saling lepas (berpotongan), himpunan sama, dan himpunan ekuivalen. Diskusikan hal ini dengan teman sebangkumu.

Dua himpunan A dan B dikatakan tidak saling lepas (berpotongan) jika A dan B mempunyai anggota persekutuan, tetapi masih ada anggota A yang bukan anggota B dan ada anggota B yang bukan anggota A.

Sekarang, perhatikan himpunan $A = \{t, i, k, a\}$ dan himpunan $B = \{a, t, i, k\}$.

Ternyata, setiap anggota A termuat dalam B, demikian juga sebaliknya. Dalam hal ini, himpunan A dan B disebut *dua himpunan sama*, ditulis $A = B$.

Dua himpunan dikatakan sama, apabila kedua himpunan mempunyai anggota yang tepat sama.

Jika banyaknya anggota himpunan P = banyaknya anggota himpunan Q, atau $n(P) = n(Q)$ maka P dan Q dikatakan *ekuivalen*.

Dua himpunan A dan B dikatakan ekuivalen jika $n(A) = n(B)$.



Contoh

Tuliskan anggota dari masing-masing himpunan berikut. Kemudian tentukan hubungan antarhimpunan tersebut.

$$P = \{x \mid x < 7, x \in A\}$$

$$Q = \{\text{bilangan prima kurang dari } 10\}$$

$$R = \{\text{empat huruf pertama dalam abjad}\}$$

$$S = \{x \mid 1 \leq x \leq 6, x \in C\}$$

Penyelesaian:

Dengan mendaftar masing-masing anggotanya, diperoleh sebagai berikut.

$$P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$Q = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$R = \{a, b, c, d\}$$

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

– Perhatikan himpunan P dan Q.

Anggota persekutuan dari himpunan P dan Q adalah $\{2, 3, 5\}$. Namun masih terdapat anggota himpunan P yang tidak menjadi anggota himpunan Q, yaitu $\{1, 4, 6\}$. Demikian pula, terdapat anggota himpunan Q yang tidak menjadi anggota himpunan P, yaitu $\{7\}$. Dengan demikian, himpunan P dan Q dikatakan tidak saling lepas (berpotongan).

- Perhatikan himpunan Q dan R.
Karena tidak ada anggota persekutuan antara himpunan Q dan R, maka dikatakan himpunan Q dan R saling lepas atau saling asing. Namun, perhatikan bahwa $Q = \{2, 3, 5, 7\}$, $n(Q) = 4$ dan $R = \{a, b, c, d\}$, $n(R) = 4$. Dengan demikian, dikatakan bahwa himpunan Q dan R ekuivalen, karena $n(Q) = n(R)$.
- Sekarang, perhatikan himpunan P dan S.
Kedua himpunan mempunyai anggota yang tepat sama. Jadi, himpunan P dan S dikatakan dua himpunan sama.



UJI Kompetensi 5

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

Dengan mendaftar anggota-anggotanya, tentukan hubungan yang mungkin antarm-himpunan berikut ini.

$$A = \{x \mid x \text{ vokal}\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ konsonan}\}$$

$$C = \{\text{nama bulan yang berumur 30 hari}\}$$

$$D = \{1, 2, 3\}$$

$$E = \{\text{nama bulan dalam setahun yang dimulai dengan huruf J}\}$$

$$F = \{2, 1, 3\}$$

$$G = \{x \mid 10 < x < 20, x \in \text{bilangan prima}\}$$

$$H = \{\text{bilangan cacah}\}$$

$$I = \{\text{bilangan ganjil}\}$$

$$J = \{x \mid x < 9, x \in \text{bilangan ganjil}\}$$



E. OPERASI HIMPUNAN

1. Irisan Dua Himpunan

a. Pengertian irisan dua himpunan

Cobalah kalian ingat kembali tentang anggota persekutuan dari dua himpunan.

$$\text{Misalkan } A = \{1, \boxed{3, 5, 7}, 9\}$$

$$B = \{2, \boxed{3, 5, 7}\}$$

Anggota himpunan A dan B adalah anggota himpunan A dan sekaligus menjadi anggota himpunan B = $\{3, 5, 7\}$.

Anggota himpunan A yang sekaligus menjadi anggota himpunan B disebut *anggota persekutuan* dari A dan B.

Selanjutnya, anggota persekutuan dua himpunan disebut irisan dua himpunan, dinotasikan dengan \cap (\cap dibaca: irisan atau interseksi). Jadi, $A \cap B = \{3, 5, 7\}$.



Secara umum dapat dikatakan sebagai berikut.

Irisan (interseksi) dua himpunan adalah suatu himpunan yang anggotanya merupakan anggota persekutuan dari dua himpunan tersebut.



Tugas Mandiri

(Berpikir kritis)

Tuliskan dua buah himpunan. Tentukan irisan dari dua himpunan tersebut. Ceritakan hasilnya secara singkat di depan kelas.

Irisan himpunan A dan B dinotasikan sebagai berikut.

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \in B\}$$

b. Menentukan irisan dua himpunan

1) Himpunan yang satu merupakan himpunan bagian yang lain

Misalkan $A = \{1, 3, 5\}$ dan $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Irisan dari himpunan A dan B adalah $A \cap B = \{1, 3, 5\} = A$.

Tampak bahwa $A = \{1, 3, 5\} \subset B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Jika $A \subset B$, semua anggota A menjadi anggota B. Oleh karena itu, anggota persekutuan dari A dan B adalah semua anggota dari A.

$$\text{Jika } A \subset B \text{ maka } A \cap B = A.$$



Contoh

Diketahui

$A = \{2, 3, 5\}$ dan

$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

Tentukan $A \cap B$.

Penyelesaian:

$A = \{2, 3, 5\}$

$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$A \cap B = \{2, 3, 5\} = A$.



Diskusi

(Berpikir kritis)

Diskusikan dengan temanmu.

Diketahui dua buah himpunan A dan B,

dimana $A \cap B = A$.

Apakah $A = B$? Berikan contoh untuk mendukung jawabanmu.

2) Kedua himpunan sama

Di depan telah kalian pelajari bahwa dua himpunan A dan B dikatakan sama apabila semua anggota A juga menjadi anggota B dan sebaliknya semua anggota B juga menjadi anggota A. Oleh karena itu anggota sekutu dari A dan B adalah semua anggota A atau semua anggota B.

$$\text{Jika } A = B \text{ maka } A \cap B = A \text{ atau } A \cap B = B.$$





Contoh

Misalkan $A = \{\text{bilangan asli kurang dari } 6\}$ dan $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Tentukan anggota $A \cap B$.

Penyelesaian:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\text{Karena } A = B \text{ maka } A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5\} = A = B.$$

3) Kedua himpunan tidak saling lepas (berpotongan)

Himpunan A dan B dikatakan tidak saling lepas (berpotongan) jika A dan B mempunyai sekutu, tetapi masih ada anggota A yang bukan anggota B dan ada anggota B yang bukan anggota A .



Contoh

Misalkan $P = \{\text{bilangan asli kurang dari } 11\}$ dan $Q = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$. Tentukan anggota $P \cap Q$.

Penyelesaian:

$$P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$Q = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$$

$$P \cap Q = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$



Diskusi

(Berpikir kritis)

Diskusikan dengan temanmu.

Himpunan A dan B dikatakan saling lepas jika A dan B tidak mempunyai anggota sekutu. Carilah contoh dua himpunan yang saling lepas. Tunjukkan bahwa $A \cap B = \emptyset$.

2. Gabungan Dua Himpunan

a. Pengertian gabungan dua himpunan

Ibu membeli buah-buahan di pasar. Sesampai di rumah, ibu membagi buah-buahan tersebut ke dalam dua buah piring, piring A dan piring B . Piring A berisi buah jeruk, salak, dan apel. Piring B berisi buah pir, apel, dan anggur. Jika isi piring A dan piring B digabungkan, isinya adalah buah jeruk, salak, apel, pir, dan anggur.





Tugas Mandiri

(Berpikir kritis)

Tuliskan dua buah himpunan. Tentukan gabungan dari himpunan tersebut. Ceritakan hasilnya secara singkat di depan kelas.



Diskusi

(Berpikir kritis)

Diskusikan dengan temanmu. Diketahui A sebarang himpunan. Tentukan hasil dari $A \cup \phi$.

Dari uraian tersebut dapat disimpulkan sebagai berikut.

Jika A dan B adalah dua buah himpunan, gabungan himpunan A dan B adalah himpunan yang anggotanya terdiri atas anggota-anggota A atau anggota-anggota B.

Dengan notasi pembentuk himpunan, gabungan A dan B dituliskan sebagai berikut.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ atau } x \in B\}$$

Catatan: $A \cup B$ dibaca A gabungan B atau A union B.

b. Menentukan gabungan dua himpunan

- 1) Himpunan yang satu merupakan himpunan bagian dari yang lain.

Misalkan $A = \{3, 5\}$ dan $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Perhatikan bahwa $A = \{3, 5\} \subset B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, sehingga

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\} = B.$$

Jika $A \subset B$ maka $A \cup B = B$.

- 2) Kedua himpunan sama

Misalkan $P = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ dan $Q = \{\text{bilangan prima yang kurang dari } 12\}$.

Dengan mendaftar anggotanya, diperoleh

$$P = \{2, 3, 5, 7, 11\}$$

$$Q = \{2, 3, 5, 7, 11\}$$

$$P \cup Q = \{2, 3, 5, 7, 11\} = P = Q$$

Jika $A = B$ maka $A \cup B = A = B$.

- 3) Kedua himpunan tidak saling lepas (berpotongan)

Misalkan $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ dan $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, maka

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$$

c. Menentukan banyaknya anggota dari gabungan dua himpunan

Banyaknya anggota dari gabungan dua himpunan dirumuskan sebagai berikut.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Rumus di atas dapat digunakan untuk menentukan banyak anggota dari gabungan dua himpunan. Perhatikan contoh berikut.



Contoh

Diketahui

$K = \{\text{faktor dari } 6\}$ dan

$L = \{\text{bilangan cacah kurang dari } 6\}$.

Dengan mendaftar anggotanya, tentukan

a. anggota $K \cap L$;

b. anggota $K \cup L$;

c. $n(K \cup L)$.

Penyelesaian:

$K = \{\text{faktor dari } 6\}$

$= \{1, 2, 3, 6\}, n(K) = 4$

$L = \{\text{bilangan cacah kurang dari } 6\}$

$= \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}, n(L) = 6$

a. $K \cap L = \{1, 2, 3\}$

b. $K \cup L = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

c. $n(K \cup L) = 7$.

$n(K \cup L)$ juga dapat diperoleh dengan rumus berikut.

$$n(K \cup L) = n(K) + n(L) - n(K \cap L)$$

$$= 4 + 6 - 3$$

$$= 7$$

3. Selisih (*Difference*) Dua Himpunan

Selisih (*difference*) himpunan A dan B adalah himpunan yang anggotanya semua anggota dari A tetapi bukan anggota dari B.

Selisih himpunan A dan B dinotasikan dengan $A - B$ atau $A \setminus B$.

Catatan:

$A - B = A \setminus B$ dibaca: selisih A dan B.

Dengan notasi pembentuk himpunan dituliskan sebagai berikut.

$$A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$$

$$B - A = \{x \mid x \in B, x \notin A\}$$

Diketahui $A = \{a, b, c, d\}$ dan $B = \{a, c, f, g\}$.

Selisih A dan B adalah $A - B = \{a, b, c, d\} - \{a, c, f, g\} = \{b, d\}$, sedangkan selisih B dan A adalah

$B - A = \{a, c, f, g\} - \{a, b, c, d\} = \{f, g\}$.



Contoh

Diketahui $S = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ adalah himpunan semesta. Jika $P = \{2, 3, 5, 7\}$ dan $Q = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, tentukan

Penyelesaian:

a. $S - P = \{1, 2, 3, \dots, 10\} - \{2, 3, 5, 7\}$

$$= \{1, 4, 6, 8, 9, 10\}$$



- a. anggota $S - P$;
- b. anggota $P - Q$;
- c. anggota $Q - P$.

$$\begin{aligned}
 \text{b. } P - Q &= \{2, 3, 5, 7\} - \{1, 3, 5, 7, 9\} \\
 &= \{2\} \\
 \text{c. } Q - P &= \{1, 3, 5, 7, 9\} - \{2, 3, 5, 7\} \\
 &= \{1, 9\}.
 \end{aligned}$$

4. Komplemen Suatu Himpunan

Agar kalian dapat memahami mengenai komplemen suatu himpunan, coba ingat kembali pengertian himpunan semesta atau semesta pembicaraan.



(Berpikir kritis)

Amati lingkungan sekitarmu. Tuliskan kumpulan yang merupakan himpunan. Tentukan komplemen dari himpunan tersebut. Ceritakan pengalamanmu di depan kelas.

Komplemen himpunan A adalah suatu himpunan yang anggotanya merupakan anggota S tetapi bukan anggota A .

Dengan notasi pembentuk himpunan dituliskan sebagai berikut.

$$A^C = \{x \mid x \in S \text{ dan } x \notin A\}$$

Diketahui $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ adalah himpunan semesta dan $A = \{3, 4, 5\}$. Komplemen himpunan A adalah $A^C = \{1, 2, 6, 7\}$.

Komplemen A dinotasikan dengan A^C atau A' (A^C atau A' dibaca: komplemen A).



Contoh

Diketahui $S = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ adalah himpunan semesta. Jika $A = \{1, 2, 3, 4\}$ dan $B = \{2, 3, 5, 7\}$, tentukan

- a. anggota A^C ;
- b. anggota B^C ;
- c. anggota $(A \cap B)^C$.

Penyelesaian:

Diketahui

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$\text{a. } A^C = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$\text{b. } B^C = \{1, 4, 6, 8, 9, 10\}$$

c. Untuk menentukan anggota $(A \cap B)^C$, tentukan terlebih dahulu anggota dari $A \cap B$.

$$A \cap B = \{2, 3\}$$

$$(A \cap B)^C = \{1, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$



Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Tentukan $P \cap Q$ dengan menyebutkan anggota-anggotanya, kemudian tentukan $n(P \cap Q)$ untuk himpunan P dan Q di bawah ini.

- a. $P = \{x \mid 0 < x \leq 5, x \in A\}$
 $Q = \{x \mid -4 \leq x < 1, x \in B\}$
- b. $P = \{x \mid x < 9, x \in \text{bilangan ganjil}\}$
 $Q = \{x \mid x < 9, x \in \text{bilangan prima}\}$
- c. $P = \{\text{huruf pembentuk kata bunda}\}$
 $Q = \{\text{huruf pembentuk kata ibu}\}$

2. Diketahui himpunan-himpunan berikut.
 $K = \{x \mid -3 < x < 3, x \in \text{bilangan bulat}\}$
 $L = \{\text{lima bilangan cacah yang pertama}\}$
 $M = \{x \mid x < 5, x \in \text{bilangan asli}\}$

Dengan menyebutkan anggota-anggotanya, tentukan masing-masing anggota himpunan berikut.

- a. $K \cup L$ c. $L \cup M$
- b. $K \cup M$ d. $K \cup L \cup M$

3. Diketahui himpunan-himpunan berikut.

- $A = \{x \mid x < 5, x \in \text{bilangan cacah}\}$
- $B = \{\text{empat bilangan ganjil yang pertama}\}$

$C = \{x \mid x \leq 11, x \in \text{bilangan prima}\}$

Dengan menyebutkan anggota-anggotanya, tentukan masing-masing anggota himpunan berikut ini.

- a. A, B, dan C
- b. $A \cup B$
- c. $B \cup C$
- d. $A \cup (B \cup C)$
- e. $A \cup (B \cap C)$
- f. $B \cup (A \cap C)$
- g. $C \cup (A \cap B)$
- h. $(A \cap B) \cup (B \cup C)$

4. Diketahui

$S = \{\text{bilangan cacah kurang dari 15}\};$

$A = \{x \mid x < 8, x \in S\};$ dan

$B = \{x \mid x \geq 5, x \in S\}.$

Nyatakan himpunan-himpunan berikut dengan mendaftar anggota-anggotanya.

- a. A^c e. $A \cap B^c$
- b. B^c f. $A \setminus B$
- c. $(A \cap B)^c$ g. $B \setminus A$
- d. $(A \cup B)^c$ h. $S \setminus A$

5. Sifat-Sifat Operasi Himpunan

a. Sifat-sifat irisan dan gabungan himpunan

Kalian telah mempelajari bahwa anggota irisan dua himpunan adalah anggota persekutuan himpunan tersebut.

Jika $A = \{1, 2, 3, 4\}$

$B = \{3, 4, 5\}$

$C = \{4, 5, 6\}$

maka $A \cap B = \{3, 4\}$ dan $B \cap A = \{3, 4\}.$

Tampak bahwa $A \cap B = B \cap A.$

Sifat ini disebut *sifat komutatif irisan.*





Diskusi

(Berpikir kritis)

Diskusikan dengan temanmu.

Dengan cara yang sama seperti pada sifat-sifat irisan himpunan, tunjukkan berlakunya sifat-sifat gabungan himpunan berikut.

- Sifat komutatif gabungan: $A \cup B = B \cup A$.
- Sifat asosiatif gabungan: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$.
- Sifat idempotent gabungan: $A \cup A = A$.
- Sifat identitas gabungan: $A \cup \emptyset = A$. \emptyset disebut elemen identitas pada gabungan himpunan.
- Sifat komplemen gabungan: $A \cup A^c = S$.

Untuk setiap himpunan A dan B berlaku *sifat komutatif irisan*

$$A \cap B = B \cap A.$$

Berdasarkan himpunan A, B, dan C di atas dapat diketahui bahwa $A \cap B = \{3, 4\}$ dan $B \cap C = \{4, 5\}$, sehingga

$$(A \cap B) \cap C = \{3, 4\} \cap \{4, 5, 6\} \\ = \{4\}$$

$$A \cap (B \cap C) = \{1, 2, 3, 4\} \cap \{4, 5\} \\ = \{4\}$$

Tampak bahwa $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$.

Sifat ini disebut *sifat asosiatif irisan*.

$$\text{Jika } A = \{1, 2, 3, 4\} \text{ maka } A \cap A = \{1, 2, 3, 4\} \cap \{1, 2, 3, 4\} \\ = \{1, 2, 3, 4\} \\ = A$$

Jadi, $A \cap A = A$.

Sifat ini dikenal dengan *sifat idempotent irisan*.

Untuk setiap himpunan A dengan semesta pembicaraan S, berlaku

- sifat identitas irisan $A \cap S = A$ (himpunan S disebut elemen identitas pada irisan)
- sifat komplemen irisan $A \cap A^c = \emptyset$.

Coba buktikan sifat-sifat di atas dengan berdiskusi bersama temanmu.

Selain sifat-sifat di atas, terdapat hubungan antara irisan dan gabungan dua himpunan.

Jika himpunan $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, dan $C = \{3, 6, 7\}$, diperoleh $B \cup C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, $A \cap B = \{3\}$, dan $A \cap C = \{3\}$.

Dengan demikian diperoleh

$$A \cap (B \cup C) = \{1, 2, 3\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\} \\ = \{3\}$$

$$(A \cap B) \cup (A \cap C) = \{3\} \cup \{3\} \\ = \{3\}$$

Tampak bahwa $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

Secara umum berlaku sebagai berikut.

$$\text{Untuk setiap himpunan A, B, dan C berlaku} \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Sifat ini disebut *sifat distributif irisan terhadap gabungan*.



Soal Tantangan

Untuk setiap himpunan A, B, dan C, tunjukkan berlakunya sifat distributif gabungan terhadap irisan: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

b. Sifat-sifat selisih himpunan

Di depan kalian telah mengetahui bahwa selisih himpunan A dan B adalah himpunan yang anggotanya semua anggota dari A tetapi bukan anggota dari B.

Misalkan $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

$B = \{1, 2, 3, 6\}$

$C = \{1, 2, 4, 8\}$

maka $A - A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} - \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
 $= \emptyset$

$A - \emptyset = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} - \emptyset$
 $= \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
 $= A.$

Tampak bahwa $A - A = \emptyset$ dan $A - \emptyset = A.$

Karena $A - \emptyset = A$, maka \emptyset adalah *identitas pada selisih himpunan.*

Sekarang, perhatikan bahwa $B \cap C = \{1, 2\}$, $A - B = \{4, 12\}$, dan $A - C = \{3, 6, 12\}$, sehingga diperoleh

$A - (B \cap C) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} - \{1, 2\}$
 $= \{3, 4, 6, 12\}$

$(A - B) \cup (A - C) = \{4, 12\} \cup \{3, 6, 12\}$
 $= \{3, 4, 6, 12\}$

Tampak bahwa $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C).$

Secara umum berlaku sebagai berikut.

Untuk setiap himpunan A, B, dan C berlaku

$$A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$$

Sifat ini disebut *sifat distributif selisih terhadap irisan.*

Dengan cara yang sama seperti di atas, buktikan bahwa pada selisih dua himpunan berlaku *sifat distributif selisih terhadap gabungan.*

Untuk setiap himpunan A, B, dan C berlaku

$$A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$$

Diskusikan hal ini dengan temanmu.





Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

Diketahui

$P = \{\text{huruf pembentuk kata PERIANG}\}$

$Q = \{\text{huruf pembentuk kata GEMBIRA}\}$

$R = \{\text{huruf pembentuk kata CERIA}\}$

Dengan mendaftar anggota-anggotanya, tentukan

- a. anggota $P \cap Q$;
- b. anggota $Q \cap P$;

- c. anggota $P \cup Q$;
- d. anggota $Q \cup P$;
- e. anggota $P \cap (Q \cup R)$;
- f. anggota $P \cup (Q \cap R)$;
- g. anggota $(P \cap Q) \cup (P \cap R)$;
- h. anggota $(P \cup Q) \cap (P \cup R)$.

Ujilah jawabanmu dengan sifat-sifat operasi himpunan yang telah kalian pelajari sebelumnya.



F. DIAGRAM VENN

1. Pengertian Diagram Venn

Di bagian depan kalian telah mempelajari cara menyatakan suatu himpunan, menentukan himpunan semesta, menentukan himpunan bagian dari suatu himpunan, dan operasi pada himpunan. Untuk menyatakan suatu himpunan secara visual (gambar), kalian dapat menunjukkan dalam suatu *diagram Venn*.

Diagram Venn pertama kali ditemukan oleh John Venn, seorang ahli matematika dari Inggris yang hidup pada tahun 1834–1923. Dalam diagram Venn, himpunan semesta dinyatakan dengan daerah persegi panjang, sedangkan himpunan lain dalam semesta pembicaraan dinyatakan dengan kurva mulus tertutup sederhana dan noktah-noktah untuk menyatakan anggotanya.

Agar kalian dapat memahami cara menyajikan himpunan dalam diagram Venn, pelajari uraian berikut.

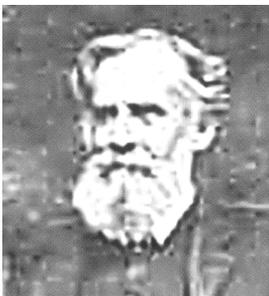
Diketahui $S = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots, 9\}$;

$P = \{0, 1, 2, 3, 4\}$; dan

$Q = \{5, 6, 7\}$

Himpunan $S = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots, 9\}$ adalah himpunan semesta (semesta pembicaraan). Dalam diagram Venn, himpunan semesta dinotasikan dengan S berada di pojok kiri.

Perhatikan himpunan P dan Q . Karena tidak ada anggota persekutuan antara P dan Q , maka $P \cap Q = \{ \}$. Jadi, dapat dikatakan bahwa kedua himpunan saling lepas. Dalam hal ini,

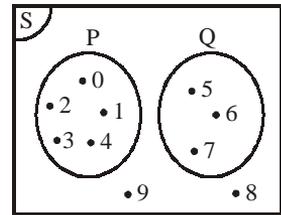


John Venn

Sumber: *Ensiklopedi Matematika dan Peradaban Manusia*, 2003

Gambar 6.3

kurva yang dibatasi oleh himpunan P dan Q saling terpisah. Selanjutnya, anggota-anggota himpunan P diletakkan pada kurva P, sedangkan anggota-anggota himpunan Q diletakkan pada kurva Q.



Gambar 6.4

Anggota himpunan S yang tidak menjadi anggota himpunan P dan Q diletakkan di luar kurva P dan Q.

Diagram Venn-nya seperti Gambar 6.4 di samping.



Diketahui $S = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ adalah himpunan semesta (semesta pembicaraan), $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, dan $B = \{\text{bilangan genap kurang dari } 12\}$. Gambarlah dalam diagram Venn ketiga himpunan tersebut.

Penyelesaian:

Diketahui $S = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$

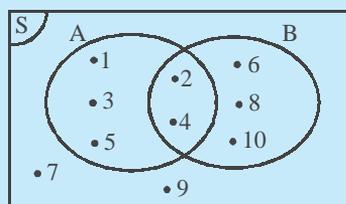
$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

Berdasarkan himpunan A dan B, dapat diketahui bahwa $A \cap B = \{2, 4\}$. Perhatikan bahwa himpunan A dan B saling berpotongan. (Mengapa?)

Dalam diagram Venn, irisan dua himpunan harus dinyatakan dalam satu kurva (himpunan A dan B dibuat berpotongan). Adapun bilangan yang lain diletakkan pada kurva masing-masing.

Diagram Venn-nya sebagai berikut.



Gambar 6.5

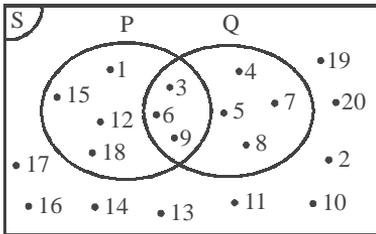
2. Membaca Diagram Venn

Dalam membaca diagram Venn, perhatikan himpunan semesta dan himpunan-himpunan lain yang berada pada diagram Venn tersebut. Anggota-anggota himpunan tertentu berada pada kurva yang dibatasi oleh himpunan tersebut. Agar kalian lebih memahami cara membaca diagram Venn, perhatikan contoh berikut.





Contoh



Gambar 6.6

Berdasarkan diagram Venn di atas, nyatakan himpunan-himpunan berikut dengan mendaftar anggota-anggotanya.

- Himpunan S.
- Himpunan P.
- Himpunan Q.
- Anggota himpunan $P \cap Q$.
- Anggota himpunan $P \cup Q$.
- Anggota himpunan $P \setminus Q$.
- Anggota himpunan P^c .

Penyelesaian:

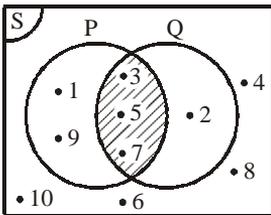
- Himpunan S adalah himpunan semesta atau semesta pembicaraan. Himpunan S memuat semua anggota atau objek himpunan yang dibicarakan, sehingga $S = \{1, 2, 3, 4, \dots, 20\}$.
- Himpunan P adalah semua anggota himpunan S yang menjadi anggota himpunan P. Dalam diagram Venn, anggota himpunan P berada pada kurva yang dibatasi oleh P. Jadi, $P = \{1, 3, 6, 9, 12, 15, 18\}$
- Himpunan Q adalah semua anggota himpunan S yang menjadi anggota himpunan Q. Dalam diagram Venn, anggota himpunan Q berada pada kurva yang dibatasi oleh Q. Jadi, $Q = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.
- Anggota himpunan $P \cap Q$ adalah anggota himpunan P dan sekaligus menjadi anggota himpunan Q = $\{3, 6, 9\}$.
- Anggota himpunan $P \cup Q$ adalah semua anggota himpunan P maupun himpunan Q = $\{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 15, 18\}$.
- Anggota himpunan $P \setminus Q$ adalah semua anggota P tetapi bukan anggota Q, sehingga $P \setminus Q = \{1, 12, 15, 18\}$.
- Anggota himpunan P^c adalah semua anggota S tetapi bukan anggota P, sehingga $P^c = \{2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 20\}$.

3. Menyajikan Operasi Himpunan dalam Diagram Venn

Kalian telah mempelajari cara membaca diagram Venn. Sekarang, kalian akan mempelajari cara menyajikan suatu himpunan ke dalam diagram Venn.

Misalkan $S = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$, $P = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, dan $Q = \{2, 3, 5, 7\}$. Himpunan $P \cap Q = \{3, 5, 7\}$, sehingga dapat dikatakan bahwa himpunan P dan Q saling berpotongan. Diagram Venn yang menyatakan hubungan himpunan S, P, dan Q, seperti Gambar 6.7.

Daerah yang diarsir pada diagram Venn di samping menunjukkan daerah $P \cap Q$.

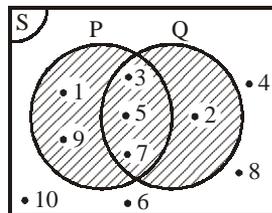


Gambar 6.7

Adapun daerah arsiran pada Gambar 6.8 di samping menunjukkan daerah $P \cup Q$.

Berdasarkan diagram Venn di samping, tampak bahwa $P \cup Q = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$. Coba, tunjukkan dengan diagram Venn, daerah arsiran yang menyatakan himpunan P^C dan $Q \setminus P$ dari himpunan-himpunan di atas.

Diskusikan hal ini dengan temanmu.



Gambar 6.8



Diskusi

(Berpikir kritis)

Buatlah dua buah himpunan dimana himpunan yang satu merupakan bagian dari himpunan yang lain. Tunjukkan dengan diagram Venn, daerah yang menunjukkan irisan dan gabungan dua buah himpunan tersebut. Lakukan hal ini pada dua buah himpunan yang sama. Kemudian, buatlah kesimpulannya. Diskusikan dengan temanmu.

Agar kalian lebih memahami cara menyajikan himpunan dalam diagram Venn, perhatikan contoh berikut.



Contoh

Diketahui $S = \{0, 1, 2, \dots, 15\}$; $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; $Q = \{1, 2, 5, 10, 11\}$; dan $R = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$. Gambarlah himpunan-himpunan tersebut dalam diagram Venn. Tunjukkan dengan arsiran daerah-daerah himpunan berikut.

- $P \cap Q \cap R$
- $P \cap Q$
- $Q \cup R$
- $P \cup (Q \cap R)$
- Q^C
- $P - R$

Penyelesaian:

Diketahui: $S = \{0, 1, 2, 3, \dots, 15\}$

$P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$Q = \{1, 2, 5, 10, 11\}$; dan

$R = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$.

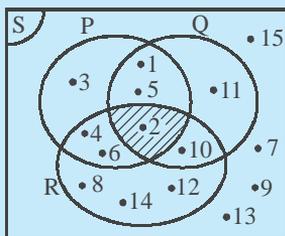
Berdasarkan himpunan-himpunan tersebut, dapat diketahui bahwa $P \cap Q \cap R = \{2\}$

$P \cap Q = \{1, 2, 5\}$

$Q \cap R = \{2, 10\}$

$P \cap R = \{2, 4, 6\}$

Diagram Venn-nya sebagai berikut.



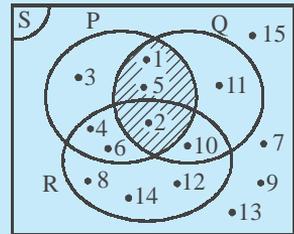
Gambar 6.9

a. Daerah arsiran pada diagram Venn di atas menunjukkan himpunan $P \cap Q \cap R$.

b. Daerah arsiran di samping menunjukkan himpunan $P \cap Q$.

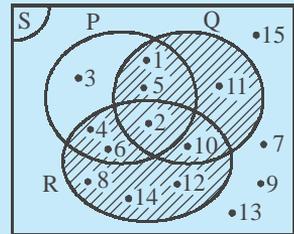
Tampak bahwa

$$P \cap Q = \{1, 2, 5\}.$$



Gambar 6.10

c. Daerah yang diarsir pada diagram Venn di samping menunjukkan himpunan $Q \cup R$. Dari gambar dapat diketahui bahwa $Q \cup R = \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 10, 11, 12, 14\}$.

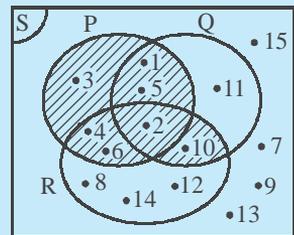


Gambar 6.11

d. Dari soal dapat diketahui bahwa $Q \cap R = \{2, 10\}$, sehingga $P \cup (Q \cap R) = \{1, 2, 3, \dots, 6\} \cup \{2, 10\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10\}$.

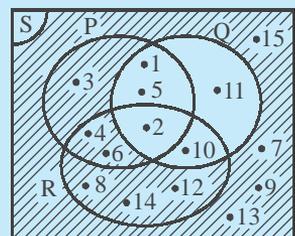
Daerah arsiran pada diagram Venn di samping menunjukkan daerah

$$P \cup (Q \cap R).$$



Gambar 6.12

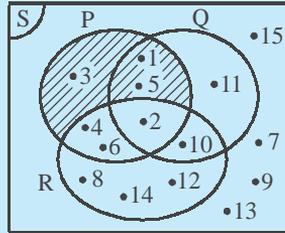
e. Diketahui $S = \{1, 2, \dots, 15\}$ dan $Q = \{1, 2, 5, 10, 11\}$, sehingga $Q^c = \{3, 4, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 14, 15\}$. Daerah arsiran pada diagram Venn di samping menunjukkan himpunan Q^c .



Gambar 6.13

- f. Diketahui $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ dan
 $R = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$, sehingga
 $P - R = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$
 $= \{1, 3, 5\}$

Diagram Venn-nya sebagai berikut.



Gambar 6.14



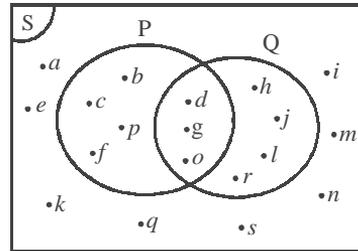
Uji Kompetensi 8

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Diketahui himpunan-himpunan berikut.
- Perhatikan diagram Venn berikut.

- $S = \{\text{bilangan cacah kurang dari } 15\}$
 $A = \{\text{lima bilangan ganjil yang pertama}\}$
 $B = \{\text{lima bilangan genap yang pertama}\}$
 $C = \{\text{faktor dari } 8\}$
 $D = \{\text{tiga bilangan kuadrat yang pertama}\}$

- Nyatakan himpunan-himpunan di atas dengan mendaftar anggotanya.
- Buatlah diagram Venn untuk masing-masing himpunan berikut, dengan S sebagai himpunan semesta.
 - Himpunan S , A , dan B .
 - Himpunan S , A , dan C
 - Himpunan S , B , dan D
 - Himpunan S , A , C , dan D
 - Himpunan S , B , C , dan D



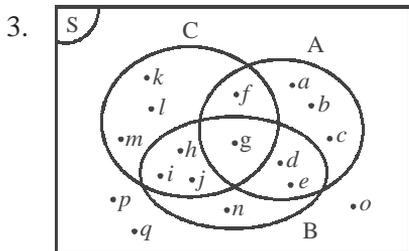
- $S = \{\text{siswa yang gemar olahraga}\}$
 $P = \{\text{siswa yang gemar bola voli}\}$
 $Q = \{\text{siswa yang gemar bola basket}\}$

Setiap anggota himpunan ditunjukkan dengan noktah. Dari diagram Venn tersebut, sebutkan anggota himpunan berikut.

- Himpunan siswa yang gemar olahraga.
- Himpunan siswa yang gemar bola voli.
- Himpunan siswa yang gemar bola basket.
- Himpunan siswa yang gemar bola voli dan basket.

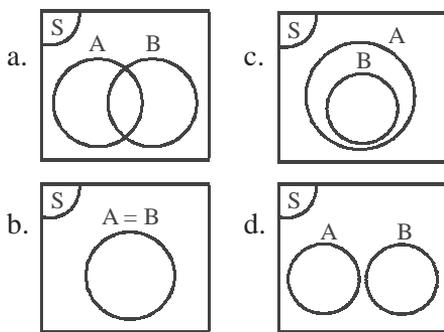


- e. Himpunan siswa yang gemar bola voli saja.
- f. Himpunan siswa yang gemar bola basket saja.

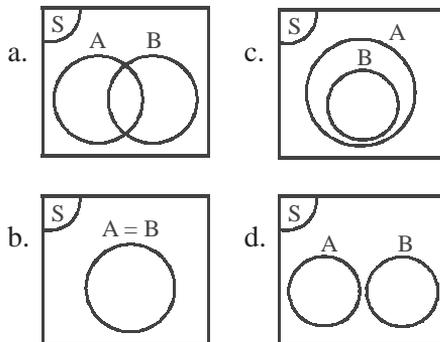


Dari diagram Venn di atas, tentukan

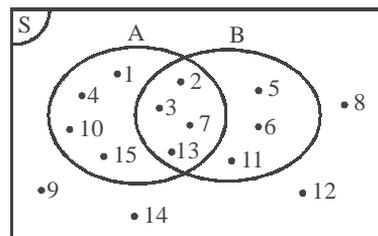
- a. anggota himpunan S;
 - b. anggota himpunan A;
 - c. anggota himpunan B;
 - d. anggota himpunan C.
4. Berdasarkan diagram Venn pada soal nomor 3 di atas, tentukan
- a. anggota himpunan $A \cap B$;
 - b. anggota himpunan $A \cup B$;
 - c. anggota himpunan $B \cap C$;
 - d. anggota himpunan $A \cap B \cap C$;
 - e. anggota himpunan $A \cap B^c$;
 - f. anggota himpunan $B \setminus C$.
5. Salinlah gambar berikut, kemudian arsirlah daerah yang menggambarkan $A \cap B$ untuk setiap himpunan yang disajikan oleh diagram Venn berikut.



6. Salinlah gambar berikut, kemudian arsirlah daerah yang menggambarkan $A \cup B$ untuk setiap himpunan yang disajikan oleh diagram Venn berikut.



7. Diketahui himpunan-himpunan berikut.
- $S = \{\text{bilangan cacah kurang dari } 15\}$
 $P = \{x \mid x < 7, x \in \text{bilangan asli}\}$
 $Q = \{x \mid x \leq 13, x \in \text{bilangan prima}\}$
 $R = \{\text{lima bilangan genap yang pertama}\}$
- Nyatakan himpunan-himpunan berikut dengan mendaftar anggota-anggotanya. Kemudian, tunjukkan daerah arsiran yang menyatakan himpunan-himpunan tersebut.
- a. $P \cap Q$
 - b. $Q \cup R$
 - c. $P \cap Q \cap R$
 - d. $Q \cap (P \cup R)$
 - e. $P \cup (Q \cap R)^c$
 - f. $P \setminus Q$
 - g. $P \cap Q^c$
 - h. $R \setminus P$
8. Perhatikan diagram berikut.



Tentukan

- a. $n(S)$;
- b. $n(A)$;
- c. $n(B)$;
- d. $n(A \cap B)$;
- e. $n(A \cup B)$;
- f. $n(A^c)$;
- g. $n(A \setminus B)$;
- h. $n(A \cap B)^c$.



G. MENYELESAIKAN MASALAH DENGAN MENGGUNAKAN KONSEP HIMPUNAN

Jika kalian amati masalah dalam kehidupan sehari-hari maka banyak di antaranya dapat diselesaikan dengan konsep himpunan. Agar dapat menyelesaikannya, kalian harus memahami kembali mengenai konsep diagram Venn. Kalian harus dapat menyatakan permasalahan tersebut dalam suatu diagram Venn. Pelajari contoh berikut ini.



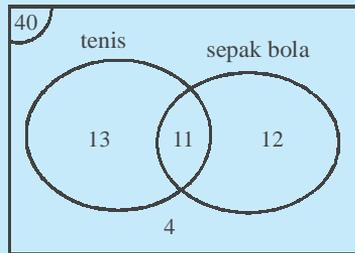
Contoh

1. Dalam suatu kelas yang terdiri atas 40 siswa, diketahui 24 siswa gemar bermain tenis, 23 siswa gemar sepak bola, dan 11 siswa gemar kedua-duanya. Gambarlah diagram Venn dari keterangan tersebut, kemudian tentukan banyaknya siswa
 - a. yang hanya gemar bermain tenis;
 - b. yang hanya gemar bermain sepak bola;
 - c. yang tidak gemar kedua-duanya.

Penyelesaian:

Dalam menentukan banyaknya anggota masing-masing himpunan pada diagram Venn, tentukan terlebih dahulu banyaknya anggota yang gemar bermain tenis dan sepak bola, yaitu 11 siswa.

Diagram Venn-nya seperti gambar berikut.



Gambar 6.15

- a. Banyak siswa yang hanya gemar tenis
 $= 24 - 11 = 13$ siswa
- b. Banyak siswa yang hanya gemar sepak bola
 $= 23 - 11 = 12$ siswa
- c. Banyak siswa yang tidak gemar kedua-duanya
 $= 40 - 13 - 11 - 12$
 $= 4$ siswa

2. Dari sekelompok anak, diperoleh data 23 orang suka makan bakso dan mi ayam, 45 orang suka makan bakso, 34 orang suka

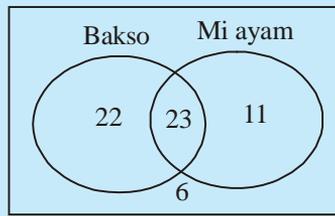
Penyelesaian:

- a. Dalam menentukan banyak anak dalam kelompok tersebut, tuliskan terlebih dahulu banyak anak yang suka makan bakso dan mi ayam, serta banyak anak yang tidak suka keduanya pada diagram Venn. Kemudian, tentukan banyak anggota masing-masing. Diagram Venn-nya sebagai berikut.



makan mi ayam, dan 6 orang tidak suka kedua-duanya.

- a. Gambarlah diagram Venn yang menyatakan keadaan tersebut.
- b. Tentukan banyak anak dalam kelompok tersebut.



- b. Dari diagram Venn, tampak bahwa banyak anak dalam kelompok tersebut $= 22 + 23 + 11 + 6$
 $= 62$ anak.



Uji Kompetensi 9

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Dalam suatu kelas terdapat 48 siswa. Mereka memilih dua jenis olahraga yang mereka gemari. Ternyata 29 siswa gemar bermain basket, 27 siswa gemar bermain voli, dan 6 siswa tidak menggemari kedua olahraga tersebut.
 - a. Gambarlah diagram Venn dari keterangan tersebut.
 - b. Tentukan banyaknya siswa yang gemar bermain basket dan voli.
2. Dari 50 siswa di suatu kelas, diketahui 25 siswa gemar matematika, 20 siswa gemar fisika, dan 7 siswa gemar kedua-duanya. Tentukan banyaknya siswa yang tidak gemar matematika dan fisika.
3. Pada sebuah kelas yang terdiri atas 46 siswa dilakukan pendataan pilihan ekstrakurikuler. Hasil sementara diperoleh 19 siswa memilih KIR, 23 siswa memilih PMR, dan 16 siswa belum menentukan pilihan. Tentukan banyaknya siswa yang hanya memilih PMR saja dan KIR saja.
4. Suatu kompleks perumahan mempunyai 43 orang warga, 35 orang di antaranya aktif mengikuti kegiatan olahraga, sedangkan sisanya tidak mengikuti kegiatan apa pun. Kegiatan bola voli diikuti 15 orang, tenis diikuti 19 orang, dan catur diikuti 25 orang. Warga yang mengikuti bola voli dan catur sebanyak 12 orang, bola voli dan tenis 7 orang, sedangkan tenis dan catur 9 orang. Tentukan banyaknya warga yang mengikuti ketiga kegiatan olahraga tersebut.
5. Dari 40 siswa dalam suatu kelas, terdapat 30 siswa gemar pelajaran matematika dan 26 siswa gemar pelajaran fisika. Jika 2 siswa tidak gemar dengan kedua pelajaran tersebut, tentukan banyaknya siswa yang gemar pelajaran matematika dan fisika.



Tugas Mandiri

(Menumbuhkan kreativitas)

Perhatikan kejadian (peristiwa) di lingkungan sekitarmu. Tuliskan kejadian yang berkaitan dengan konsep himpunan, kemudian selesaikanlah. Ceritakan hasilnya secara singkat di depan kelas.



Rangkuman

1. Himpunan adalah kumpulan benda atau objek yang ciri-cirinya jelas, sehingga dengan tepat dapat diketahui objek yang termasuk himpunan dan yang tidak termasuk dalam himpunan tersebut.
2. Suatu himpunan biasanya diberi nama atau dilambangkan dengan huruf besar (kapital) A, B, C, ..., Z. Adapun benda atau objek yang termasuk dalam himpunan tersebut ditulis dengan menggunakan pasangan kurung kurawal {...}.
3. Suatu himpunan dapat dinyatakan dengan tiga cara, yaitu dengan kata-kata, dengan notasi pembentuk himpunan, dan dengan mendaftar anggota-anggotanya.
4. Himpunan yang memiliki banyak anggota berhingga disebut himpunan berhingga.
Himpunan yang memiliki banyak anggota tak berhingga disebut himpunan tak berhingga.
5. Himpunan semesta atau semesta pembicaraan adalah himpunan yang memuat semua anggota atau objek himpunan yang dibicarakan. Himpunan semesta biasanya dilambangkan dengan S.
6.
 - a. Himpunan A merupakan himpunan bagian B, jika setiap anggota A juga menjadi anggota B dan dinotasikan $A \subset B$ atau $B \supset A$.
 - b. Himpunan A bukan merupakan himpunan bagian B, jika terdapat anggota A yang bukan anggota B dan dinotasikan $A \not\subset B$.
 - c. Setiap himpunan A merupakan himpunan bagian dari himpunan A sendiri, ditulis $A \subset A$.
 - d. Banyaknya semua himpunan bagian dari suatu himpunan adalah 2^n , dengan n banyaknya anggota himpunan tersebut.



7. a. Dua himpunan yang tidak kosong dikatakan saling lepas atau saling asing jika kedua himpunan tersebut tidak mempunyai anggota persekutuan.
- b. Dua himpunan dikatakan sama, jika kedua himpunan mempunyai anggota yang tepat sama.
- c. Dua himpunan A dan B dikatakan ekuivalen jika $n(A) = n(B)$.
8. Irisan (*interseksi*) dua himpunan adalah suatu himpunan yang anggotanya merupakan anggota persekutuan dari dua himpunan tersebut. Irisan himpunan A dan B dinotasikan dengan $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \in B\}$.
9. Gabungan (*union*) himpunan A dan B adalah suatu himpunan yang anggotanya terdiri atas anggota-anggota A atau anggota-anggota B. Gabungan himpunan A dan B dinotasikan dengan $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ atau } x \in B\}$.
Banyak anggota dari gabungan himpunan A dan B dirumuskan dengan $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$.
10. Untuk setiap himpunan A, B, dan C berlaku sifat komutatif, asosiatif, dan distributif.



Refleksi

Setelah mempelajari mengenai *Himpunan*, menurutmu, bagian manakah yang paling menarik untuk dipelajari? Tuliskan hal-hal yang menarik tersebut dalam sebuah laporan. Tuliskan pula manfaat yang kamu peroleh setelah mempelajari materi pada bab ini. Hasilnya kemukakan secara singkat di depan kelas.



Evaluasi 6

Kerjakan di buku tugasmu.

A. Pilihlah salah satu jawaban yang tepat.

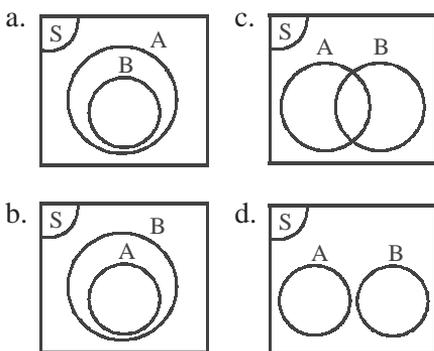
1. Dari kumpulan-kumpulan berikut ini yang merupakan himpunan adalah
 - a. kumpulan bilangan kecil
 - b. kumpulan bunga-bunga indah
 - c. kumpulan siswa tinggi
 - d. kumpulan bilangan asli antara 4 dan 12
2. Jika $P = \{\text{bilangan prima ganjil}\}$, pernyataan berikut yang benar adalah

| | |
|-----------------|---------------|
| a. $2 \in P$ | c. $9 \in P$ |
| b. $5 \notin P$ | d. $17 \in P$ |

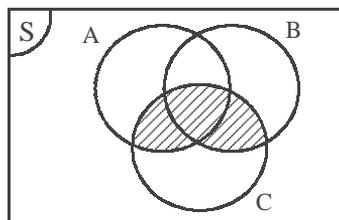
3. Himpunan semesta yang mungkin dari himpunan $P = \{0, 1, 3, 5\}$ adalah
- himpunan bilangan cacah
 - himpunan bilangan asli
 - himpunan bilangan genap
 - himpunan bilangan ganjil
4. Himpunan $A = \{2, 3, 4, 6, 12\}$ jika dinyatakan dengan notasi pembentuk himpunan adalah
- $\{x \mid x > 1, x \in \text{bilangan asli}\}$
 - $\{x \mid x > 1, x \in \text{faktor dari } 12\}$
 - $\{x \mid x > 1, x \in \text{bilangan cacah}\}$
 - $\{x \mid x > 1, x \in \text{bilangan kelipatan } 12\}$

5. Diketahui $A = \{a, b, c, d, e\}$. Banyaknya himpunan bagian dari A yang terdiri atas tiga elemen adalah
- 8
 - 9
 - 10
 - 12

6. Diketahui $S = \{\text{bilangan cacah}\}$ adalah himpunan semesta, $A = \{\text{bilangan prima}\}$, dan $B = \{\text{bilangan genap}\}$. Diagram Venn yang memenuhi adalah



7. Diketahui himpunan semesta $S = \{a, b, c, d, e\}$, $P = \{b, d\}$, dan $Q = \{a, b, c, d\}$. Anggota himpunan $P \cap Q' = \dots$
- $\{a, b, c, d\}$
 - $\{\}$
 - $\{b, d\}$
 - $\{a, b, c\}$
8. Jika $n(X) = 10$, $n(Y) = 12$, dan $n(X \cap Y) = 7$, $n(X \cup Y) = \dots$
- 7
 - 8
 - 10
 - 15
9. Perhatikan diagram Venn berikut.



Pernyataan berikut yang menunjukkan daerah arsiran dari diagram Venn di atas adalah

- $(A \cup B) \cap (B \cap C)$
 - $(A \cup B) \cap C$
 - $(A \cap B) \cap C$
 - $(A \cup B) \cap (B \cup C)$
10. Pada suatu agen koran dan majalah terdapat 18 orang berlangganan koran dan majalah, 24 orang berlangganan majalah, dan 36 orang berlangganan koran. Banyaknya seluruh pelanggan agen tersebut adalah
- 40 orang
 - 42 orang
 - 60 orang
 - 78 orang

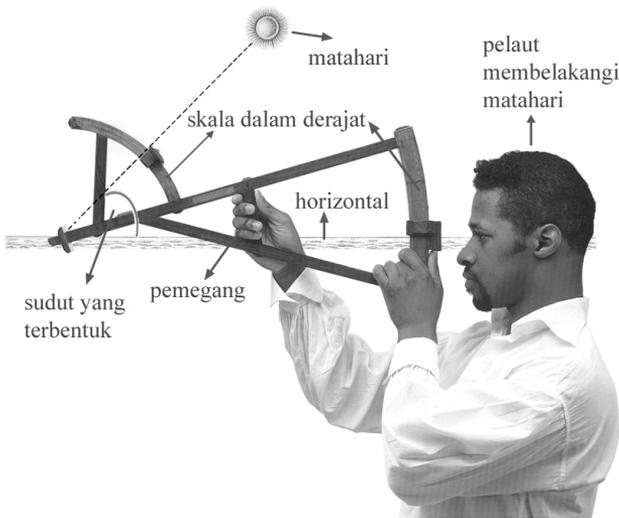
B. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan singkat dan tepat.

- Nyatakan himpunan-himpunan berikut dengan cara mendaftar anggota-anggotanya dan dengan notasi pembentuk himpunan.
 - A adalah himpunan bilangan bulat antara -3 dan 3 .
 - B adalah himpunan bilangan asli kurang dari 50 dan habis dibagi 5 .
 - C adalah himpunan bilangan prima kurang dari 31 .
 - D adalah himpunan tujuh bilangan cacah yang pertama.

2. Gambarlah diagram Venn dari himpunan-himpunan berikut, kemudian tentukan anggota $A \cap B$.
- $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ dan $B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$
 - $A = \{a, u\}$ dan $B = \{\text{huruf pembentuk kata "sepedaku"}\}$
 - $A = \{\text{huruf vokal}\}$ dan $B = \{\text{huruf pembentuk kata "bundaku"}\}$
3. Diketahui $X = \{\text{bilangan prima kurang dari 18}\}$. Tentukan banyaknya himpunan bagian dari X yang memiliki
- 2 anggota;
 - 4 anggota;
 - 5 anggota;
 - 6 anggota.
4. Diketahui $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, dan $C = \{3, 4, 5, 6\}$. Dengan mendaftar anggota-anggotanya, tentukan
- $A \cap B$;
 - $A \cup C$;
 - $A \cap B \cap C$;
 - $A \cap (B \cup C)^C$;
 - $A^C \cup (B \cap C)$;
 - $A \setminus B$.
- Kemudian, gambarlah diagram Venn dari masing-masing operasi himpunan tersebut.
5. Setelah dilakukan pencatatan terhadap 35 orang warga di suatu kampung, diperoleh hasil sebagai berikut.
- 18 orang suka minum teh,
 - 17 orang suka minum kopi,
 - 14 orang suka minum susu,
 - 8 orang suka minum teh dan kopi,
 - 7 orang suka minum teh dan susu,
 - 5 orang suka minum kopi dan susu,
 - 3 orang suka minum ketiga-tiganya.
- Buatlah diagram Venn dari keterangan di atas.
 - Tentukan banyaknya warga yang gemar minum teh, gemar minum susu, gemar minum kopi, dan tidak gemar ketiga-tiganya.

BAB 7

GARIS DAN SUDUT



Sumber: *Jendela Iptek*, 2001

Zaman dahulu, pelaut menggunakan alat yang disebut *backstaff* untuk mengukur tinggi matahari tanpa harus menatapnya langsung. Dengan menghitung ketinggian matahari, pelaut dapat menentukan posisi kapal yang tepat pada garis lintang. Perhatikan garis lurus yang dibentuk antara alat dengan matahari. Kedua garis lurus tersebut membentuk sebuah sudut tertentu yang akan menentukan ketinggian matahari. Adapun titik pertemuan antara kedua garis lurus tersebut dinamakan titik sudut. Agar kalian memahami mengenai garis, sudut, dan titik sudut, pelajari uraian materi berikut ini.

Tujuan pembelajaranmu pada bab ini adalah:

- ❖ dapat menjelaskan kedudukan dua garis (sejajar, berimpit, berpotongan, bersilangan) melalui benda konkrit;
- ❖ dapat mengenal satuan sudut yang sering digunakan;
- ❖ dapat mengukur besar sudut dengan busur derajat;
- ❖ dapat menjelaskan perbedaan jenis sudut (siku, lancip, tumpul);
- ❖ dapat menemukan sifat sudut jika dua garis sejajar dipotong garis ketiga (garis lain);
- ❖ dapat menggunakan sifat-sifat sudut dan garis untuk menyelesaikan soal;
- ❖ dapat melukis sudut yang besarnya sama dengan sudut yang diketahui dengan menggunakan busur dan jangka;
- ❖ dapat melukis sudut 60° , 90° , 30° , 45° , 120° , dan 150° ;
- ❖ dapat membagi sudut menjadi dua sama besar.

Kata-Kata Kunci:

- ❖ kedudukan dua garis
- ❖ besar sudut
- ❖ jenis sudut
- ❖ sifat sudut dan garis
- ❖ melukis sudut

Pada pembahasan kali ini, kita akan mempelajari cara membagi garis, kedudukan dua garis, dan sifat-sifat garis sejajar. Materi ini akan bermanfaat dalam mempelajari materi segitiga dan segi empat pada bab selanjutnya. Agar kalian dapat memahami materi ini dengan baik, coba kalian ingat kembali mengenai bangun kubus dan balok.



Gambar 7.1

Garis merupakan bangun paling sederhana dalam geometri, karena garis adalah bangun berdimensi satu. Perhatikan garis AB pada Gambar 7.1. Di antara titik A dan titik B dapat dibuat satu garis lurus AB. Di antara dua titik pasti dapat ditarik satu garis lurus. Sekarang, kalian akan mempelajari kedudukan dua garis.

1. Kedudukan Dua Garis

a. Dua garis sejajar

Pernahkah kalian memerhatikan rel atau lintasan kereta api? Apabila kita perhatikan lintasan kereta api tersebut, jarak antara dua rel akan selalu tetap (sama) dan tidak pernah saling berpotongan antara satu dengan lainnya. Apa yang akan terjadi jika jaraknya berubah? Apakah kedua rel itu akan berpotongan?

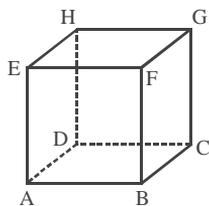


Gambar 7.2

Berdasarkan gambaran tersebut, selanjutnya apabila dua buah rel kereta api kita anggap sebagai dua buah garis, maka dapat kita gambarkan seperti Gambar 7.2 di samping.

Garis m dan garis n di samping, jika diperpanjang sampai tak berhingga maka kedua garis tidak akan pernah berpotongan. Keadaan seperti ini dikatakan kedua *garis sejajar*. Dua garis sejajar dinotasikan dengan “//”.

Dua garis atau lebih dikatakan sejajar apabila garis-garis tersebut terletak pada satu bidang datar dan tidak akan pernah bertemu atau berpotongan jika garis tersebut diperpanjang sampai tak berhingga.



Gambar 7.3

b. Dua garis berpotongan

Agar kalian memahami pengertian garis berpotongan, perhatikan Gambar 7.3. Gambar tersebut menunjukkan gambar kubus ABCD.EFGH. Amatilah garis AB dan garis BC. Tampak bahwa garis AB dan BC berpotongan di titik B dimana keduanya terletak pada bidang ABCD. Dalam hal ini garis AB

dan BC dikatakan *saling berpotongan*. Dapatkan kalian menyebutkan pasangan garis lain dari kubus ABCD.EFGH yang saling berpotongan?

Dua garis dikatakan saling berpotongan apabila garis tersebut terletak pada satu bidang datar dan mempunyai satu titik potong.

c. *Dua garis berimpit*

Pada Gambar 7.4 di samping menunjukkan garis AB dan garis CD yang saling menutupi, sehingga hanya terlihat sebagai satu garis lurus saja. Dalam hal ini dikatakan kedudukan masing-masing garis AB dan CD terletak pada satu garis lurus. Kedudukan garis yang demikian dinamakan pasangan garis yang *berimpit*.

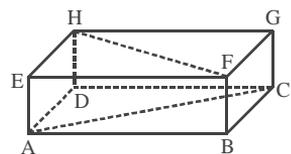


Gambar 7.4

Dua garis dikatakan saling berimpit apabila garis tersebut terletak pada satu garis lurus, sehingga hanya terlihat sebagai satu garis lurus saja.

d. *Dua garis bersilangan*

Sediakan sebuah penghapus papan tulis yang terdapat di kelasmu. Apabila penghapus tadi kita anggap sebagai bentuk sebuah balok, maka dapat digambar seperti pada Gambar 7.5.



Gambar 7.5

Gambar 7.5 menunjukkan sebuah balok ABCD.EFGH. Perhatikan garis AC dan garis HF.

Tampak bahwa kedua garis tersebut tidak terletak pada satu bidang datar. Garis AC terletak pada bidang ABCD, sedangkan garis HF terletak pada bidang EFGH. Selanjutnya apabila kedua garis tersebut, masing-masing diperpanjang, maka kedua garis tidak akan pernah bertemu. Dengan kata lain, kedua garis itu tidak mempunyai titik potong. Kedudukan garis yang demikian dinamakan pasangan garis yang *saling bersilangan*. Coba tentukan pasangan garis lain yang saling bersilangan pada balok tersebut.

Dua garis dikatakan bersilangan apabila garis-garis tersebut tidak terletak pada satu bidang datar dan tidak akan berpotongan apabila diperpanjang.



Diskusi

(Menumbuhkan kreativitas)

Perhatikan lingkungan di sekitarmu. Temukan beberapa peristiwa yang menunjukkan kedudukan dua garis sejajar, berpotongan, berimpit, dan bersilangan. Ceritakan pengalamammu di depan kelas.

2. Garis Horizontal dan Garis Vertikal

Amati Gambar 7.6 (a).

Gambar tersebut menunjukkan sebuah neraca dengan bagian-bagiannya. Perhatikan bagian tiang penyangga dan bagian lengan yang berada di atasnya. Kedudukan bagian tiang dan lengan





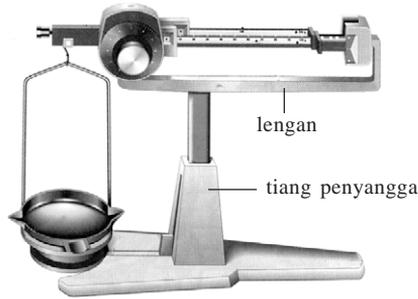
Tugas Mandiri

(Menumbuhkan kreativitas)

Diskusikan dengan temanmu.

Perhatikan lingkungan sekitar kalian. Benda-benda apa sajakah yang menunjukkan kedudukan dua garis horizontal dan vertikal? Ceritakan temuanmu di depan kelas.

tersebut menggambarkan garis horizontal dan vertikal. Bagian lengan menunjukkan kedudukan garis horizontal, sedangkan tiang penyangga menunjukkan kedudukan garis vertikal. Arah garis horizontal mendatar, sedangkan garis vertikal tegak lurus dengan garis horizontal.



Sumber: Kamus Visual, 2004

(a)

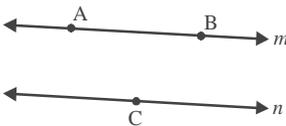


(b)

Gambar 7.6

3. Sifat-Sifat Garis Sejajar

Perhatikan Gambar 7.7.



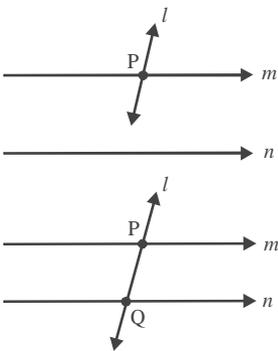
Gambar 7.7

Pada gambar tersebut, melalui dua buah titik yaitu titik A dan titik B dapat dibuat **tepat satu** garis, yaitu garis m .

Selanjutnya, apabila dari titik C di luar garis m dibuat garis sejajar garis m yang melalui titik tersebut, ternyata hanya dapat dibuat tepat satu garis, yaitu garis n .

Berdasarkan uraian di atas, secara umum diperoleh sifat sebagai berikut.

Melalui satu titik di luar sebuah garis dapat ditarik tepat satu garis yang sejajar dengan garis itu.

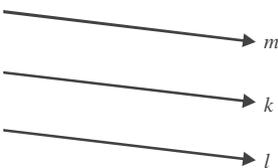


Gambar 7.8

Selanjutnya perhatikan Gambar 7.8.

Pada gambar di samping diketahui garis m sejajar dengan garis n ($m // n$) dan garis l memotong garis m di titik P. Apabila garis l yang memotong garis m di titik P diperpanjang maka garis l akan memotong garis n di satu titik, yaitu titik Q.

Jika sebuah garis memotong salah satu dari dua garis yang sejajar maka garis itu juga akan memotong garis yang kedua.



Gambar 7.9

Sekarang, perhatikan Gambar 7.9.

Pada gambar tersebut, mula-mula diketahui garis k sejajar dengan garis l dan garis m . Tampak bahwa garis k sejajar dengan garis l atau dapat ditulis $k // l$ dan garis k sejajar dengan garis m ,

ditulis $k \parallel m$. Karena $k \parallel l$ dan $k \parallel m$, maka $l \parallel m$. Hal ini berarti bahwa garis l sejajar dengan garis m .

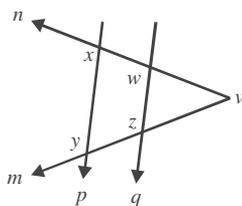
Jika sebuah garis sejajar dengan dua garis lainnya maka kedua garis itu sejajar pula satu sama lain.



Uji Kompetensi 1

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Perhatikan gambar berikut.

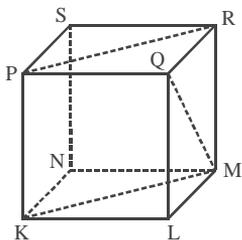


Pada gambar di atas, tentukan titik potong antara

- garis m dan n ;
- garis m dan p ;
- garis n dan q ;
- garis m dan q .

Pasangan garis mana sajakah yang saling sejajar, berpotongan, atau bersilangan?

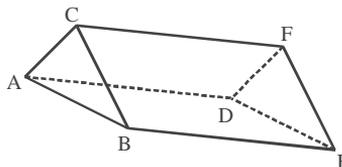
2. Perhatikan gambar berikut.



Pada gambar di atas, tentukan semua garis yang bersilangan dengan garis

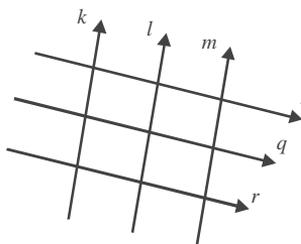
- PR;
- MQ;
- KM.

3. Perhatikan gambar berikut.



Tuliskan semua pasangan garis yang saling sejajar.

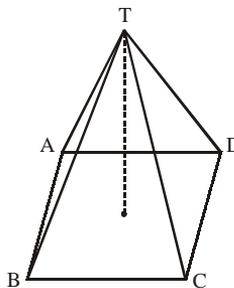
4.



Dari gambar di atas, sebutkan

- garis yang sejajar dengan garis k ;
- garis yang berpotongan dengan garis q ;
- garis yang bersilangan dengan garis l .

5. Perhatikan limas T.ABCD berikut.



Tuliskan semua pasangan garis yang saling berpotongan.

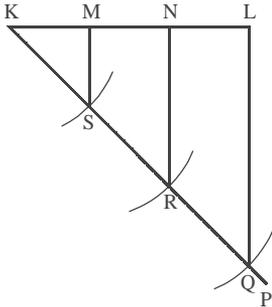
4. Membagi Sebuah Garis

a. Membagi Garis Menjadi n Bagian Sama Panjang

Buatlah sebarang garis KL.

Bagilah garis KL menjadi tiga bagian sama panjang.

Langkah-langkahnya sebagai berikut.



Gambar 7.10

- 1) Buatlah garis KL.
- 2) Dari titik K, buatlah sebarang garis KP sedemikian sehingga tidak berimpit dengan garis KL.
- 3) Buatlah berturut-turut tiga busur lingkaran dengan jari-jari yang sama sedemikian sehingga $KS = SR = RQ$.
- 4) Tariklah garis dari titik Q ke titik L.
- 5) Dari titik R dan S, masing-masing buatlah garis yang sejajar garis LQ sehingga masing-masing garis tersebut memotong garis KL berturut-turut di titik N dan M.
- 6) Dengan demikian, terbagilah garis KL menjadi tiga bagian yang sama panjang, yaitu $KM = MN = NL$.

b. Membagi garis dengan perbandingan tertentu

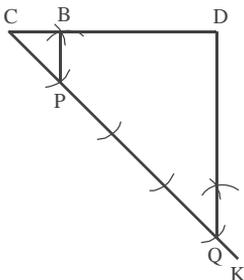
Diketahui garis CD sebagai berikut.



Gambar 7.11

Misalkan kalian akan membagi garis CD menjadi dua bagian dengan perbandingan 1 : 3, maka langkah-langkahnya sebagai berikut.

- 1) Buatlah garis CD.
- 2) Dari titik C, buatlah sebarang garis CK, sedemikian sehingga tidak berimpit dengan garis CD.
- 3) Dari titik C, buat busur lingkaran dengan jari-jari sama, sehingga $CP : PQ = 1 : 3$.
- 4) Tariklah garis dari titik Q ke titik D.
- 5) Dari titik P buatlah garis yang sejajar dengan DQ dengan cara membuat sudut yang besarnya sama dengan $\angle CQD$ terlebih dahulu dari titik P kemudian menghubungkannya sehingga memotong CD di titik B.
- 6) Terbentuklah ruas garis CB dan BD pada garis CD dengan perbandingan $CB : BD = 1 : 3$. Garis CD telah terbagi menjadi dua bagian dengan perbandingan 1 : 3.



Gambar 7.12



Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. a.

b.

K

Salinlah gambar di atas. Kemudian dengan menggunakan jangka dan penggaris bagilah masing-masing garis menjadi 5 bagian yang sama panjang.

2. a.

b.

Y

Salinlah gambar di atas, kemudian bagilah masing-masing garis dengan perbandingan 3 : 4.

3. Gambarlah sebarang garis dengan panjang 6 cm. Bagilah garis tersebut menjadi 6 bagian sama panjang dengan menggunakan jangka dan penggaris. Berilah nama pada tiap titik tersebut. Uji hasilnya dengan mengukur panjang tiap titik. Apakah hasil yang kalian peroleh sudah tepat?

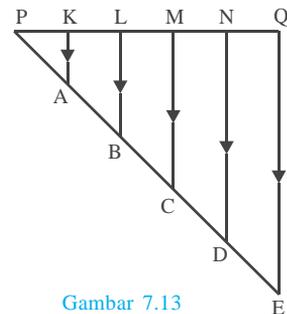
4. Gambarlah sebarang garis AB dengan panjang 10 cm. Bagilah garis AB dengan perbandingan 2 : 3 dengan menggunakan jangka dan penggaris. Ujilah hasilnya dengan menggunakan penggaris.



B. PERBANDINGAN SEGMENT GARIS

Kalian telah mempelajari bahwa sebuah garis dapat dibagi menjadi n bagian yang sama panjang atau dengan perbandingan tertentu. Perhatikan Gambar 7.13 di samping. Gambar tersebut menunjukkan garis PQ dibagi menjadi 5 bagian yang sama panjang, sehingga $PK = KL = LM = MN = NQ$. Jika dari titik K, L, M, N, dan Q ditarik garis vertikal ke bawah, sedemikian sehingga $PA = AB = BC = CD = DE$ maka diperoleh sebagai berikut.

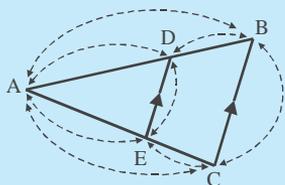
1.
$$\left. \begin{array}{l} PM : MQ = 3 : 2 \\ PC : CE = 3 : 2 \end{array} \right\} PM : MQ = PC : CE$$
2.
$$\left. \begin{array}{l} QN : NP = 1 : 4 \\ ED : DP = 1 : 4 \end{array} \right\} QN : NP = ED : DP$$
3.
$$\left. \begin{array}{l} PL : PQ = 2 : 5 \\ PB : PE = 2 : 5 \end{array} \right\} PL : PQ = PB : PE$$
4.
$$\left. \begin{array}{l} QL : QP = 3 : 5 \\ EB : EP = 3 : 5 \end{array} \right\} QL : QP = EB : EP$$



Gambar 7.13



Berdasarkan uraian tersebut, secara umum dapat disimpulkan sebagai berikut.



Gambar 7.14

Pada ΔABC di samping berlaku perbandingan sebagai berikut.

1. $AD : DB = AE : EC$ atau $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

2. $AD : AB = AE : AC$ atau $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$

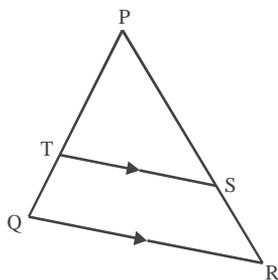
3. $BD : DA = CE : EA$ atau $\frac{BD}{DA} = \frac{CE}{EA}$

4. $BD : BA = CE : CA$ atau $\frac{BD}{BA} = \frac{CE}{CA}$

5. $AD : AB = AE : AC = DE : BC$ atau $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$



Contoh



Gambar 7.15

Pada gambar di atas, diketahui $QR \parallel TS$. Jika $PR = 15$ cm, $PQ = 12$ cm, dan $PS = 10$ cm, tentukan

- panjang PT ;
- perbandingan panjang TS dan QR .

Penyelesaian:

a. $\frac{PS}{PR} = \frac{PT}{PQ}$
 $\Leftrightarrow \frac{10}{15} = \frac{PT}{12}$
 $\Leftrightarrow PT = \frac{10 \times 12}{15}$
 $= \frac{120}{15} = 8$

Jadi, panjang $PT = 8$ cm.

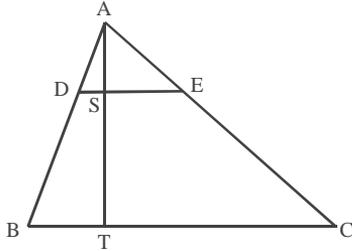
b. $\frac{PT}{PQ} = \frac{TS}{QR}$
 $\Leftrightarrow \frac{8}{15} = \frac{TS}{QR}$
 $\Leftrightarrow \frac{2}{3} = \frac{TS}{QR}$

Jadi, $TS : QR = 2 : 3$.



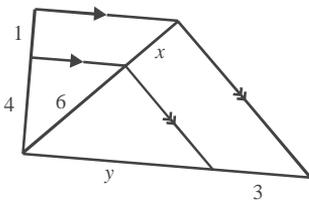
Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Perhatikan gambar berikut.



- Jika $DE = 3$ cm, $BC = 12$ cm, dan $EC = 6$ cm, tentukan panjang AE .
- Jika $DE : BC = 2 : 3$ dan garis $AT = 15$ cm, tentukan panjang AS .
- Jika $AB : AD = 5 : 2$ dan $DE = 4$ cm, tentukan panjang BC .
- Jika $AB = 6$ cm, $AD = 2$ cm, dan $BC = 9$ cm, tentukan panjang DE .

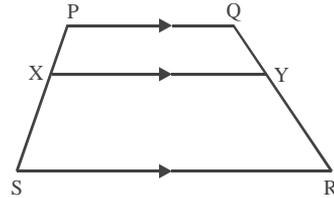
2. Hitunglah nilai x dan y pada gambar berikut.



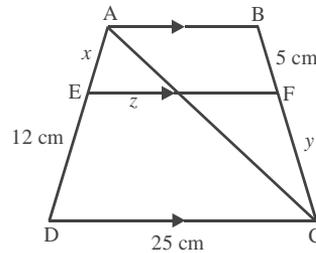
3. Diketahui trapesium PQRS seperti pada gambar berikut. Panjang $PQ = 18$ cm,

$$SR = 33 \text{ cm, dan } PX = \frac{2}{5} PS.$$

Tentukan panjang XY .

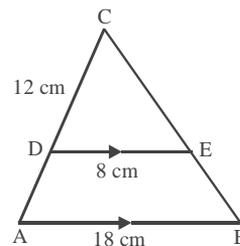


4.



Perhatikan gambar di atas. Hitunglah nilai dari x , y , dan z .

5. Pada segitiga ABC berikut, DE sejajar dengan AB . Jika panjang $AB = 18$ cm, $DE = 8$ cm, dan $CD = 12$ cm, tentukan panjang CA .

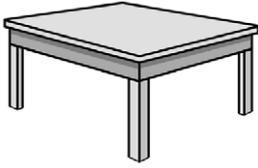


Kalian telah mempelajari mengenai kedudukan dua garis, cara membagi garis, dan perbandingan segmen garis pada sebuah segitiga.

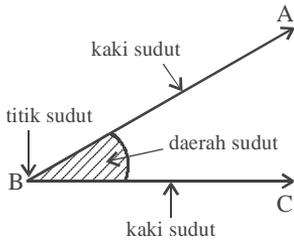
Sekarang, kalian akan mempelajari materi mengenai sudut, di antaranya besar sudut, jenis sudut, dan cara melukis sudut. Materi ini akan bermanfaat untuk mempelajari bab selanjutnya, yaitu segitiga dan segi empat. Di tingkat yang lebih tinggi, kalian akan memperdalam materi ini pada bagian trigonometri.



C. SUDUT



Gambar 7.16



Gambar 7.17

1. Pengertian Sudut

Agar kalian dapat memahami pengertian sudut, coba amati ujung sebuah meja, pojok sebuah pintu, atau jendela di kelasmu, berbentuk apakah ujung tersebut? Ujung sebuah meja atau pojok pintu dan jendela adalah salah satu contoh sudut.

Perhatikan Gambar 7.17.

Suatu sudut dapat dibentuk dari suatu sinar yang diputar pada pangkal sinar. Sudut ABC pada gambar di samping adalah sudut yang dibentuk \overline{BC} yang diputar dengan pusat B sehingga \overline{BC} berputar sampai \overline{BA} .

Ruas garis BA dan BC disebut *kaki sudut*, sedangkan titik pertemuan kaki-kaki sudut itu disebut *titik sudut*. Daerah yang dibatasi oleh kaki-kaki sudut, yaitu daerah ABC disebut *daerah sudut*. Untuk selanjutnya, daerah sudut ABC disebut *besar sudut* ABC.

Sudut dinotasikan dengan “ \angle ”. Sudut pada Gambar 7.17 dapat diberi nama

- sudut ABC atau $\angle ABC$;
- sudut CBA atau $\angle CBA$;
- sudut B atau $\angle B$.

Dengan demikian, dapat dikatakan sebagai berikut.

Sudut adalah daerah yang dibentuk oleh pertemuan antara dua buah sinar atau dua buah garis lurus.

2. Besar Sudut

Besar suatu sudut dapat dinyatakan dalam satuan *derajat* ($^\circ$), *menit* ($'$), dan *detik* ($''$).

Perhatikan jarum jam pada sebuah jam dinding. Untuk menunjukkan waktu 1 jam, maka jarum menit harus berputar 1 putaran penuh sebanyak 60 kali, atau dapat ditulis 1 jam = 60 menit. Adapun untuk menunjukkan waktu 1 menit, jarum detik harus berputar 1 putaran penuh sebanyak 60 kali, atau dapat ditulis 1 menit = 60 detik. Hal ini juga berlaku untuk satuan sudut.

Hubungan antara derajat ($^\circ$), menit ($'$), dan detik ($''$) dapat dituliskan sebagai berikut.

Tugas Mandiri

(Menumbuhkan kreativitas)

Coba amati lingkungan sekitar kalian. Benda-benda apa sajakah yang berbentuk sudut? Sebutkan kaki sudut, titik sudut, dan daerah sudutnya. Ceritakan di depan kelas.

Tugas Mandiri

(Menumbuhkan kreativitas)

Mintalah temanmu menyebutkan besar sudut dalam satuan derajat. Lalu, ubahlah dalam satuan menit dan detik. Lakukan secara bergantian di depan kelas.

$$1^\circ = 60' \text{ atau } 1' = \left(\frac{1}{60}\right)^\circ$$

$$1' = 60'' \text{ atau } 1'' = \left(\frac{1}{60}\right)'$$

$$1^\circ = 60 \times 60'' \text{ atau } 1'' = \left(\frac{1}{3600}\right)^\circ$$

$$= 3600''$$



Contoh

Tentukan kesamaan besar sudut berikut.

- $5^\circ = \dots'$
- $8' = \dots''$
- $45,6^\circ = \dots^\circ \dots'$
- $48^\circ 48' = \dots^\circ$

Penyelesaian:

- Karena $1^\circ = 60'$ maka $5^\circ = 5 \times 60' = 300'$
- Karena $1' = 60''$ maka $8' = 8 \times 60'' = 480''$
- $$45,6^\circ = 45^\circ + 0,6^\circ$$

$$= 45^\circ + (0,6 \times 60')$$

$$= 45^\circ + 36'$$

$$= 45^\circ 36'$$
- $$48^\circ 48' = 48^\circ + 48'$$

$$= 48^\circ + \left(\frac{48}{60}\right)^\circ$$

$$= 48^\circ + 0,8^\circ$$

$$= 48,8^\circ$$



Uji Kompetensi 4

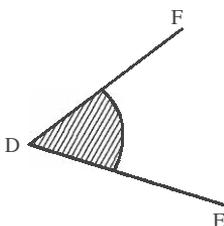
Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Gambarlah sudut-sudut yang dibentuk oleh

- sinar \overline{KL} dan \overline{KM} ;
- \overline{OA} , \overline{OB} , dan \overline{OC} .

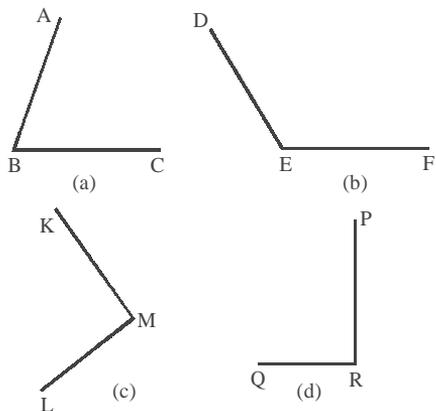
Kemudian, tunjukkan titik sudut, kaki sudut, dan daerah sudut masing-masing sudut yang terbentuk.

- Perhatikan gambar berikut.



- Tentukan
- titik sudutnya;
 - kaki sudutnya;
 - besar sudutnya.

- Perhatikan gambar berikut.



Berilah nama sudut pada masing-masing gambar di atas dengan menggunakan satu huruf dan tiga huruf.



4. Berapakah besar sudut yang terbentuk oleh jarum pendek sebuah jam jika telah berputar selama 20 jam 30 menit? (dalam derajat, menit, dan detik)

5. Nyatakan satuan sudut berikut sesuai dengan perintah.

a. $9^\circ = \dots'$

b. $12' = \dots''$

c. $15^\circ = \dots''$

d. $\frac{4^\circ}{5} = \dots'$

e. $70,4^\circ = \dots'$

f. $72^\circ 42' = \dots^\circ$

g. $84^\circ 96' = \dots^\circ \dots'$

h. $23' 79'' = \dots' \dots''$

i. $68^\circ 70' 56'' = \dots^\circ \dots' \dots''$

j. $102^\circ 82' 70'' = \dots^\circ \dots' \dots''$

3. Penjumlahan dan Pengurangan dalam Satuan Sudut

Seperti halnya pada besaran-besaran lainnya, pada satuan sudut juga dapat dijumlahkan atau dikurangkan. Caranya hampir sama seperti pada penjumlahan dan pengurangan bilangan desimal. Untuk menjumlahkan atau mengurangkan satuan sudut, masing-masing satuan *derajat*, *menit*, dan *detik* harus diletakkan dalam satu lajur.



Contoh

1. Tentukan hasil penjumlahan satuan sudut berikut ini.

a. $24^\circ 46' + 57^\circ 35'$

b. $18^\circ 56' 48'' + 29^\circ 27' 36''$

Penyelesaian:

Digunakan cara bersusun pendek sebagai berikut.

a. $24^\circ 46'$

$$\begin{array}{r} 57^\circ 35' \\ + \\ \hline 81^\circ 81' \end{array}$$

$$\Leftrightarrow 81^\circ 81' = 81^\circ + (60' + 21')$$

$$= 81^\circ + 1^\circ + 21'$$

$$= 82^\circ 21'$$

Jadi, $24^\circ 46' + 57^\circ 35' = 82^\circ 21'$.

b. $18^\circ 56' 48''$

$$\begin{array}{r} 29^\circ 27' 36'' \\ + \\ \hline 47^\circ 83' 84'' \end{array}$$

$$\Leftrightarrow 47^\circ 83' 84'' = 47^\circ + (60' + 23') + (60'' + 24'')$$

$$= 47^\circ + (1^\circ + 23') + (1' + 24'')$$

$$= (47^\circ + 1^\circ) + (23' + 1') + 24''$$

$$= 48^\circ 24' 24''$$

Jadi, $18^\circ 56' 48'' + 29^\circ 27' 36'' = 48^\circ 24' 24''$.

2. Tentukan hasil pengurangan satuan sudut berikut ini.
- $49^{\circ}53'46'' - 24^{\circ}38'15''$
 - $64^{\circ}27'32'' - 36^{\circ}42'54''$

Penyelesaian:

Dalam mengurangi satuan sudut digunakan cara bersusun berikut.

$$\begin{array}{r} a. \quad 49^{\circ}53'46'' \\ \quad 24^{\circ}38'15'' \\ \hline \quad 25^{\circ}15'31'' \end{array}$$

Jadi, $49^{\circ}53'46'' - 24^{\circ}38'15'' = 25^{\circ}15'31''$.

$$\begin{array}{r} b. \quad 64^{\circ}27'32'' \Leftrightarrow 63^{\circ}86'92'' \\ \quad 36^{\circ}42'54'' \\ \hline \quad 27^{\circ}44'38'' \end{array}$$

Jadi, $64^{\circ}27'32'' - 36^{\circ}42'54'' = 27^{\circ}44'38''$.

Penjelasan:

$$27' = 26' + 1' \quad (1' \text{ ditambahkan pada } 32'' = 60'' + 32'' = 92'')$$

$$64^{\circ} = 63^{\circ} + 1^{\circ} \quad (1^{\circ} \text{ ditambahkan pada } 26' = 60' + 26' = 86')$$

 **Uji Kompetensi 5**

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

Tentukan hasil penjumlahan dan pengurangan sudut berikut ini.

- $40^{\circ}32'35'' + 26^{\circ}34'58''$
- $55^{\circ}43'52'' - 37^{\circ}18'41''$
- $86^{\circ}27'13'' - 57^{\circ}46'59'' + 23^{\circ}14'33''$
- $89^{\circ}24'36'' - 38^{\circ}36'24'' + 27^{\circ}43'57''$
- $108^{\circ}51'26'' - 92^{\circ}18'14'' + 60^{\circ}54'43''$
- $66^{\circ}55'44'' + 33^{\circ}22'11''$
- $28^{\circ}19'32'' - 42^{\circ}39'47''$
- $53^{\circ}43'49'' + 24^{\circ}31'58'' - 19^{\circ}27'43''$
- $36^{\circ}17'12'' + 28^{\circ}45'13'' - 38^{\circ}17'24''$
- $42^{\circ}38'17'' + 16^{\circ}21'34'' - 23^{\circ}42'38''$

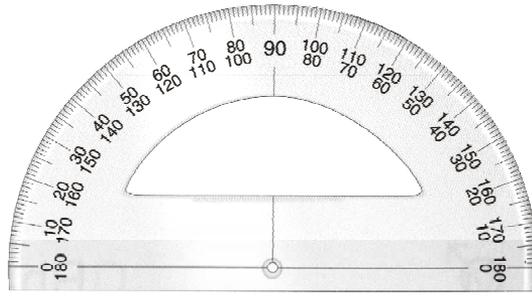


D. MENGGAMBAR DAN MEMBERI NAMA SUDUT

Sediakanlah sebuah busur derajat agar kalian dapat memahami uraian materi berikut dengan baik.

Dalam mengukur besar suatu sudut, diperlukan suatu alat yang dinamakan *busur derajat*.

Perhatikan Gambar 7.18 berikut.



Gambar 7.18

Gambar 7.18 menunjukkan sebuah busur derajat yang menggunakan derajat sebagai satuannya.

Pada umumnya, busur derajat terbuat dari mika tembus pandang berbentuk setengah lingkaran.

Pada busur derajat terdapat dua skala, yaitu *skala atas* dan *skala bawah*. Pada skala atas terdapat angka-angka 0, 10, 20, ..., 180 berturut-turut dari kiri ke kanan, sedangkan pada skala bawah terdapat angka-angka berturut-turut dari kanan ke kiri 0, 10, 20, ..., 180.

1. Mengukur Besar Suatu Sudut

Langkah-langkah dalam mengukur besar suatu sudut sebagai berikut.

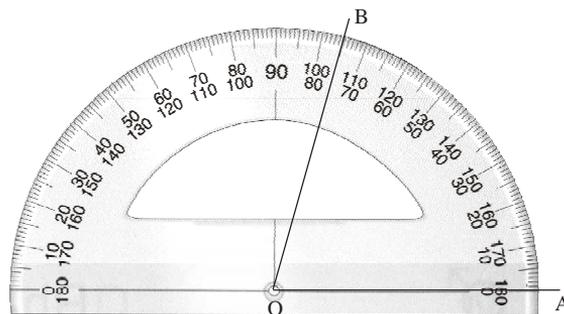
Perhatikan Gambar 7.19 berikut.



Diskusi

(Menumbuhkan kreativitas)

Mintalah salah satu temanmu membuat 5 buah sudut yang besarnya sebarang. Ukurlah besar masing-masing sudut tersebut, kemudian berilah nama. Lakukan bergantian denganmu. Ujilah jawaban kalian berdua.



Gambar 7.19

- 1) Letakkan busur derajat pada sudut AOB sehingga
 - a) titik pusat lingkaran busur derajat berimpit dengan titik O;
 - b) sisi horizontal busur derajat berimpit dengan sinar garis OA.

- 2) Perhatikan angka nol (0) pada busur derajat yang terletak pada garis OA. Jika angka nol berada pada skala bawah, perhatikan angka pada skala bawah yang terletak pada kaki sudut OB. Dari gambar tampak bahwa garis OB terletak pada angka 75° . Jadi, besar sudut $\text{AOB} = 75^\circ$.

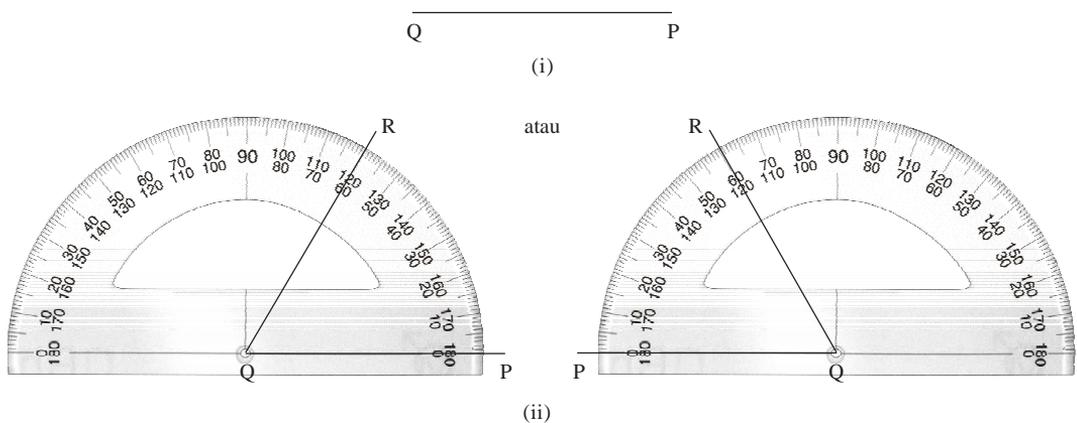
2. Menggambar Besar Suatu Sudut

Setelah kita mengetahui cara mengukur besar sudut dengan busur derajat, sekarang kita akan mempelajari cara menggambar sudut.

Perhatikan uraian berikut.

Misalkan kita akan melukis sudut PQR yang besarnya 60° . Langkah-langkah untuk melukis sudut PQR yang besarnya 60° sebagai berikut.

- (i) Buatlah salah satu kaki sudutnya yang horizontal, yaitu kaki sudut PQ.
- (ii) Letakkan busur derajat sehingga
 - titik pusat lingkaran busur derajat berimpit dengan titik Q;
 - sisi lurus busur derajat berimpit dengan garis PQ.
- (iii) Perhatikan angka nol (0) pada busur derajat yang terletak pada garis PQ.
 Jika angka nol (0) terletak pada skala bawah maka angka 60 yang berada di bawah yang digunakan.
 Jika angka nol (0) terletak pada skala atas maka angka 60 yang berada di atas yang digunakan. Berilah tanda pada angka 60 dan namakan titik R.
- (iv) Hubungkan titik Q dan R. Daerah yang dibentuk oleh garis PQ dan QR adalah sudut PQR dengan besar $\angle \text{PQR} = 60^\circ$.

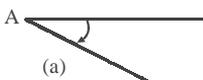


Gambar 7.20

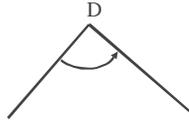


Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

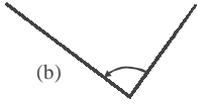
1. Dengan menggunakan busur derajat, ukurlah besar sudut-sudut berikut ini.



(a)



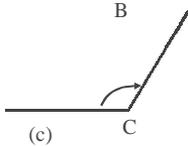
(d)



(b)



(e)



(c)

2. Dengan menggunakan busur derajat, gambarlah sudut-sudut berikut ini.

- $\angle POQ = 30^\circ$
- $\angle PQR = 45^\circ$
- $\angle ABC = 70^\circ$

- $\angle KLM = 100^\circ$
- $\angle GHI = 120^\circ$
- $\angle DEF = 135^\circ$

3. Buatlah ruas garis KL sepanjang 3 cm dengan posisi horizontal. Jika K sebagai titik sudut dan ruas garis KL sebagai salah satu kaki sudutnya, gambarlah sudut berikut ini.

- $\angle JKL = 65^\circ$
- $\angle MKL = 105^\circ$
- $\angle NKL = 135^\circ$
- $\angle PKL = 150^\circ$

4. Gambarlah sudut-sudut berikut, kemudian berilah nama dari masing-masing sudut itu.

- 85°
- 170°
- 220°
- 300°



E. JENIS-JENIS SUDUT

Secara umum, ada lima jenis sudut, yaitu

- sudut siku-siku;
- sudut lurus;
- sudut lancip;
- sudut tumpul;
- sudut refleks.

Agar kalian dapat memahami jenis-jenis sudut tersebut, lakukan kegiatan berikut.

Buatlah model jam dari selembar karton. Kedua jarum jam hubungkan dengan sebuah sekrup, sehingga dapat berputar dengan bebas.

Perhatikan sudut yang dibentuk oleh kedua jarum jam jika jam menunjukkan pukul 9.00. Ternyata pada pukul 9.00, kedua jarum jam membentuk sudut siku-siku.

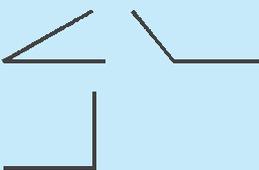
Sudut siku-siku adalah sudut yang besarnya 90° .



Tugas Mandiri

(Berpikir kritis)

Perhatikan sudut-sudut berikut.



Manakah yang termasuk sudut lancip, sudut siku-siku, dan sudut tumpul?

Sudut siku-siku dinotasikan dengan “ \perp ” atau “ \lrcorner ”.

Sekarang, putarlah jarum jam pendek ke angka 6, dengan jarum jam panjang tetap di angka 12. Tampak bahwa kedua jarum jam membentuk sudut lurus. Jika kalian perhatikan, sudut lurus dapat dibentuk dari dua buah sudut siku-siku yang berimpit.

Sudut lurus adalah sudut yang besarnya 180° .

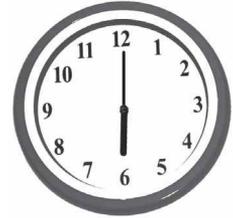
Selain sudut siku-siku dan sudut lurus, masih terdapat sudut yang besarnya antara 0° dan 90° , antara 90° dan 180° , serta lebih dari 180° .

Sudut yang besarnya antara 0° dan 90° disebut *sudut lancip*.
 Sudut yang besarnya antara 90° dan 180° disebut *sudut tumpul*.
 Sudut yang besarnya lebih dari 180° dan kurang dari 360° disebut *sudut refleks*.



Sumber: Dok. Penerbit

(a)

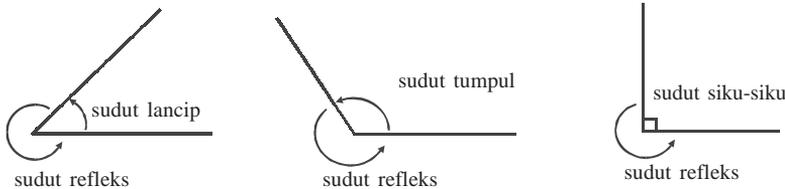


Sumber: Dok. Penerbit

(b)

Gambar 7.21

sudut lurus



Gambar 7.22



Diskusi

(Berpikir kritis)

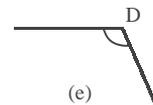
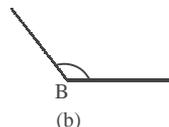
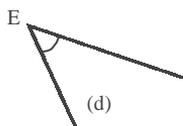
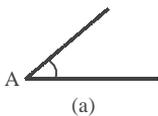
Bentuklah kelompok yang terdiri atas 2 siswa, 1 laki-laki dan 1 perempuan. Buatlah model jam dari kertas karton. Dengan mengingat hubungan antara derajat dan menit, tunjukkan letak kedua jarum jam yang menunjukkan sudut yang besarnya 30° , 45° , 60° , dan 120° .



Uji Kompetensi 7

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Tentukan jenis sudut pada gambar berikut tanpa mengukurnya.



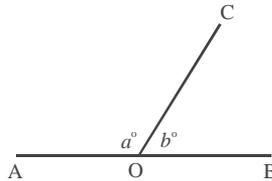
2. Tentukan jenis sudut yang terbentuk antara kedua jarum jam pada waktu-waktu berikut ini.
- | | | |
|----------------|----------------|--------------------------------|
| a. pukul 8.00 | f. pukul 5.00 | a. $\frac{1}{4}$ sudut lurus |
| b. pukul 11.00 | g. pukul 14.30 | b. $\frac{2}{3}$ putaran penuh |
| c. pukul 16.00 | h. pukul 17.15 | c. $\frac{1}{9}$ putaran penuh |
| d. pukul 15.00 | i. pukul 6.45 | d. $\frac{3}{4}$ sudut lurus |
| e. pukul 12.30 | i. pukul 18.20 | e. $\frac{1}{8}$ putaran penuh |
3. Nyatakan sudut-sudut berikut sebagai sudut lancip, tumpul, siku-siku atau refleks.
- f. $\frac{5}{6}$ sudut lurus



F. HUBUNGAN ANTARSUDUT

1. Pasangan Sudut yang Saling Berpelurus (Bersuplemen)

Perhatikan Gambar 7.23.



Gambar 7.23

Pada Gambar 7.23 di atas, garis AB merupakan garis lurus, sehingga besar $\angle AOB = 180^\circ$. Pada garis AB, dari titik O dibuat garis melalui C, sehingga terbentuk sudut AOC dan sudut BOC. Sudut AOC merupakan pelurus atau suplemen dari sudut BOC. Demikian pula sebaliknya, $\angle BOC$ merupakan pelurus atau suplemen $\angle AOC$, sehingga diperoleh

$$\angle AOC + \angle BOC = \angle AOB$$

$$a^\circ + b^\circ = 180^\circ$$

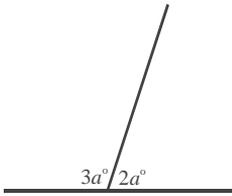
atau dapat ditulis $a^\circ = 180^\circ - b^\circ$ dan $b^\circ = 180^\circ - a^\circ$.

Dari uraian di atas dapat disimpulkan sebagai berikut.

Jumlah dua sudut yang *saling berpelurus (bersuplemen)* adalah 180° . Sudut yang satu merupakan pelurus dari sudut yang lain.



Contoh



Gambar 7.24

Perhatikan gambar di atas. Hitunglah nilai a° dan tentukan pelurus dari sudut a° .

Penyelesaian:

Berdasarkan gambar diperoleh bahwa

$$3a^\circ + 2a^\circ = 180^\circ$$

$$5a^\circ = 180^\circ$$

$$a^\circ = \frac{180^\circ}{5} = 36^\circ$$

$$\text{Pelurus sudut } a^\circ = 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ.$$

2. Pasangan Sudut yang Saling Berpenyiku (Berkomplemen)

Perhatikan Gambar 7.25.

Pada gambar di samping terlihat $\angle PQR$ merupakan sudut siku-siku, sehingga besar $\angle PQR = 90^\circ$.

Jika pada $\angle PQR$ ditarik garis dari titik sudut Q, akan terbentuk dua sudut, yaitu sudut PQS dan sudut RQS. Dalam hal ini dikatakan bahwa $\angle PQS$ merupakan penyiku (komplemen) dari $\angle RQS$, demikian pula sebaliknya. Sehingga diperoleh

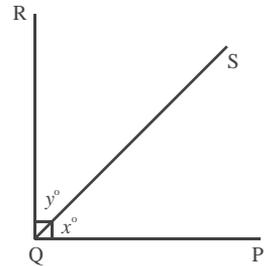
$$\angle PQS + \angle RQS = \angle PQR$$

$$x^\circ + y^\circ = 90^\circ,$$

dengan $x = 90^\circ - y^\circ$ dan $y = 90^\circ - x^\circ$.

Dari uraian di atas dapat disimpulkan sebagai berikut.

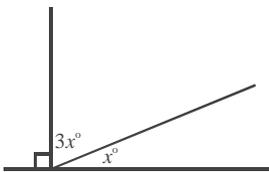
Jumlah dua sudut yang *saling berpenyiku (berkomplemen)* adalah 90° . Sudut yang satu merupakan penyiku dari sudut yang lain.



Gambar 7.25



Contoh



Gambar 7.26

Penyelesaian:

$$\text{a. } x^\circ + 3x^\circ = 90^\circ$$

$$4x^\circ = 90^\circ$$

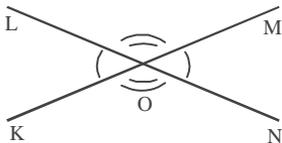
$$x^\circ = \frac{90^\circ}{4} = 22\frac{1}{2}^\circ$$



Perhatikan gambar di atas.

- Hitunglah nilai x° .
- Berapakah penyiku sudut x° ?
- Berapakah pelurus dari penyiku x° ?

- Penyiku dari $x^\circ = 90^\circ - 22\frac{1}{2}^\circ = 67\frac{1}{2}^\circ$.
- Pelurus dari penyiku x° adalah $180^\circ - 67\frac{1}{2}^\circ = 112\frac{1}{2}^\circ$.



Gambar 7.27

3. Pasangan Sudut yang Saling Bertolak Belakang

Perhatikan Gambar 7.27.

Pada gambar di samping, garis KM dan LN saling berpotongan di titik O. Dua sudut yang letaknya saling membelakangi disebut dua sudut yang saling bertolak belakang, sehingga diperoleh

- $\angle KON$ bertolak belakang dengan $\angle LOM$; dan
- $\angle NOM$ bertolak belakang dengan $\angle KOL$.

Bagaimana besar sudut yang saling bertolak belakang? Agar dapat menjawabnya, perhatikan uraian berikut.

$$\angle KOL + \angle LOM = 180^\circ \text{ (berpelurus)}$$

$$\angle KOL = 180^\circ - \angle LOM \text{ (i)}$$

$$\angle NOM + \angle MOL = 180^\circ \text{ (berpelurus)}$$

$$\angle NOM = 180^\circ - \angle MOL \text{ (ii)}$$

Dari persamaan (i) dan (ii) diperoleh

$$\angle KOL = \angle NOM = 180^\circ - \angle LOM$$

Jadi, besar $\angle KOL =$ besar $\angle NOM$.

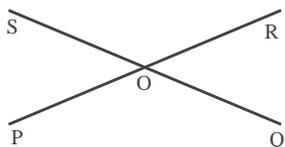
Dengan cara yang sama, tentu kalian dapat membuktikan bahwa $\angle KON = \angle LOM$.

Dari uraian di atas dapat disimpulkan sebagai berikut.

Jika dua garis berpotongan maka dua sudut yang letaknya saling membelakangi titik potongnya disebut dua sudut yang bertolak belakang. Dua sudut yang saling bertolak belakang adalah sama besar.



Contoh



Gambar 7.28

Penyelesaian:

Diketahui $\angle SOP = 45^\circ$.

- $\angle ROQ = \angle SOP$ (bertolak belakang)
 $= 45^\circ$

Perhatikan Gambar 7.28.
Diketahui besar $\angle SOP = 45^\circ$. Tentukan besar

- a. $\angle ROQ$;
- b. $\angle SOR$;
- c. $\angle POQ$.

$$\begin{aligned} \text{b. } \angle SOP + \angle SOR &= 180^\circ \text{ (berpelurus)} \\ \angle SOR &= 180^\circ - \angle SOP \\ &= 180^\circ - 45^\circ \\ &= 135^\circ \\ \text{c. } \angle POQ &= \angle SOR \text{ (bertolak belakang)} \\ &= 135^\circ \end{aligned}$$



Diskusi

(Menumbuhkan kreativitas)

Bentuklah kelompok yang terdiri atas 2 siswa, 1 laki-laki dan 1 perempuan.

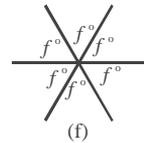
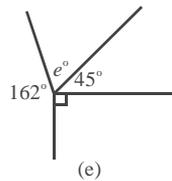
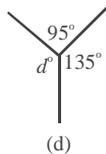
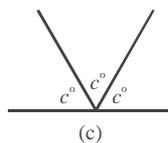
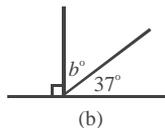
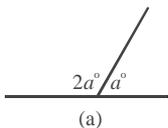
Ambillah dua batang lidi. Peragakanlah posisi dua batang lidi tersebut yang menunjukkan sudut saling berpelurus, saling berpenyiku, dan saling bertolak belakang. Ukurlah besar sudut-sudutnya dan catat hasilnya. Ujilah jawabanmu dengan kesimpulan di atas.



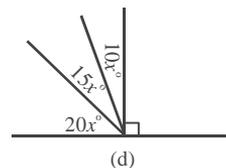
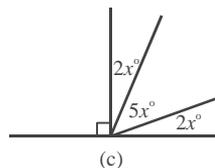
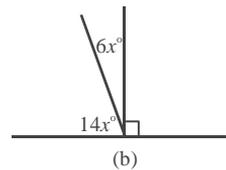
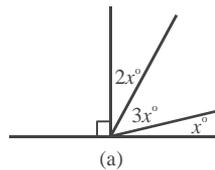
Uji Kompetensi 8

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

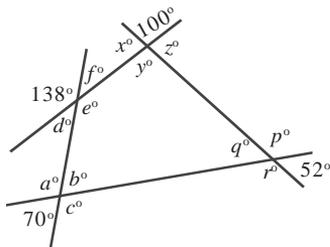
- Tentukan besar sudut pelurus dari sudut-sudut berikut.
 - a. 10° c. 100° e. 153°
 - b. 85° d. 137° f. 166°
- Tentukan besar sudut penyiku dari sudut-sudut berikut.
 - a. 10° c. 45° e. 87°
 - b. 28° d. 63° f. 75°
- Hitunglah nilai a° , b° , c° , d° , e° , dan f° pada gambar berikut, kemudian tentukan jenis sudutnya.



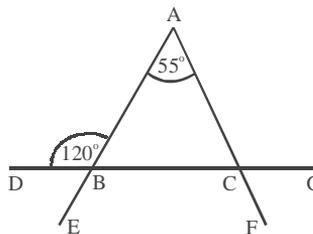
- Hitunglah nilai x° dari masing-masing gambar berikut.



5. Salinlah gambar berikut, kemudian tentukan besar sudut yang belum diketahui.



6. Perhatikan gambar berikut.



Tentukan besar

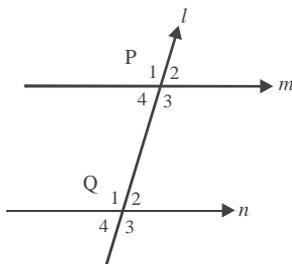
- a. $\angle ABC$;
- b. $\angle ACB$;
- c. $\angle ACG$;
- d. $\angle FCG$;
- e. $\angle BCF$;
- f. $\angle EBC$;
- g. $\angle DBE$.



G. HUBUNGAN ANTARSUDUT JIKA DUA GARIS SEJAJAR DIPOTONG OLEH GARIS LAIN

1. Sudut-Sudut Sehadap dan Berseberangan

Perhatikan Gambar 7.29.



Gambar 7.29

Pada gambar tersebut, garis $m \parallel n$ dan dipotong oleh garis l . Titik potong garis l terhadap garis m dan n berturut-turut di titik P dan titik Q.

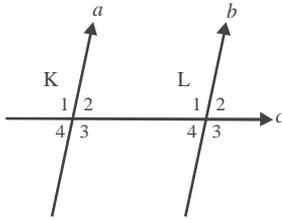
Pada gambar di samping, tampak bahwa $\angle P_2$ dan $\angle Q_2$ menghadap arah yang sama. Demikian juga $\angle P_1$ dan $\angle Q_1$, $\angle P_3$ dan $\angle Q_3$, serta $\angle P_4$ dan $\angle Q_4$. Sudut-sudut yang demikian dinamakan sudut-sudut *sehadap*. Sudut sehadap besarnya sama. Jadi, dapat dituliskan

- $\angle P_1$ sehadap dengan $\angle Q_1$ dan $\angle P_1 = \angle Q_1$;
- $\angle P_2$ sehadap dengan $\angle Q_2$ dan $\angle P_2 = \angle Q_2$;
- $\angle P_3$ sehadap dengan $\angle Q_3$ dan $\angle P_3 = \angle Q_3$;
- $\angle P_4$ sehadap dengan $\angle Q_4$ dan $\angle P_4 = \angle Q_4$.

Jika dua buah garis sejajar dipotong oleh garis lain maka akan terbentuk empat pasang sudut sehadap yang besarnya sama.



Contoh



Gambar 7.30

Perhatikan gambar di atas.

- Sebutkan pasangan sudut-sudut sehadap.
- Jika besar $\angle K_1 = 102^\circ$, tentukan besar
 - $\angle L_1$;
 - $\angle K_2$;
 - $\angle L_2$.

Penyelesaian:

- Berdasarkan gambar di samping diperoleh
 - $\angle K_1$ sehadap dengan $\angle L_1$
 - $\angle K_2$ sehadap dengan $\angle L_2$
 - $\angle K_3$ sehadap dengan $\angle L_3$
 - $\angle K_4$ sehadap dengan $\angle L_4$
- Jika $\angle K_1 = 102^\circ$ maka
 - $\angle L_1 = \angle K_1$ (sehadap)
 $= 102^\circ$
 - $\angle K_2 = 180^\circ - \angle K_1$ (berpelurus)
 $= 180^\circ - 102^\circ$
 $= 78^\circ$
 - $\angle L_2 = \angle K_2$ (sehadap)
 $= 78^\circ$

Perhatikan kembali Gambar 7.29. Pada gambar tersebut besar $\angle P_3 = \angle Q_1$ dan $\angle P_4 = \angle Q_2$. Pasangan $\angle P_3$ dan $\angle Q_1$, serta $\angle P_4$ dan $\angle Q_2$ disebut *sudut-sudut dalam berseberangan*.

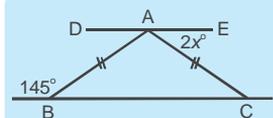
Jika dua buah garis sejajar dipotong oleh garis lain, besar sudut-sudut dalam berseberangan yang terbentuk adalah sama besar.

Sekarang perhatikan pasangan $\angle P_1$ dan $\angle Q_3$, serta $\angle P_2$ dan $\angle Q_4$. Pasangan sudut tersebut adalah *sudut-sudut luar berseberangan*, di mana $\angle P_1 = \angle Q_3$ dan $\angle P_2 = \angle Q_4$.

Jika dua buah garis sejajar dipotong oleh garis lain maka besar sudut-sudut luar berseberangan yang terbentuk adalah sama besar.

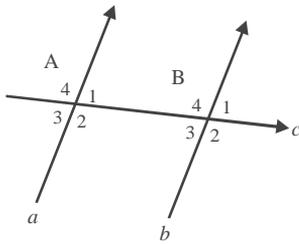


Soal Tantangan



Perhatikan gambar di atas. Tentukan nilai x , lalu hitung besar sudut yang lain.





Gambar 7.31

Perhatikan gambar di atas.

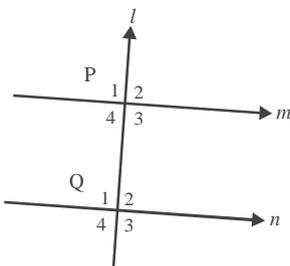
- a. Sebutkan pasangan sudut-sudut dalam berseberangan.
- b. Jika $\angle A_1 = 75^\circ$, tentukan besar
 - (i) $\angle A_2$;
 - (ii) $\angle A_3$;
 - (iii) $\angle B_4$.

Penyelesaian:

- a. Pada gambar di samping diperoleh
 - $\angle A_1$ dalam berseberangan dengan $\angle B_3$;
 - $\angle A_2$ dalam berseberangan dengan $\angle B_4$.
- b. Jika besar $\angle A_1 = 75^\circ$ maka
 - (i) $\angle A_2 = 180^\circ - \angle A_1$ (berpelurus)
 - $= 180^\circ - 75^\circ$
 - $= 105^\circ$
 - (ii) $\angle A_3 = \angle A_1$ (bertolak belakang)
 - $= 75^\circ$
 - (iii) $\angle B_4 = \angle A_2$ (dalam berseberangan)
 - $= 105^\circ$

2. Sudut-Sudut Dalam Sepihak dan Luar Sepihak

Perhatikan Gambar 7.32 di samping. Pada gambar tersebut garis $m \parallel n$ dipotong oleh garis l di titik P dan Q.



Gambar 7.32

Perhatikan $\angle P_3$ dan $\angle Q_2$. Kedua sudut tersebut terletak di dalam garis m dan n serta terhadap garis l keduanya terletak di sebelah kanan (sepihak).

Pasangan sudut tersebut dinamakan *sudut-sudut dalam sepihak*. Dengan demikian diperoleh

- $\angle P_3$ dalam sepihak dengan $\angle Q_2$;
- $\angle P_4$ dalam sepihak dengan $\angle Q_1$.

Di depan telah kalian pelajari bahwa besar $\angle P_3 = \angle Q_3$ (sehadap) dan besar $\angle P_2 = \angle Q_2$ (sehadap).

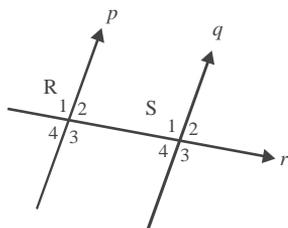
Padahal $\angle P_2 = 180^\circ - \angle P_3$ (berpelurus), sehingga

$$\begin{aligned} \angle Q_2 &= \angle P_2 = 180^\circ - \angle P_3 \\ \angle P_3 + \angle Q_2 &= 180^\circ \end{aligned}$$

Tampak bahwa jumlah $\angle P_3$ dan $\angle Q_2$ adalah 180° .

Jika dua buah garis sejajar dipotong oleh garis lain maka jumlah sudut-sudut dalam sepihak adalah 180° .

Dengan cara yang sama, buktikan bahwa $\angle P_4 + \angle Q_1 = 180^\circ$.
Diskusikan hal ini dengan temanmu.



Gambar 7.33

Pada Gambar 7.33 di atas, garis $p \parallel q$ dan garis r memotong garis p dan q di titik R dan S.

- Tentukan pasangan sudut-sudut dalam sepihak.
- Jika $\angle S_1 = 120^\circ$, tentukan besar $\angle R_2$ dan $\angle R_3$.

Penyelesaian:

- Berdasarkan gambar di samping diperoleh
 $\angle R_2$ dalam sepihak dengan $\angle S_1$;
 $\angle R_3$ dalam sepihak dengan $\angle S_4$.
- Jika $\angle S_1 = 120^\circ$ maka
 $\angle R_2 + \angle S_1 = 180^\circ$ (dalam sepihak)
 $\angle R_2 = 180^\circ - \angle S_1$
 $= 180^\circ - 120^\circ$
 $= 60^\circ$
 $\angle R_3 = \angle S_1$ (dalam berseberangan)
 $= 120^\circ$

Perhatikan kembali $\angle P_1$ dengan $\angle Q_4$ dan $\angle P_2$ dengan $\angle Q_3$ pada Gambar 7.32. Pasangan sudut tersebut disebut *sudut-sudut luar sepihak*.

Akan kita buktikan bahwa $\angle P_1 + \angle Q_4 = 180^\circ$.

$$\angle P_1 + \angle P_4 = 180^\circ \text{ (berpelurus)}$$

Padahal $\angle P_4 = \angle Q_4$ (sehadap).

Terbukti bahwa $\angle P_1 + \angle Q_4 = 180^\circ$.

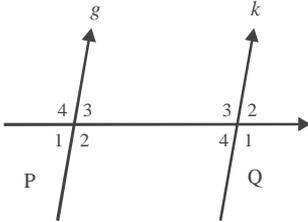
Jika dua buah garis sejajar dipotong oleh garis lain maka jumlah sudut-sudut luar sepihak adalah 180° .





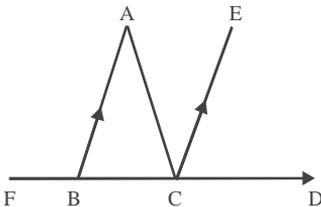
Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Pada gambar di bawah ini, diketahui garis $g \parallel k$.

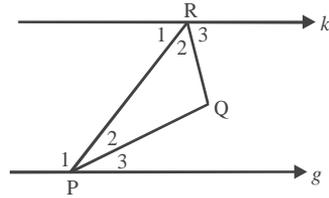


- a. Tuliskan semua sudut yang
 (i) sehadap;
 (ii) dalam berseberangan;
 (iii) luar berseberangan;
 (iv) dalam sepihak;
 (v) luar sepihak.
- b. Jika $\angle P_1 = 80^\circ$, tentukan besar sudut yang lain.

2. Pada gambar berikut ini, garis $AB \parallel EC$, $\angle BAC = 35^\circ$, dan $\angle DCE = 70^\circ$. Tentukan besar semua sudut yang lain.

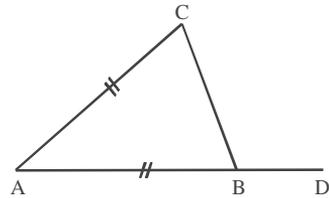


3. Perhatikan gambar berikut ini.



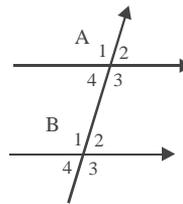
Pada gambar di atas diketahui garis $g \parallel k$, $\angle P_2 = \angle P_3$ dan $\angle R_1 = \angle R_2$. Jika $\angle P_1 = 128^\circ$, tentukan besar sudut yang lain.

- 4.



Perhatikan gambar di atas. Jika besar $\angle CBD = 120^\circ$, tentukan besar $\angle BAC$.

- 5.



Perhatikan gambar di samping. Jika diketahui $\angle A_2 = (3x + 45)^\circ$ dan $\angle B_3 = (5x + 23)^\circ$, tentukan besar $\angle B_1$.



H. MELUKIS SUDUT

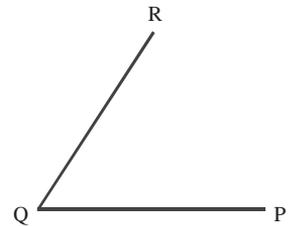
1. Melukis Sudut yang Besarnya Sama dengan yang Diketahui

Agar kalian dapat melukis sebuah sudut yang besarnya sama dengan yang diketahui, sediakan alat berupa jangka dan penggaris.

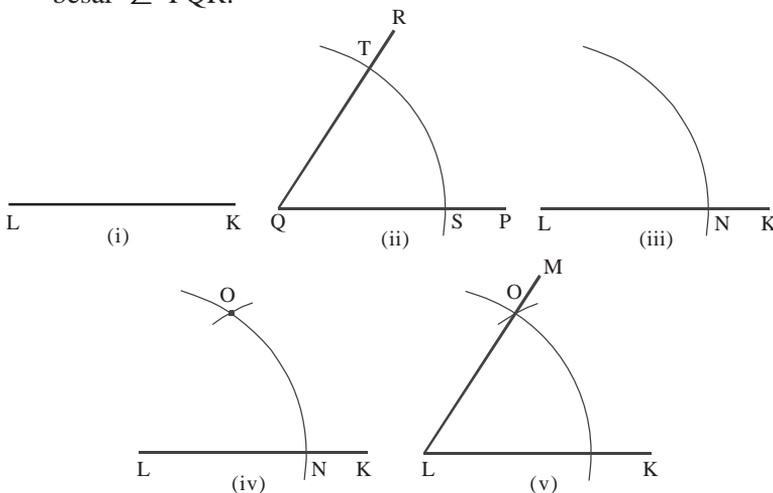
Misalkan kita akan melukis $\angle KLM$ yang besarnya sama dengan $\angle PQR$ di samping.

Langkah-langkah untuk melukis $\angle KLM$ sebagai berikut (Gambar 7.35).

- (i) Buatlah kaki sudut KL.
- (ii) Pada $\angle PQR$ lukis busur lingkaran dengan pusat Q, sehingga memotong ruas garis PQ di titik S dan memotong ruas garis QR di titik T.
- (iii) Lukis busur lingkaran berjari-jari QS dengan pusat L dan memotong KL di titik N.
- (iv) Lukis busur lingkaran berjari-jari ST dengan pusat titik N, sehingga memotong busur lingkaran dengan pusat L di titik O.
- (v) Hubungkan titik L dengan titik O dan perpanjanglah. Beri nama perpanjangannya titik M. Besar $\angle KLM$ yang terbentuk = besar $\angle PQR$.



Gambar 7.34



Gambar 7.35

Tugas Mandiri

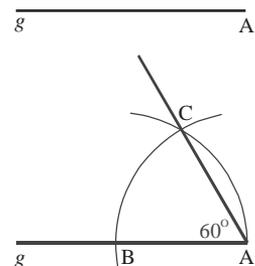
(Berpikir kritis)

Buatlah sebarang $\angle ABC$. Kemudian, lukislah $\angle PQR$ yang besarnya sama dengan $\angle ABC$. Ujilah jawabanmu dengan mengukur besar kedua sudut.

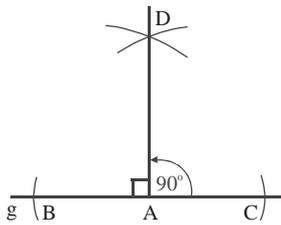
2. Melukis Sudut 60°

Misalkan titik A terletak pada garis g. Untuk melukis sudut A yang besarnya 60° pada garis g, langkah-langkahnya sebagai berikut.

- 1) Lukislah busur lingkaran dengan pusat titik A, sehingga memotong garis g di titik B.
- 2) Kemudian dengan jari-jari yang sama, buatlah busur lingkaran dengan B sebagai titik pusatnya, sehingga memotong busur tersebut di titik C.
- 3) Hubungkan titik A dan C, sehingga diperoleh sudut A yang besarnya 60°. Ujilah hasil ini dengan busur derajat.



Gambar 7.36



Gambar 7.37

3. Melukis Sudut 90°

Cara melukis sudut yang besarnya 90° sama dengan melukis garis tegak lurus melalui titik-titik yang terletak pada garis tersebut.

Misalkan, titik A terletak pada garis g . Untuk melukis sudut A yang besarnya 90° , langkah-langkahnya sebagai berikut.

- Lukislah busur lingkaran dengan pusat titik A, sehingga memotong garis g di titik B dan C.
- Lukislah busur lingkaran yang berpusat di titik B dan C, sehingga diperoleh perpotongan busur di titik D.
- Hubungkan titik A dan titik D, sehingga terbentuk $\angle BAD = \angle CAD = \angle A = 90^\circ$.



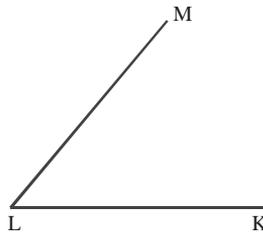
I. MEMBAGI SUDUT

1. Membagi sudut menjadi dua sama besar

Apabila diberikan sebarang sudut, bagaimana cara membagi sudut tersebut menjadi dua sama besar? Dengan menggunakan busur derajat, kita dapat mengukur besar sudut itu, kemudian besar sudut itu dibagi dua. Selain cara tersebut, membagi sudut menjadi dua sama besar juga dapat dilakukan dengan menggunakan penggaris dan jangka.

Perhatikan uraian berikut.

Misalkan kita akan membagi $\angle KLM$ menjadi dua sama besar.



Gambar 7.38

Langkah-langkahnya sebagai berikut.

- Buatlah busur lingkaran dengan pusat titik L sehingga memotong ruas garis KL di titik B dan memotong ruas garis LM di titik A.
- Dengan jari-jari yang sama, masing-masing buatlah busur lingkaran dengan pusat titik A dan B, sehingga kedua busur berpotongan di titik C.

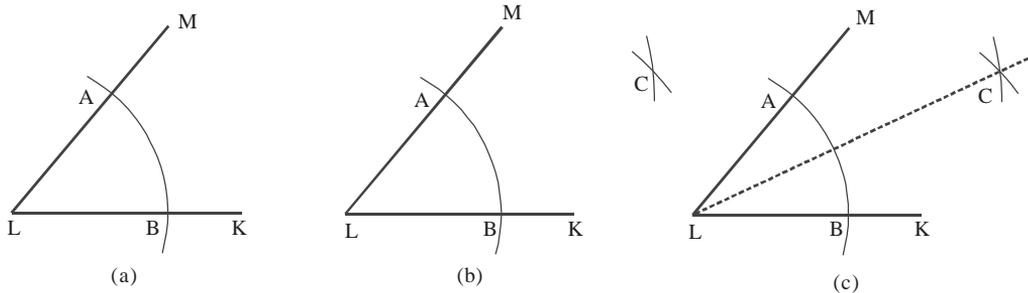


Diskusi

(Berpikir kritis)

Mintalah teman sebangkumu menggambar sebuah sudut. Kemudian, bagilah sudut tersebut menjadi dua sama besar. Lakukan hal ini secara bergantian dengan temanmu.

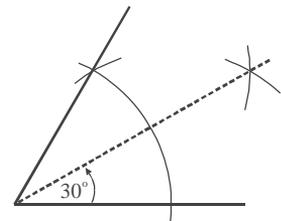
- c. Tariklah garis dari L melalui titik C, sehingga terbentuk $\angle KLC$ dan $\angle MLC$. Sudut $\angle KLC$ dan $\angle MLC$ membagi $\angle KLM$ menjadi dua sama besar, sehingga besar $\angle KLC =$ besar $\angle MLC$. Coba, ukurlah dengan busur derajat besar $\angle KLC$ dan $\angle MLC$. Apakah kedua sudut itu sama besar?



Gambar 7.39

2. Melukis Sudut 30°

Agar kalian dapat melukis sudut yang besarnya 30° , coba ingat kembali cara melukis sudut 60° . Dengan membagi sudut 60° menjadi dua sama besar, akan diperoleh sudut 30° seperti Gambar 7.40.



Gambar 7.40

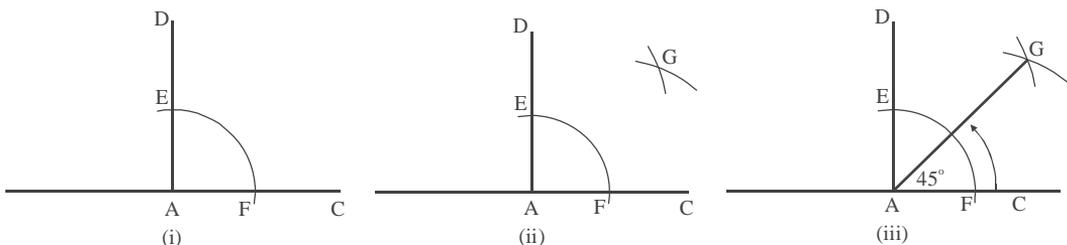
3. Melukis Sudut 45°

Coba kalian ingat kembali cara melukis sudut 90° . Ingat juga cara membagi sebuah sudut menjadi dua sama besar.

Perhatikan Gambar 7.41.

Gambar 7.41 (i) menunjukkan besar $\angle CAD = \angle A = 90^\circ$.

Berdasarkan urutan langkah-langkah membagi sudut menjadi dua sama besar, diperoleh $\angle CAG = \angle DAG = 45^\circ$.



Gambar 7.41

Coba peragakan cara melukis sudut 30° dan 45° di atas di buku tugas kalian masing-masing. Lalu, ujilah hasilnya dengan menggunakan busur derajat.

4. Melukis Sudut 150°

Perhatikan bahwa $150^\circ = 90^\circ + 60^\circ$. Oleh karena itu, untuk melukis sudut yang besarnya 150° , dapat kalian lakukan dengan cara melukis terlebih dahulu sudut yang besarnya 90° , dilanjutkan melukis sudut yang besarnya 60° .

Langkah-langkahnya sebagai berikut.

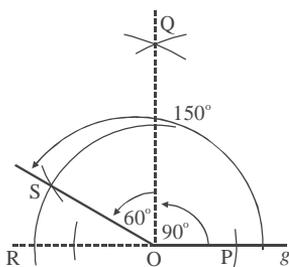
- 1) Lukislah terlebih dahulu sudut 90° dari titik O dengan menggunakan langkah-langkah yang telah dipelajari sebelumnya, sehingga diperoleh $\angle POQ = 90^\circ$.
- 2) Kemudian dari kaki sudut OQ, lukislah sudut yang besarnya 60° , sehingga diperoleh $\angle QOS = 60^\circ$.

Jadi, besar $\angle POS = \angle POQ + \angle QOS = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$ atau $\angle O = 150^\circ$.

Apakah kamu mempunyai cara lain untuk memperoleh sudut yang besarnya 150° ? Bagaimana dengan $150^\circ = 60^\circ + 60^\circ + 30^\circ$? Peragakanlah di buku tugasmu. Menurutmu, manakah cara yang lebih mudah?

Dengan cara yang sama seperti melukis sudut 150° , lukislah sudut yang besarnya 180° , 270° , dan 360° . Apa yang dapat kalian simpulkan dari sudut yang besarnya 360° ? Apakah kalian menyimpulkan seperti berikut?

Suatu benda yang berputar sebanyak satu kali putaran penuh berarti telah menempuh jarak putar sebesar 360° .



Gambar 7.42



Tugas Mandiri

(Menumbuhkan inovasi)

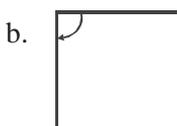
Lukislah sudut yang besarnya 120° . Kamu dapat melukisnya dengan berbagai cara yang berbeda. Eksplorasi hal ini dan buatlah kesimpulannya. Ceritakan hasil temuanmu di depan kelas.



Uji Kompetensi 10

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Lukislah sudut yang besarnya sama seperti pada gambar berikut.



2. Lukislah sudut PQR yang besarnya 100° . Kemudian, dengan langkah-langkah membagi sudut menjadi dua sama besar, lukislah sudut yang besarnya 50° .

3. Lukislah sudut-sudut berikut ini. Kemudian, bagilah menjadi dua sama besar.
- | | | | |
|----------------|----------------|----------------|------------------|
| a. 120° | c. 300° | a. 75° | e. $112,5^\circ$ |
| b. 200° | d. 330° | b. 135° | f. 210° |
4. Dengan menggunakan jangka dan penggaris, lukislah sudut yang besarnya berikut ini.
- | | |
|-----------------|-----------------|
| c. 165° | g. 15° |
| d. $22,5^\circ$ | h. $37,5^\circ$ |



Rangkuman

1. Suatu sudut dapat terbentuk dari suatu sinar yang diputar pada pangkal sinar. Sudut dinotasikan dengan “ \angle ”.

Untuk menyatakan besar suatu sudut digunakan satuan derajat ($^\circ$), menit ($'$), dan detik ($''$), dimana

$$1^\circ = 60' \quad \text{atau} \quad 1' = \left(\frac{1}{60}\right)^\circ$$

$$1' = 60'' \quad \text{atau} \quad 1'' = \left(\frac{1}{60}\right)'$$

$$1^\circ = 3600'' \quad \text{atau} \quad 1'' = \left(\frac{1}{3.600}\right)^\circ$$

2. Sudut yang besarnya 90° disebut sudut siku-siku.
Sudut yang besarnya 180° disebut sudut lurus.
Sudut yang besarnya antara 0° dan 90° disebut sudut lancip.
Sudut yang besarnya antara 90° dan 180° disebut sudut tumpul.
Sudut yang besarnya lebih dari 180° dan kurang dari 360° disebut sudut refleks.
3. – Jumlah dua sudut yang saling berpelurus (bersuplemen) adalah 180° . Sudut yang satu merupakan pelurus dari sudut yang lain.
– Jumlah dua sudut yang saling berpenyiku (berkomplemen) adalah 90° . Sudut yang satu merupakan penyiku dari sudut yang lain.
– Jika dua garis berpotongan maka dua sudut yang letaknya saling membelakangi titik potongnya disebut dua sudut yang saling bertolak belakang. Dua sudut yang saling bertolak belakang adalah sama besar.



4. Kedudukan dua garis

- Dua garis atau lebih dikatakan sejajar apabila garis-garis tersebut terletak pada satu bidang datar dan tidak akan pernah bertemu atau berpotongan jika garis tersebut diperpanjang sampai tak berhingga.
- Dua garis dikatakan saling berpotongan apabila garis tersebut terletak pada satu bidang datar dan mempunyai satu titik potong.
- Dua garis dikatakan saling berimpit apabila garis tersebut terletak pada satu garis lurus, sehingga hanya terlihat satu garis lurus saja.
- Dua garis dikatakan bersilangan apabila garis-garis tersebut tidak terletak pada satu bidang datar dan tidak akan berpotongan apabila diperpanjang.

5. Hubungan antarsudut jika dua garis sejajar dipotong oleh garis lain

- Jika dua buah garis sejajar dipotong oleh garis lain, akan terbentuk empat pasang sudut sehadap yang besarnya sama.
- Jika dua buah garis sejajar dipotong oleh garis lain, besar sudut-sudut dalam berseberangan yang terbentuk adalah sama besar.
- Jika dua buah garis sejajar dipotong oleh garis lain maka besar sudut-sudut luar berseberangan yang terbentuk adalah sama besar.
- Jika dua buah garis sejajar dipotong oleh garis lain maka jumlah sudut-sudut dalam sepihak adalah 180° .
- Jika dua buah garis sejajar dipotong oleh garis lain maka jumlah sudut-sudut luar sepihak adalah 180° .



Refleksi

Setelah mempelajari mengenai *Garis dan Sudut*, coba rangkum materi yang telah kamu pahami dan catat materi yang belum kamu pahami. Tanyakan pada gurumu atau kepada temanmu yang lebih tahu. Buatlah dalam sebuah laporan singkat dan serahkan kepada gurumu.



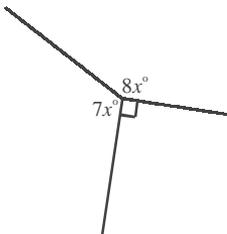
Evaluasi 7

Kerjakan di buku tugasmu.

A. Pilihlah salah satu jawaban yang tepat.

- Jika jarum panjang dan jarum pendek sebuah jam membentuk sudut 120° , waktu menunjukkan pukul
 - 9.00 atau 7.00
 - 4.00 atau 8.00
 - 14.00 atau 7.00
 - 2.30 atau 9.30

2.

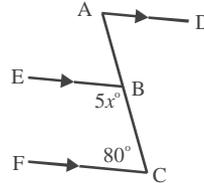


Nilai x° pada gambar di atas adalah

- 12°
 - 18°
 - $22,5^\circ$
 - $33,5^\circ$
- Jika perbandingan antara sebuah sudut dengan pelurusnya adalah 2 : 3 maka besar sudut tersebut adalah
 - 26°
 - 72°
 - 108°
 - 144°
 - Berikut ini yang merupakan sudut refleks adalah
 - $\frac{1}{3}$ putaran penuh
 - $\frac{1}{4}$ sudut lurus
 - $\frac{5}{6}$ sudut lurus
 - $\frac{5}{6}$ putaran penuh

- Jika sudut yang besarnya p° dalam sepihak dengan sudut yang besarnya q° dan diketahui $\angle q = 112^\circ$ maka nilai $p^\circ = \dots$
 - 56°
 - 68°
 - 78°
 - 112°

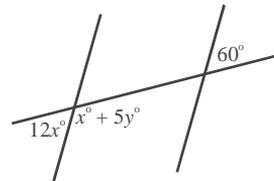
6.



Nilai x° pada gambar di samping adalah

- 10°
- 20°
- 30°
- 90°

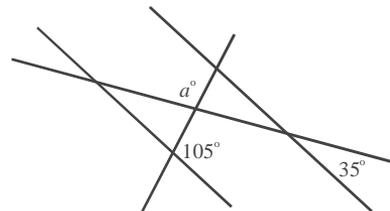
7.



Pada gambar di atas, nilai x° dan y° yang memenuhi adalah

- 4° dan 20°
- 5° dan 23°
- 6° dan 23°
- 8° dan 23°

8.

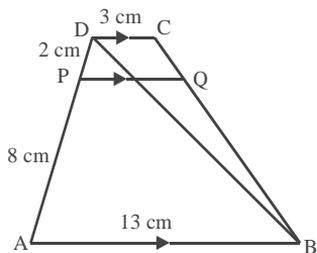


Dari gambar di atas, nilai a° adalah

- 35°
- 75°
- 110°
- 145°



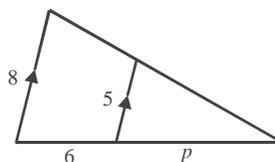
9. Perhatikan gambar berikut.



Pada gambar di atas $AB \parallel DC \parallel PQ$.
 Jika $AP = 8$ cm, $PD = 2$ cm,
 $AB = 13$ cm, dan $DC = 3$ cm maka
 panjang PQ adalah

- a. 5 cm
- b. 5,3 cm
- c. 5,5 cm
- d. 5,7 cm

10.



Pada gambar di atas, nilai p adalah

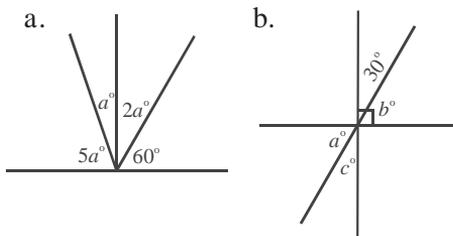
-
- a. 10
- b. 11
- c. 13
- d. 14

B. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan singkat dan tepat.

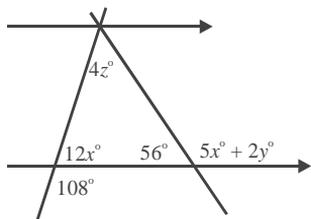
1. Berapa derajatkah sudut terkecil yang dibentuk oleh kedua jarum jam pada pukul

- a. 1.00
- b. 3.30
- c. 18.30
- d. 19.50

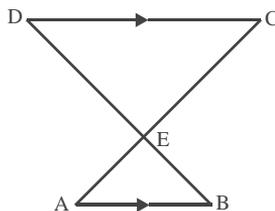
2. Tentukan nilai a° , b° , dan c° pada gambar berikut.



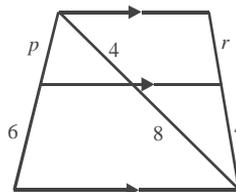
3. Tentukan nilai $x^\circ + y^\circ + z^\circ$ pada gambar di bawah ini.



4. Pada gambar berikut $AB \parallel DC$. Sebutkan tiga pasang sudut yang sama besar.

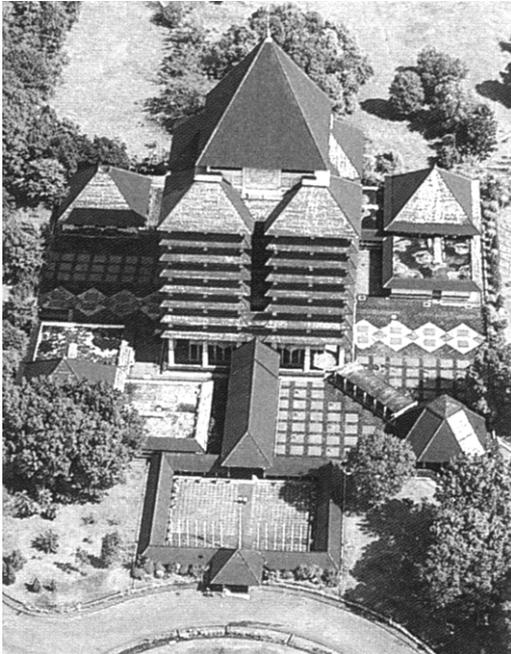


5. Perhatikan gambar berikut. Hitunglah nilai dari p dan r .





8 SEGITIGA DAN SEGI EMPAT



Sumber: *Indonesian Heritage*, 2002

Hampir setiap konstruksi bangunan yang dibuat manusia memuat bentuk bangun segitiga dan segi empat. Amatilah lingkungan sekitarmu. Bentuk bangun manakah yang ada pada benda-benda di sekitarmu? Apakah setiap bangun yang kalian temukan sebagian besar terdiri dari bangun segitiga dan segi empat? Untuk memahami lebih jauh mengenai segitiga dan segi empat pelajaryliah bab ini dengan saksama.

Tujuan pembelajaranmu pada bab ini adalah:

- ❖ dapat menjelaskan jenis-jenis segitiga berdasarkan sisi-sisinya;
- ❖ dapat menjelaskan jenis-jenis segitiga berdasarkan besar sudutnya;
- ❖ dapat menjelaskan pengertian jajargenjang, persegi, persegi panjang, belah ketupat, trapesium, dan layang-layang menurut sifatnya;
- ❖ dapat menjelaskan sifat-sifat segi empat ditinjau dari sisi, sudut, dan diagonalnya;
- ❖ dapat menurunkan rumus keliling bangun segitiga dan segi empat;
- ❖ dapat menurunkan rumus luas bangun segitiga dan segi empat;
- ❖ dapat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan menghitung keliling dan luas bangun segitiga dan segi empat;
- ❖ dapat melukis segitiga yang diketahui tiga sisinya, dua sisi satu sudut apitnya atau satu sisi dan dua sudut;
- ❖ dapat melukis segitiga sama sisi dan segitiga sama kaki;
- ❖ dapat melukis garis tinggi, garis bagi, garis berat, dan garis sumbu.

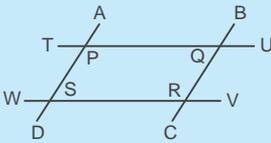
Kata-Kata Kunci:

- ❖ segitiga
- ❖ segi empat
- ❖ garis tinggi
- ❖ garis bagi
- ❖ garis berat
- ❖ garis sumbu



(Berpikir kritis)

Perhatikan gambar berikut.



Pada gambar di atas, garis $PQ \parallel SR$.

- Sebutkan pasangan sudut yang sama besar.
- Jika besar $\angle PSR = 65^\circ$, tentukan besar sudut yang lain. Tentukan pula jenis setiap sudut tersebut.

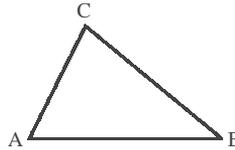
Pada pembahasan kali ini, kalian akan mempelajari mengenai segitiga dan segi empat. Agar kalian dapat memahami bab ini dengan baik, coba ingat kembali mengenai materi garis dan sudut.



A. SEGITIGA

1. Pengertian Segitiga

Agar kalian memahami pengertian segitiga, perhatikan Gambar 8.1 berikut.



Gambar 8.1

Perhatikan sisi-sisinya, ada berapa sisi-sisi yang membentuk segitiga ABC? Sisi-sisi yang membentuk segitiga ABC berturut-turut adalah AB, BC, dan AC.

Sudut-sudut yang terdapat pada segitiga ABC sebagai berikut.

- $\angle A$ atau $\angle BAC$ atau $\angle CAB$.
- $\angle B$ atau $\angle ABC$ atau $\angle CBA$.
- $\angle C$ atau $\angle ACB$ atau $\angle BCA$.

Jadi, ada tiga sudut yang terdapat pada ΔABC .

Dari uraian di atas dapat disimpulkan sebagai berikut.

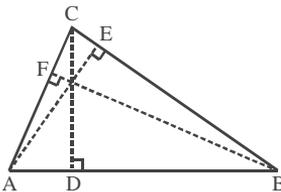
Segitiga adalah bangun datar yang dibatasi oleh tiga buah sisi dan mempunyai tiga buah titik sudut.

Segitiga biasanya dilambangkan dengan “ Δ ”.

Sekarang, perhatikan Gambar 8.2.

Pada gambar tersebut menunjukkan segitiga ABC.

- Jika alas = AB maka tinggi = CD ($CD \perp AB$).
- Jika alas = BC maka tinggi = AE ($AE \perp BC$).
- Jika alas = AC maka tinggi = BF ($BF \perp AC$).



Gambar 8.2

Catatan: Simbol \perp dibaca: tegak lurus.

Jadi, pada suatu segitiga setiap sisinya dapat dipandang sebagai alas, dimana tinggi tegak lurus alas.

Dari uraian di atas dapat disimpulkan sebagai berikut.

Alas segitiga merupakan salah satu sisi dari suatu segitiga, sedangkan tingginya adalah garis yang tegak lurus dengan sisi alas dan melalui titik sudut yang berhadapan dengan sisi alas.

2. Jenis-Jenis Segitiga

Jenis-jenis suatu segitiga dapat ditinjau berdasarkan

- panjang sisi-sisinya;
- besar sudut-sudutnya;
- panjang sisi dan besar sudutnya.

a. Jenis-jenis segitiga ditinjau dari panjang sisinya

(i) Segitiga sebarang

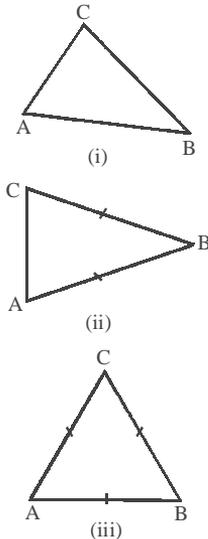
Segitiga sebarang adalah segitiga yang sisi-sisinya tidak sama panjang. Pada Gambar 8.3 (i) di samping, $AB \neq BC \neq AC$.

(ii) Segitiga sama kaki

Segitiga sama kaki adalah segitiga yang mempunyai dua buah sisi sama panjang. Pada Gambar 8.3 (ii) di samping segitiga sama kaki ABC dengan $AB = BC$.

(iii) Segitiga sama sisi

Segitiga sama sisi adalah segitiga yang memiliki tiga buah sisi sama panjang dan tiga buah sudut sama besar. Segitiga ABC pada Gambar 8.3 (iii) merupakan segitiga sama sisi. Coba kalian sebutkan tiga buah sisi yang sama panjang dan tiga buah sudut yang sama besar.



Gambar 8.3

b. Jenis-jenis segitiga ditinjau dari besar sudutnya

Ingat kembali materi pada bab terdahulu mengenai jenis-jenis sudut. Secara umum ada tiga jenis sudut, yaitu

- sudut lancip ($0^\circ < x < 90^\circ$);
- sudut tumpul ($90^\circ < x < 180^\circ$);
- sudut refleks ($180^\circ < x < 360^\circ$).

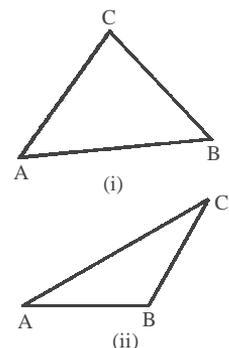
Berkaitan dengan hal tersebut, jika ditinjau dari besar sudutnya, ada tiga jenis segitiga sebagai berikut.

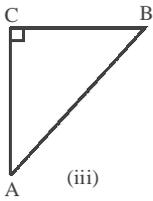
(i) Segitiga lancip

Segitiga lancip adalah segitiga yang ketiga sudutnya merupakan sudut lancip, sehingga sudut-sudut yang terdapat pada segitiga tersebut besarnya antara 0° dan 90° . Pada Gambar 8.4 (i) di samping, ketiga sudut pada ΔABC adalah sudut lancip.

(ii) Segitiga tumpul

Segitiga tumpul adalah segitiga yang salah satu sudutnya merupakan sudut tumpul. Pada ΔABC di samping, $\angle ABC$ adalah sudut tumpul.





Gambar 8.4

(iii) Segitiga siku-siku

Segitiga siku-siku adalah segitiga yang salah satu sudutnya merupakan sudut siku-siku (besarnya 90°).

Pada Gambar 8.4 (iii) di samping, ΔABC siku-siku di titik C.

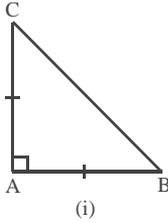
c. Jenis-jenis segitiga ditinjau dari panjang sisi dan besar sudutnya

Ada dua jenis segitiga jika ditinjau dari panjang sisi dan besar sudutnya sebagai berikut.

(i) Segitiga siku-siku sama kaki

Segitiga siku-siku sama kaki adalah segitiga yang kedua sisinya sama panjang dan salah satu sudutnya merupakan sudut siku-siku (90°).

Pada Gambar 8.5 (i), ΔABC siku-siku di titik A, dengan $AB = AC$.

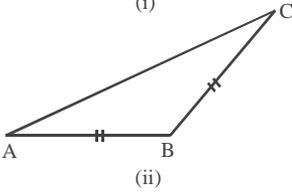


(i)

(ii) Segitiga tumpul sama kaki

Segitiga tumpul sama kaki adalah segitiga yang kedua sisinya sama panjang dan salah satu sudutnya merupakan sudut tumpul.

Sudut tumpul ΔABC pada Gambar 8.5 (ii) di samping adalah $\angle B$, dengan $AB = BC$.



(ii)

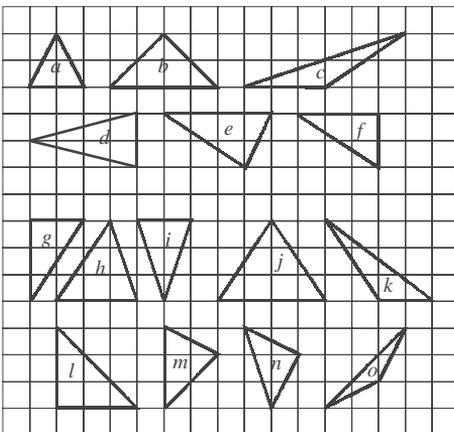
Gambar 8.5



Uji Kompetensi 1

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1.



Dari segitiga-segitiga pada gambar di atas, kelompokkan yang merupakan

- a. segitiga sama kaki;
- b. segitiga sama sisi;
- c. segitiga sebarang;
- d. segitiga lancip;
- e. segitiga siku-siku;
- f. segitiga tumpul;
- g. segitiga siku-siku sama kaki;
- h. segitiga tumpul sama kaki.

2. Tentukan jenis segitiga-segitiga berikut.

- a. ΔABC dengan $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, dan $\angle C = 60^\circ$.
- b. ΔPQR dengan $PQ = 7$ cm, $PR = 5$ cm, dan $RQ = 7$ cm.

- c. ΔKLM dengan $\angle K = 90^\circ$,
 $\angle L = 50^\circ$, dan $\angle M = 40^\circ$.
 d. ΔPQR dengan $PQ = 5$ cm,
 $QR = 3$ cm, dan $RQ = 6$ cm.

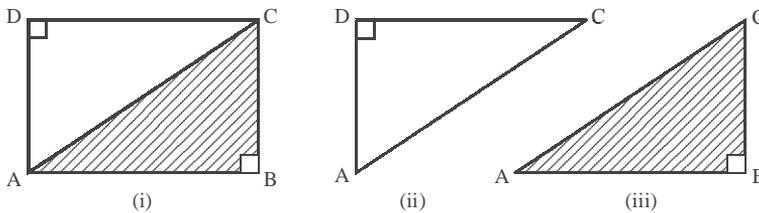
3. Pada kertas berpetak gambarlah segitiga KLM dengan $K(1, 1)$, $L(4, 1)$, dan $M(1, 4)$. Termasuk segitiga apakah segitiga KLM yang terbentuk? Berikan alasanmu.

3. Sifat-Sifat Segitiga Istimewa

Segitiga istimewa adalah segitiga yang mempunyai sifat-sifat khusus (istimewa). Dalam hal ini yang dimaksud segitiga istimewa adalah segitiga siku-siku, segitiga sama kaki, dan segitiga sama sisi. Berikut ini akan kita bahas mengenai sifat-sifat dari segitiga istimewa tersebut.

a. Segitiga siku-siku

Perhatikan Gambar 8.6.



Gambar 8.6

Bangun ABCD merupakan persegi panjang dengan $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$. Jika persegi panjang ABCD dipotong menurut diagonal AC akan terbentuk dua buah bangun segitiga, yaitu ΔABC dan ΔADC . Karena $\angle B = 90^\circ$, maka ΔABC siku-siku di B. Demikian halnya dengan ΔADC . Segitiga ADC siku-siku di D karena $\angle D = 90^\circ$. Jadi, ΔABC dan ΔADC masing-masing merupakan segitiga siku-siku yang dibentuk dari persegi panjang ABCD yang dipotong menurut diagonal AC.

Dari uraian di atas, dapat disimpulkan sebagai berikut.

Besar salah satu sudut pada segitiga siku-siku adalah 90° .

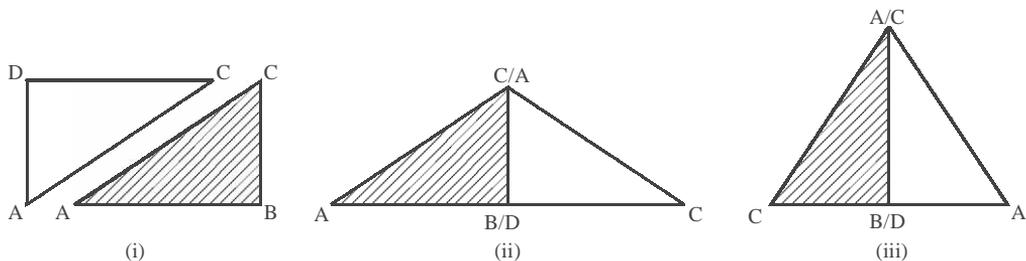
b. Segitiga sama kaki

Perhatikan kembali ΔABC dan ΔADC pada Gambar 8.6. Impitkan kedua segitiga yang terbentuk tersebut pada salah satu sisi siku-siku yang sama panjang.



(Menumbuhkan kreativitas)

Buatlah segitiga siku-siku, segitiga sama kaki, dan segitiga sama sisi dari kertas karton. Tunjukkan sifat-sifat dari masing-masing segitiga tersebut. Lakukan hal ini di depan kelas.



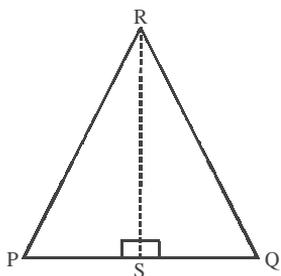
Gambar 8.7

Tampak bahwa akan terbentuk segitiga sama kaki seperti Gambar 8.7 (ii) dan 8.7 (iii). Dengan demikian, dapat dikatakan sebagai berikut.

Segitiga sama kaki dapat dibentuk dari dua buah segitiga siku-siku yang sama besar dan sebangun.

Catatan:

Dua buah bangun datar yang sama bentuk dan ukuran disebut sama dan sebangun atau kongruen. Materi ini akan kalian pelajari di kelas IX mengenai kesebangunan.



Gambar 8.8

Sekarang, perhatikan Gambar 8.8.

Jika segitiga sama kaki PQR dilipat menurut garis RS maka P akan menempati Q atau $P \leftrightarrow Q$;
 R akan menempati R atau $R \leftrightarrow R$;
 atau dapat ditulis $PR \leftrightarrow QR$.

Dengan demikian, $PR = QR$. Akibatnya, $\angle PQR = \angle QPR$.
 Jadi, dapat disimpulkan sebagai berikut.

Segitiga sama kaki mempunyai dua buah sisi yang sama panjang dan dua buah sudut yang sama besar.

Perhatikan kembali Gambar 8.8.

Lipatlah ΔPQR menurut garis RS. Segitiga PRS dan ΔQRS akan saling berimpit, sehingga PR akan menempati QR dan PS akan menempati SQ. Dalam hal ini dapat dikatakan bahwa RS merupakan sumbu simetri dari ΔPQR .

Dari uraian di atas, dapat disimpulkan sebagai berikut.

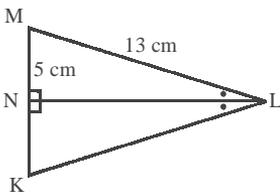
Segitiga sama kaki mempunyai sebuah sumbu simetri.



Contoh

Pada gambar di bawah diketahui ΔKLM sama kaki dengan $LM = 13$ cm dan $MN = 5$ cm. Jika $\angle KLN = 20^\circ$, tentukan

- besar $\angle MLN$;
- panjang KL dan MK .



Gambar 8.9

Penyelesaian:

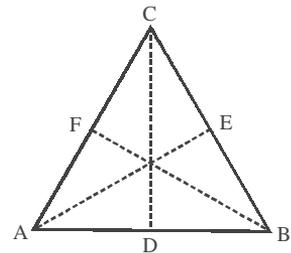
- Dari gambar dapat diketahui $\angle MLN = \angle KLN = 20^\circ$.
Jadi, besar $\angle MLN = 20^\circ$.
- Karena ΔKLM sama kaki, maka $KL = LM = 13$ cm.
Pada ΔKLM , \overline{LN} adalah sumbu simetri, sehingga $MK = 2 \times MN$ ($MN = NK$)
 $= 2 \times 5$ cm
 $= 10$ cm
Jadi, panjang $KL = 13$ cm dan panjang $MK = 10$ cm.

c. *Segitiga sama sisi*

Kalian telah mengetahui bahwa segitiga sama sisi adalah segitiga yang ketiga sisinya sama panjang.

Perhatikan Gambar 8.10.

Gambar di samping merupakan segitiga sama sisi ABC dengan $AB = BC = AC$.



Gambar 8.10

(i) Lipatlah ΔABC menurut garis AE .

ΔABE dan ΔACE akan saling berimpit, sehingga B akan menempati C atau $B \leftrightarrow C$ dengan titik A tetap. Dengan demikian, $AB = AC$. Akibatnya, $\angle ABC = \angle ACB$.

(ii) Lipatlah ΔABC menurut garis CD .

ΔACD dan ΔBCD akan saling berimpit, sehingga A akan menempati B atau $A \leftrightarrow B$ dengan C tetap. Oleh karena itu, $AC = BC$. Akibatnya, $\angle ABC = \angle BAC$.

(iii) Selanjutnya, lipatlah ΔABC menurut garis BF .

ΔABF dan ΔCBF akan saling berimpit, sehingga A akan menempati C atau $A \leftrightarrow C$, dengan titik B tetap. Oleh karena itu, $AB = BC$. Akibatnya, $\angle BAC = \angle BCA$.

Dari (i), (ii), dan (iii) diperoleh bahwa $AC = BC = AB$ dan $\angle ABC = \angle BAC = \angle BCA$.



Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan sebagai berikut.

Segitiga sama sisi mempunyai tiga buah sisi yang sama panjang dan tiga buah sudut yang sama besar.

Sekarang, perhatikan kembali Gambar 8.10.

Jika ΔABC dilipat menurut garis AE , ΔABE dan ΔACE akan saling berimpit, sehingga AB akan menempati AC dan BE akan menempati CE . Dalam hal ini dapat dikatakan bahwa AE merupakan sumbu simetri dari ΔABC .

Jika ΔABC dilipat menurut garis CD , ΔACD dan ΔBCD akan saling berimpit, sehingga AC akan menempati BC dan AD akan menempati BD . Berarti, CD merupakan sumbu simetri ΔABC .

Demikian halnya jika ΔABC dilipat menurut garis BF . Dengan mudah, pasti kalian dapat membuktikan bahwa BF merupakan sumbu simetri dari ΔABC .

Dari uraian di atas dapat disimpulkan sebagai berikut.

Setiap segitiga sama sisi mempunyai tiga sumbu simetri.



Diskusi

(Berpikir kritis)

Diskusikan dengan temanmu.

Tunjukkan bahwa segitiga sama sisi

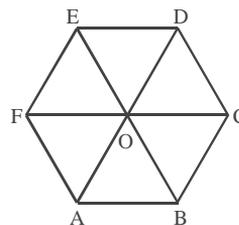
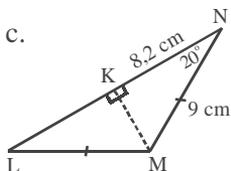
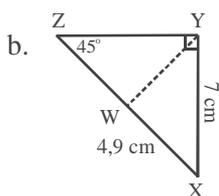
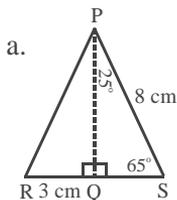
- mempunyai simetri putar tingkat 3,
- dapat menempati bingkainya dengan 6 cara.



Uji Kompetensi 2

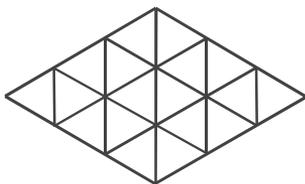
Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Salinlah segitiga-segitiga berikut dan sebutkan panjang setiap sisi dan besar setiap sudutnya.
- Gambar di bawah menunjukkan enam segitiga sama sisi yang sama dan sebangun sehingga membentuk segi enam beraturan.



- Berapakah besar $\angle AOB$? Sebutkan dua ruas garis yang sama panjang dengan AD .
- Berapakah banyaknya garis yang sama panjang dengan AB ?

3. Perhatikan gambar di bawah ini.



Gambar di atas menunjukkan pengubinan segitiga sama sisi, dengan panjang sisi masing-masing 1 cm. Tentukan banyak segitiga sama sisi yang panjangnya

- a. 1 cm; c. 3 cm.
- b. 2 cm;

4. Nyatakan benar atau salah pernyataan-pernyataan berikut.

- a. Segitiga sama kaki memiliki satu sumbu simetri.
- b. Segitiga sama kaki memiliki dua pasang sudut sama besar.
- c. Ketiga sisi segitiga sama sisi sama panjang.
- d. Segitiga sama sisi memiliki dua sumbu simetri.
- e. Segitiga sama sisi dapat menempati bingkainya dalam enam cara.



B. JUMLAH SUDUT-SUDUT SEGITIGA

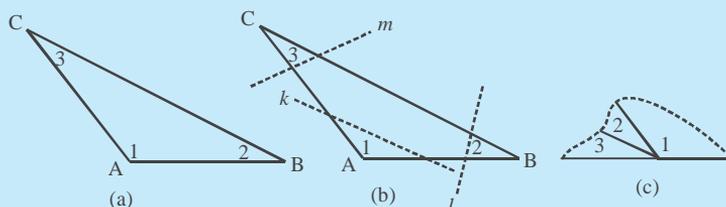
1. Menunjukkan Jumlah Sudut-Sudut Segitiga adalah 180°

Agar kalian dapat menunjukkan bahwa jumlah sudut-sudut dalam sebuah segitiga adalah 180° , lakukanlah kegiatan berikut ini.

KEGIATAN

- (a) Buatlah sebarang segitiga dari kertas karton. Namailah ΔABC .
- (b) Potonglah masing-masing sudut segitiga tersebut menurut garis k , l , dan m .
- (c) Kemudian, letakkan masing-masing potongan sudut tersebut hingga berimpit. Tampak bahwa ketiga sudut tersebut membentuk garis lurus.

Diskusikan dengan temanmu, berapakah jumlah ketiga sudut tersebut?



Gambar 8.11



Berdasarkan kegiatan di atas, apakah kalian menyimpulkan sebagai berikut?

Jumlah ketiga sudut pada segitiga adalah 180° .

2. Menghitung Besar Salah Satu Sudut Segitiga Apabila Dua Sudut Lainnya Diketahui

Besar suatu sudut segitiga dapat dicari jika besar dua sudut lainnya diketahui.



Contoh

1. Diketahui pada

ΔPQR , besar $\angle P = 48^\circ$ dan $\angle Q = 72^\circ$.
Hitunglah besar $\angle R$.

Penyelesaian:

Diketahui $\angle P = 48^\circ$ dan $\angle Q = 72^\circ$.

Pada ΔPQR , berlaku $\angle P + \angle Q + \angle R = 180^\circ$,
sehingga $48^\circ + 72^\circ + \angle R = 180^\circ$

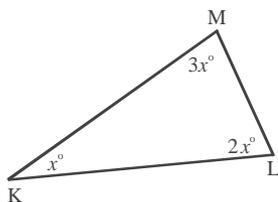
$$120^\circ + \angle R = 180^\circ$$

$$\angle R = 180 - 120^\circ$$

$$\angle R = 60^\circ$$

Jadi, besar $\angle R = 60^\circ$.

2. Perhatikan gambar berikut.



Gambar 8.12

Pada ΔKLM , tentukan

- nilai x ;
- besar masing-masing $\angle K$, $\angle L$, dan $\angle M$.

Penyelesaian:

a. Pada ΔKLM , berlaku

$$\angle K + \angle L + \angle M = 180^\circ$$

$$x^\circ + 2x^\circ + 3x^\circ = 180^\circ$$

$$6x^\circ = 180^\circ$$

$$x^\circ = \frac{180^\circ}{6}$$

$$x^\circ = 30^\circ$$

Jadi, nilai $x = 30^\circ$.

b. $\angle K = x^\circ$
 $= 30^\circ$

$$\angle L = 2x^\circ$$
$$= 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

$$\angle M = 3x^\circ$$
$$= 3 \times 30^\circ = 90^\circ$$

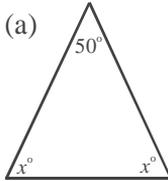
Jadi, besar $\angle K$, $\angle L$, dan $\angle M$ berturut-turut adalah 30° , 60° , dan 90° .



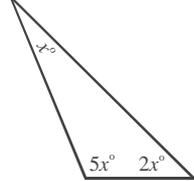
Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Nyatakan benar atau salah pernyataan-pernyataan berikut.
 - Jumlah sudut-sudut suatu segitiga sama dengan dua sudut siku-siku.
 - Jika besar dua sudut segitiga adalah 88° dan 22° maka besar sudut yang ketiga adalah 80° .
 - Ada kemungkinan bahwa dua sudut segitiga adalah siku-siku.
 - Jika sebuah sudut suatu segitiga tumpul maka dua buah sudut lainnya pasti lancip.
 - Jumlah dua sudut segitiga selalu lebih besar dari sudut yang ketiga.
- Tentukan nilai x° untuk setiap segitiga pada gambar berikut.

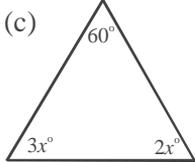
(a)



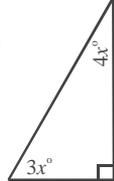
(b)



(c)



(d)


- Pada ΔABC diketahui $\angle A = 50^\circ$. Jika $B : C = 2 : 3$, tentukan besar $\angle B$ dan $\angle C$.



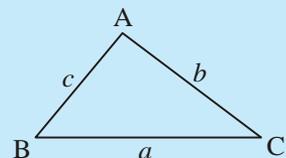
C. HUBUNGAN PANJANG SISI DENGAN BESAR SUDUT PADA SEGITIGA

1. Ketidaksamaan Segitiga

Agar kalian memahami mengenai ketidaksamaan segitiga lakukan kegiatan berikut.

KEGIATAN

- Buatlah sebarang segitiga dari kertas karton. Namailah dengan segitiga ABC . Sisi di hadapan $\angle A$, berilah nama sisi a . Sisi di hadapan $\angle B$, berilah nama sisi b . Demikian pula dengan sisi $\angle C$.
- Ukurlah panjang masing-masing sisinya.
- Jumlahkan panjang sisi a dan b . Kemudian, bandingkan dengan panjang sisi c . Manakah yang lebih besar? Bandingkan pula panjang sisi $a + c$ dengan panjang sisi b . Demikian pula, bandingkan panjang sisi $b + c$ dengan panjang sisi a .



Manakah yang lebih besar?

Apa yang dapat kalian simpulkan dari kegiatan tersebut?

Diskusikan dengan temanmu.

Jika kalian melakukan kegiatan tersebut dengan tepat, kalian akan memperoleh kesimpulan seperti berikut.

Pada setiap segitiga selalu berlaku bahwa jumlah dua buah sisinya selalu lebih panjang daripada sisi ketiga.

Jika suatu segitiga memiliki sisi a , b , dan c maka berlaku salah satu dari ketidaksamaan berikut.

(i) $a + b > c$

(ii) $a + c > b$

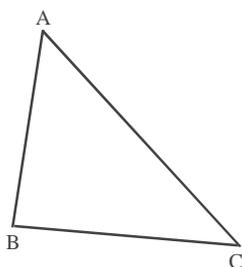
(iii) $b + c > a$

Ketidaksamaan tersebut disebut *ketidaksamaan segitiga*.

2. Hubungan Besar Sudut dan Panjang Sisi Suatu Segitiga

Agar kalian mengetahui hubungan antara besar sudut dengan panjang sisi pada suatu segitiga, lakukan kegiatan berikut ini.

Buatlah sebarang segitiga, misalnya segitiga ABC (Gambar 8.13). Bagaimana hubungan antara $\angle A$ dengan sisi BC, $\angle B$ dengan sisi AC, dan $\angle C$ dengan sisi AB? Dengan menggunakan busur derajat, ukurlah panjang setiap sudutnya, yaitu $\angle A$, $\angle B$, dan $\angle C$. Kemudian dengan menggunakan penggaris, ukurlah masing-masing panjang sisinya, yaitu AB, BC, dan AC. Amatilah besar sudut dan panjang sisi dari segitiga tersebut.



Gambar 8.13

Jika kalian melakukannya dengan tepat, kalian akan memperoleh bahwa

- sudut B merupakan sudut terbesar dan sisi di hadapannya, yaitu sisi AC merupakan sisi terpanjang;
- sudut C merupakan sudut terkecil dan sisi di hadapannya, yaitu sisi AB merupakan sisi terpendek.

Apa yang dapat kalian simpulkan dari kegiatan di atas? Jika kalian melakukannya dengan tepat, kalian akan menyimpulkan seperti berikut.

Pada setiap segitiga berlaku sudut terbesar terletak berhadapan dengan sisi terpanjang, sedangkan sudut terkecil terletak berhadapan dengan sisi terpendek.

3. Hubungan Sudut Dalam dan Sudut Luar Segitiga

Kalian telah mengetahui bahwa jumlah sudut dalam segitiga adalah 180° . Selanjutnya, untuk memahami pengertian sudut luar segitiga, pelajari uraian berikut.

Perhatikan Gambar 8.14.

Pada gambar $\triangle ABC$ di samping, sisi AB diperpanjang sehingga membentuk garis lurus ABD.

Pada segitiga ABC berlaku

$$\begin{aligned} \angle BAC + \angle ABC + \angle ACB &= 180^\circ \text{ (sudut dalam } \triangle ABC) \\ \angle BAC + \angle ACB &= 180^\circ - \angle ABC \text{ (i)} \end{aligned}$$

Padahal $\angle ABC + \angle CBD = 180^\circ$ (berpelurus)

$$\angle CBD = 180^\circ - \angle ABC \text{ (ii)}$$

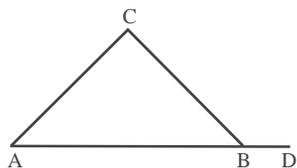
Selanjutnya $\angle CBD$ disebut *sudut luar* segitiga ABC.

Berdasarkan persamaan (i) dan (ii) diperoleh

$$\angle CBD = \angle BAC + \angle ACB.$$

Dari uraian di atas dapat disimpulkan sebagai berikut.

Besar sudut luar suatu segitiga sama dengan jumlah dua sudut dalam yang tidak berpelurus dengan sudut luar tersebut.

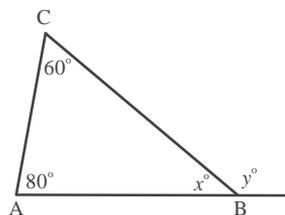


Gambar 8.14



Contoh

Berdasarkan gambar berikut, tentukan nilai x° dan y° .



Gambar 8.15

Penyelesaian:

$$80^\circ + 60^\circ + x^\circ = 180^\circ \text{ (sudut dalam segitiga)}$$

$$140^\circ + x^\circ = 180^\circ$$

$$x^\circ = 180^\circ - 140^\circ$$

$$x^\circ = 40^\circ$$

$$x^\circ + y^\circ = 180^\circ \text{ (berpelurus)}$$

$$40^\circ + y^\circ = 180^\circ$$

$$y^\circ = 180^\circ - 40^\circ$$

$$y^\circ = 140^\circ$$

Jadi, nilai $x^\circ = 40^\circ$ dan $y^\circ = 140^\circ$.





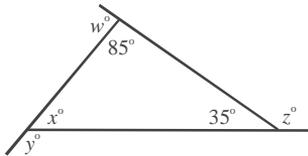
Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Selidikilah, apakah panjang sisi-sisi berikut dapat dibuat sebuah segitiga.
 - 3 cm, 6 cm, dan 8 cm
 - 4 cm, 7 cm, dan 11 cm
 - 5 cm, 8 cm, dan 14 cm
 - 10 cm, 10 cm, dan 12 cm
 - 6 cm, 9 cm, dan 16 cm
 - 3 dm, 4 dm, dan $\frac{1}{2}$ m

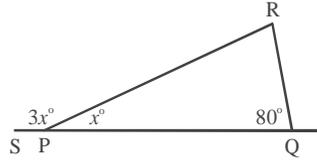
- Diketahui sudut suatu segitiga PQR berbanding $\angle P : \angle Q : \angle R = 9 : 5 : 4$.

Tentukan

- besar $\angle P$, $\angle Q$, dan $\angle R$;
 - sudut yang terbesar;
 - sudut yang terkecil;
 - sisi yang terpanjang;
 - sisi yang terpendek.
- Perhatikan gambar di bawah ini.

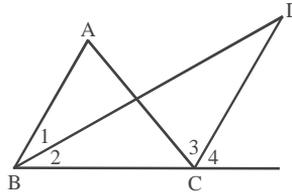


Tentukan nilai w° , x° , y° , dan z° .



Hitunglah

- nilai x° ;
 - besar $\angle SPR$;
 - besar $\angle PRQ$.
- Perhatikan gambar berikut.



Pada gambar tersebut $\angle B_1 = \angle B_2$, $\angle C_3 = \angle C_4$, $\angle A = 70^\circ$, dan $\angle B = 60^\circ$. Hitunglah

- besar $\angle C_3 + \angle C_4$;
- besar $\angle B_2$;
- besar $\angle D$.



D. KELILING DAN LUAS SEGITIGA

1. Keliling Segitiga

Keliling suatu bangun datar merupakan jumlah dari panjang sisi-sisi yang membatasinya, sehingga untuk menghitung keliling dari sebuah segitiga dapat ditentukan dengan menjumlahkan panjang dari setiap sisi segitiga tersebut.

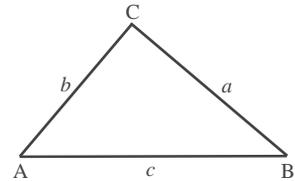
$$\begin{aligned} \text{Keliling } \Delta ABC &= AB + BC + AC \\ &= c + a + b \\ &= a + b + c \end{aligned}$$

Jadi, keliling ΔABC adalah $a + b + c$.

Dari uraian di atas dapat disimpulkan sebagai berikut.

Suatu segitiga dengan panjang sisi a , b , dan c , kelilingnya adalah

$$K = a + b + c.$$



Gambar 8.16

2. Luas Segitiga

Perhatikan Gambar 8.17 (i).

Dalam menentukan luas ΔABC di samping, dapat dilakukan dengan membuat garis bantuan sehingga terbentuk persegi panjang ABFE seperti Gambar 8.17(ii).

Dapatkan kalian membuktikan bahwa \overline{AC} dan \overline{BC} membagi persegi panjang ADCE dan BDCF menjadi dua sama besar?

Jika kalian dapat membuktikannya, kalian akan memperoleh bahwa ΔADC sama dan sebangun dengan ΔAEC dan ΔBDC sama dan sebangun dengan ΔBCF , sedemikian sehingga diperoleh

$$\text{luas } \Delta ADC = \frac{1}{2} \times \text{luas persegi panjang ADCE dan}$$

$$\text{luas } \Delta BDC = \frac{1}{2} \times \text{luas persegi panjang BDCF.}$$

$$\text{Luas } \Delta ABC = \text{luas } \Delta ADC + \text{luas } \Delta BDC$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{luas ADCE} + \frac{1}{2} \times \text{luas BDCF}$$

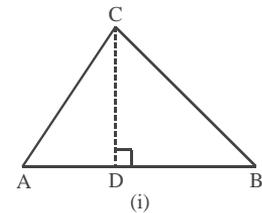
$$= \frac{1}{2} \times AD \times CD + \frac{1}{2} \times BD \times CD$$

$$= \frac{1}{2} \times CD \times (AD + BD)$$

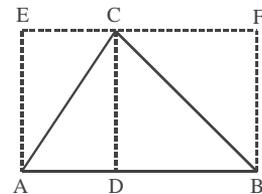
$$= \frac{1}{2} \times CD \times AB$$

Secara umum luas segitiga dengan panjang alas a dan tinggi t adalah

$$L = \frac{1}{2} \times a \times t.$$



(i)



(ii)

Gambar 8.17



Tugas Mandiri

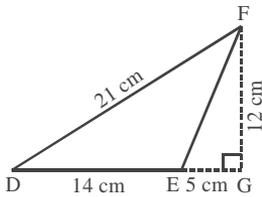
(Menumbuhkan inovasi)

Perhatikan lingkungan di sekitarmu. Carilah benda-benda yang permukaannya berbentuk segitiga (minimal 5 benda). Ukurlah panjang sisinya. Kemudian, hitunglah keliling dan luas benda-benda tersebut. Ceritakan hasilnya secara singkat di depan kelas.



Contoh

Perhatikan gambar berikut.



Gambar 8.18

Pada $\triangle DEF$ di atas diketahui $DE = 14$ cm, $DF = 21$ cm, $EG = 5$ cm, dan $FG = 12$ cm.

Hitunglah keliling dan luas $\triangle DEF$.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} EF^2 &= EG^2 + FG^2 \\ &= 5^2 + 12^2 \\ &= 25 + 144 = 169 \end{aligned}$$

$$EF = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{Keliling } \triangle DEF &= DE + EF + DF \\ &= 14 \text{ cm} + 13 \text{ cm} + 21 \text{ cm} \\ &= 48 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas } \triangle DEF &= \frac{1}{2} \times DE \times FG \\ &= \frac{1}{2} \times 14 \times 12 = 84 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

3. Menyelesaikan Masalah yang Berkaitan dengan Keliling dan Luas Segitiga



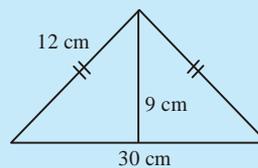
Contoh

a. Sebuah syal berbentuk segitiga sama kaki dengan panjang sisi yang sama 12 cm dan panjang sisi lainnya 30 cm. Jika tinggi syal tersebut 9 cm, tentukan

- i) keliling syal;
- ii) luas syal.

Penyelesaian:

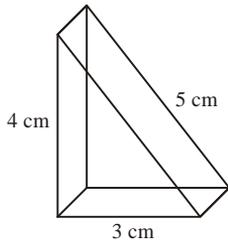
Dari keterangan pada soal di samping, dapat digambarkan sebagai berikut.



$$\begin{aligned} \text{i) Keliling syal} &= 12 \text{ cm} + 12 \text{ cm} + 30 \text{ cm} \\ &= 54 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) Luas syal} &= \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi} \\ &= \frac{1}{2} \times 30 \text{ cm} \times 9 \text{ cm} \\ &= 135 \text{ cm} \end{aligned}$$

- b. Sebuah puzzle permukaannya berbentuk segitiga siku-siku seperti gambar berikut. Tentukan keliling dan luas permukaan puzzle tersebut.



Penyelesaian:

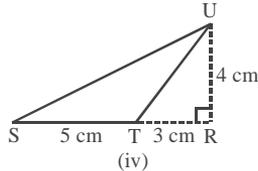
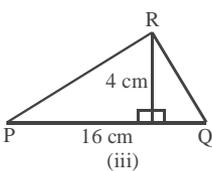
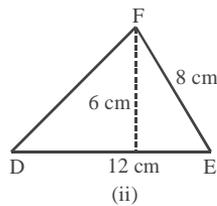
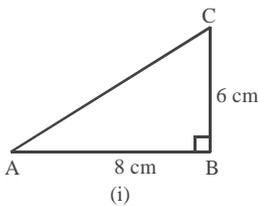
$$\begin{aligned} \text{Keliling permukaan puzzle} &= 3 \text{ cm} + 4 \text{ cm} + 5 \text{ cm} \\ &= 12 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas permukaan puzzle} &= \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi} \\ &= \frac{1}{2} \times 3 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} \\ &= 6 \text{ cm} \end{aligned}$$

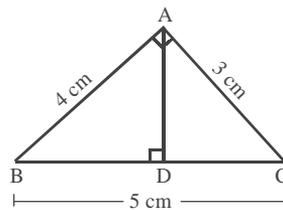
Uji Kompetensi 5

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Hitunglah keliling segitiga dengan panjang sisi-sisinya sebagai berikut.
 - 4,5 cm; 7,5 cm; dan 5,5 cm
 - 8 cm; 16 cm; dan 12 cm
 - 25 cm; 35 cm; dan 20 cm
- Hitunglah luas daerah masing-masing segitiga pada gambar di bawah ini.

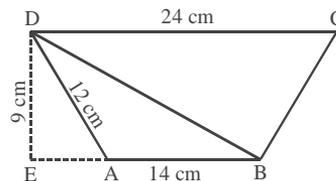


- Diketahui segitiga ABC dengan garis tinggi AD seperti gambar berikut.



Jika $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 4 \text{ cm}$, $AC = 3 \text{ cm}$, dan $BC = 5 \text{ cm}$, tentukan

- luas segitiga ABC;
 - panjang AD.
- Diketahui luas sebuah segitiga adalah 165 cm^2 dan panjang alasnya 22 cm. Hitunglah tinggi segitiga.
 - Perhatikan gambar berikut.

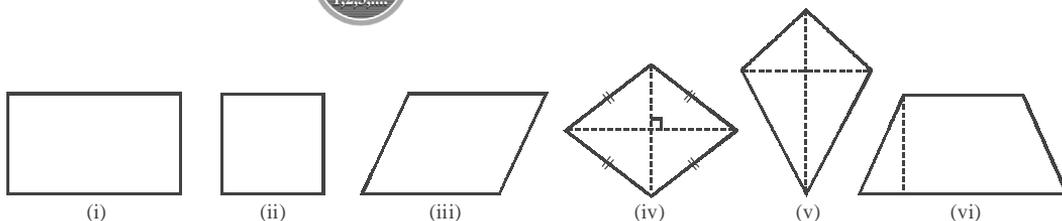


Hitunglah

- luas segitiga ABD;
- luas segitiga BCD;
- luas bangun ABCD.

6. Sebidang tanah berbentuk segitiga dengan panjang tiap sisi tanah berturut-turut 4 m, 5 m, dan 7 m. Di sekeliling tanah tersebut akan dipasang pagar dengan biaya Rp85.000,00 per meter. Berapakah biaya yang diperlukan untuk pemasangan pagar tersebut?
7. Permukaan sebuah kotak perhiasan berbentuk segitiga. Jika panjang sisi kotak tersebut 2 cm, 3 cm, dan 4 cm dengan tinggi permukaan kotak 2,5 cm, tentukan
 - a. keliling permukaan kotak;
 - b. luas permukaan kotak.
8. Sebuah taman berbentuk segitiga sama kaki dengan panjang sisi yang sama 5 m, panjang sisi lainnya 12 m, dan tinggi 7 m. Jika taman tersebut akan ditanami rumput dengan biaya Rp60.000/m², hitunglah keseluruhan biaya yang diperlukan.

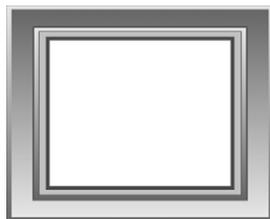
 **E. SEGI EMPAT**



Gambar 8.19

Coba amatilah benda-benda di sekitar kalian, seperti papan tulis, bingkai foto, ubin/lantai di kelasmu, sampai layang-layang yang sering kalian mainkan. Berbentuk apakah benda-benda tersebut? Berapa jumlah sisinya? Benda-benda tersebut termasuk bangun datar segi empat, karena jumlah sisinya ada empat buah. Perhatikan Gambar 8.19. Secara umum, ada enam macam bangun datar segi empat, yaitu

- | | |
|----------------------|---------------------|
| (i) persegi panjang; | (iv) belah ketupat; |
| (ii) persegi; | (v) layang-layang; |
| (iii) jajargenjang; | (vi) trapesium. |



Gambar 8.20

Pada bagian ini, kalian akan mempelajari mengenai bangun datar segi empat di atas.

1. Persegi Panjang

a. Pengertian persegi panjang

Amatilah benda-benda di sekitar kalian yang berupa meja, buku, atau bingkai foto di kelasmu. Bagaimana panjang sisinya? Benda-benda tersebut berbentuk persegi panjang.

Perhatikan persegi panjang ABCD pada Gambar 8.21.

Jika kalian mengamati persegi panjang pada Gambar 8.21 dengan tepat, kalian akan memperoleh bahwa



Gambar 8.21

- (i) sisi-sisi persegi panjang ABCD adalah \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , dan \overline{AD} dengan dua pasang sisi sejajarnya sama panjang, yaitu $\overline{AB} = \overline{DC}$ dan $\overline{BC} = \overline{AD}$;
- (ii) sudut-sudut persegi panjang ABCD adalah $\angle DAB$, $\angle ABC$, $\angle BCD$, dan $\angle CDA$ dengan $\angle DAB = \angle ABC = \angle BCD = \angle CDA = 90^\circ$.

Dengan demikian, dapat dikatakan sebagai berikut.

Persegi panjang adalah bangun datar segi empat yang memiliki dua pasang sisi sejajar dan memiliki empat sudut siku-siku.

b. Menempatkan persegi panjang pada bingkainya

Perhatikan persegi panjang ABCD pada Gambar 8.22.

Jiplaklah persegi panjang ABCD pada selembar karton.

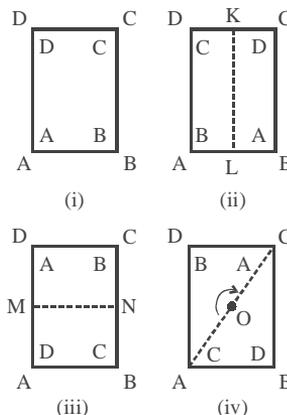
Kemudian, guntinglah karton itu menurut sisi \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , dan \overline{AD} sehingga diperoleh potongan karton berbentuk persegi panjang.

Selanjutnya, jika kalian putar persegi panjang tersebut maka ada berapa cara dapat menempati bingkainya kembali? Coba kamu peragakan Gambar 8.23.



Gambar 8.22

- (i) Tempatkan persegi panjang pada posisi awal.
- (ii) Dari posisi awal, baliklah persegi panjang ABCD menurut garis KL, ternyata persegi panjang dapat menempati bingkainya secara tepat, sehingga AD menempati BC.
- (iii) Dari posisi awal, baliklah persegi panjang ABCD menurut garis MN, ternyata sisi AB dapat menempati sisi DC, sehingga persegi panjang ABCD dapat menempati bingkainya.
- (iv) Dari posisi awal, putarlah persegi panjang ABCD setengah putaran (180°), ternyata persegi panjang dapat menempati bingkainya secara tepat, sehingga sisi AB menempati sisi CD.

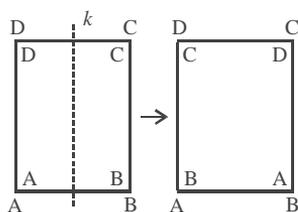


Gambar 8.23

Persegi panjang dapat tepat menempati bingkainya kembali dengan empat cara.

Selain empat cara di atas, coba kalian cari apakah masih ada cara lain persegi panjang dapat menempati bingkainya kembali.

c. Sifat-sifat persegi panjang



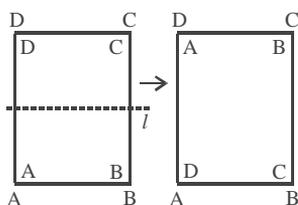
Gambar 8.24

Perhatikan Gambar 8.24.

Jika persegi panjang ABCD dibalik menurut garis k , persegi panjang itu akan menempati bingkainya, sehingga titik A akan menempati titik B, dan titik B akan menempati titik A, ditulis $A \leftrightarrow B$. Demikian halnya kita peroleh $D \leftrightarrow C$, sehingga

$$\overline{AD} \leftrightarrow \overline{BC}. \text{ Hal ini berarti } AD = BC.$$

Selanjutnya, jika persegi panjang ABCD dibalik menurut garis l , persegi panjang itu akan menempati bingkainya seperti Gambar 8.25.

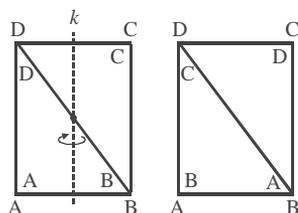


Gambar 8.25

Berdasarkan Gambar 8.25, diperoleh bahwa $A \leftrightarrow D$, $B \leftrightarrow C$, dan $\overline{AB} \leftrightarrow \overline{DC}$. Hal ini berarti $AB = DC$.

Dari pengamatan tersebut dapat dikatakan bahwa jarak \overline{AD} dan \overline{BC} selalu tetap. Demikian halnya dengan jarak AB dan DC. Oleh karena itu, \overline{AD} sejajar \overline{BC} dan \overline{AB} sejajar \overline{DC} .

Sisi-sisi yang berhadapan dari suatu persegi panjang adalah sama panjang dan sejajar.

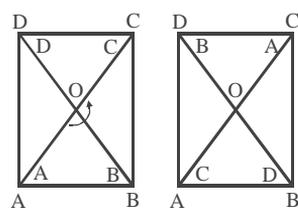


Gambar 8.26

Selanjutnya, kita akan menyelidiki panjang diagonal-diagonal persegi panjang. Baliklah persegi panjang ABCD dengan diagonal BD menurut garis k sehingga menempati bingkainya kembali seperti Gambar 8.26.

Berdasarkan Gambar 8.26, kita peroleh $A \leftrightarrow B$, $D \leftrightarrow C$, $BD \leftrightarrow AC$, dan $BD = AC$.

Sekarang, putarlah persegi panjang ABCD sejauh setengah putaran (180°), dengan diagonal-diagonal \overline{AC} dan \overline{BD} berpotongan di titik O.



Gambar 8.27

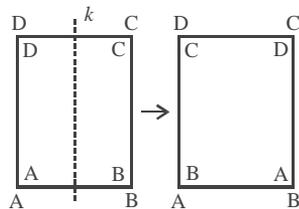
Dari pemutaran tersebut, diperoleh $O \leftrightarrow O$, $A \leftrightarrow C$, $B \leftrightarrow D$, sehingga $\overline{OA} \leftrightarrow \overline{OC}$ dan $\overline{OB} \leftrightarrow \overline{OD}$. Hal ini berarti $OA = OC$ dan $OB = OD$.

Diagonal-diagonal dari suatu persegi panjang adalah sama panjang dan saling membagi dua sama besar.

Untuk menyelidiki besar sudut pada persegi panjang, baliklah persegi panjang ABCD menurut garis k , sehingga dapat menempati bingkainya.

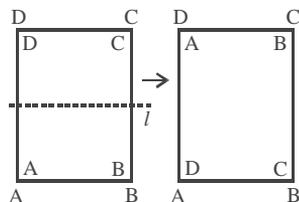
Berdasarkan Gambar 8.28, kita peroleh bahwa $\angle DAB \leftrightarrow \angle CBA$ dan $\angle ADC \leftrightarrow \angle BCD$. Dengan demikian, $\angle DAB = \angle CBA$ dan $\angle ADC = \angle BCD$.

Selanjutnya, jika persegi panjang ABCD dibalik menurut garis l , persegi panjang ABCD akan menempati bingkainya seperti pada Gambar 8.29.



Gambar 8.28

Berdasarkan Gambar 8.29, kita peroleh bahwa $\angle DAB \leftrightarrow \angle ADC$ dan $\angle ABC \leftrightarrow \angle BCD$. Dengan demikian, $\angle DAB = \angle ADC$ dan $\angle ABC = \angle BCD$. Akibatnya, $\angle DAB = \angle ADC = \angle BCD = \angle CBA$. Jadi, semua sudut pada persegi panjang adalah sama besar, yaitu 90° .



Gambar 8.29

Setiap sudut persegi panjang adalah sama besar dan merupakan sudut siku-siku (90°).

Dari uraian di atas diperoleh sifat-sifat persegi panjang sebagai berikut.

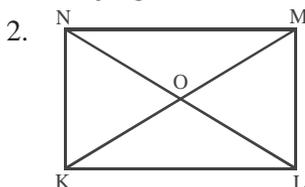
- a. Mempunyai empat sisi, dengan sepasang sisi yang berhadapan sama panjang dan sejajar.
- b. Keempat sudutnya sama besar dan merupakan sudut siku-siku (90°).
- c. Kedua diagonalnya sama panjang dan berpotongan membagi dua sama besar.
- d. Dapat menempati bingkainya kembali dengan empat cara.



Uji Kompetensi 6

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

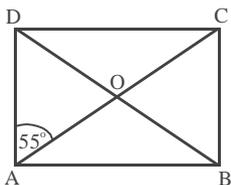
1. Gambarkan persegi panjang PQRS dengan diagonal PR dan QS. Kemudian, sebutkan
 - a. dua pasang sisi yang sama panjang;
 - b. dua pasang sisi yang sejajar;
 - c. lima pasang garis yang sama panjang.



Pada gambar di atas, KLMN adalah sebuah persegi panjang dan O adalah titik potong kedua diagonalnya. Jika panjang $KO = 5$ cm, tentukan

- a. panjang MO;
- b. panjang NO;
- c. panjang LO;
- d. panjang KM;
- e. panjang LN.

3. Perhatikan persegi panjang ABCD pada gambar berikut.



- Tentukan besar $\angle ADO$ dan $\angle BAO$.
- Tentukan sudut-sudut lain yang sama besar dengan $\angle ADO$.
- Tentukan sudut-sudut lain yang sama besar dengan $\angle BAO$.

d. Keliling dan luas persegi panjang

Perhatikan Gambar 8.30.

Gambar di samping menunjukkan persegi panjang KLMN dengan sisi-sisinya KL, LM, MN, dan KN.

Keliling suatu bangun datar adalah jumlah semua panjang sisi-sisinya.

Tampak bahwa panjang $KL = NM = 5$ satuan panjang dan panjang $LM = KN = 3$ satuan panjang.

$$\text{Keliling KLMN} = KL + LM + MN + NK$$

$$= (5 + 3 + 5 + 3) \text{ satuan panjang}$$

$$= 16 \text{ satuan panjang}$$

Selanjutnya, garis KL disebut *panjang* (p) dan KN disebut *lebar* (l).

Secara umum dapat disimpulkan bahwa keliling persegi panjang dengan panjang p dan lebar l adalah

$$K = 2(p + l) \text{ atau } K = 2p + 2l.$$

Untuk menentukan luas persegi panjang, perhatikan kembali Gambar 8.30. Luas persegi panjang adalah luas daerah yang dibatasi oleh sisi-sisinya.

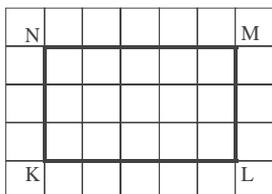
$$\text{Luas persegi panjang KLMN} = KL \times LM$$

$$= (5 \times 3) \text{ satuan luas}$$

$$= 15 \text{ satuan luas}$$

Jadi, luas persegi panjang dengan panjang p dan lebar l adalah

$$L = p \times l = pl.$$



Gambar 8.30



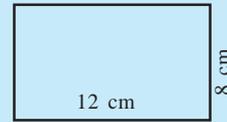
Hitunglah keliling dan luas persegi panjang yang berukuran panjang 12 cm dan lebar 8 cm.

Penyelesaian:

Panjang (p) = 12 cm,
lebar (l) = 8 cm.

$$\begin{aligned} \text{Keliling (K)} &= 2(p + l) \\ &= 2(12 + 8) \\ &= 2 \times 20 \\ &= 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas (L)} &= p \times l \\ &= 12 \times 8 \\ &= 96 \end{aligned}$$

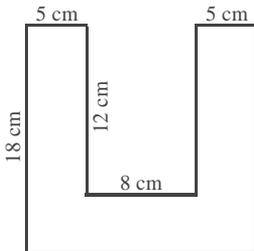


Jadi, keliling persegi panjang tersebut 40 cm dan luasnya 96 cm².

Uji Kompetensi 7

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Hitunglah keliling dan luas persegi panjang dengan ukuran sebagai berikut.
 - a. panjang = 18 cm dan lebar = 12 cm;
 - b. panjang = 25 cm dan lebar = 16 cm;
 - c. panjang = 30 cm dan lebar 15 cm.
2. Seorang petani mempunyai sebidang tanah yang luasnya 432 m². Jika tanah tersebut berukuran panjang 24 m, tentukan
 - a. lebar tanah tersebut,
 - b. harga tanah seluruhnya apabila akan dijual seharga Rp150.000,00 per m².
3. Perhatikan gambar berikut.



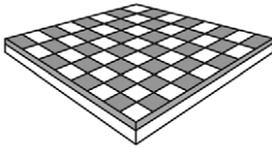
Hitunglah keliling dan luasnya.

4. Sebuah persegi panjang berukuran panjang = $(3x + 4)$ cm dan lebar = $(x + 6)$ cm. Jika luas persegi panjang 392 cm², tentukan panjang dan lebarnya.
5. Keliling suatu persegi panjang adalah 72 cm dan lebarnya 8 cm kurang dari panjangnya. Hitunglah panjang dan lebarnya.
6. Halaman rumah berbentuk persegi panjang berukuran panjang 90 meter dan lebar 65 meter. Di sekeliling halaman itu, akan dipasang pagar dengan biaya Rp135.000,00 per meter. Berapakah biaya yang diperlukan untuk pemasangan pagar tersebut?

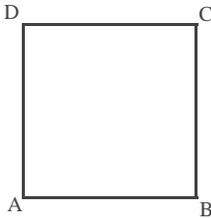


2. Persegi

a. Pengertian persegi



Gambar 8.31



Gambar 8.32

Kalian tentu pernah melihat bentuk-bentuk seperti papan catur, sapu tangan, atau ubin (lantai). Berbentuk apakah bangun-bangun tersebut? Bagaimana sisi-sisi bangun tersebut?

Bangun-bangun yang disebutkan di atas adalah bangun yang berbentuk persegi.

Perhatikan Gambar 8.32.

Gambar 8.32 adalah sebuah persegi ABCD. Bagaimana panjang setiap sisi dan besar setiap sudut persegi tersebut?

Jika kalian mengamatinya dengan tepat, kalian akan memperoleh bahwa

- (i) sisi-sisi persegi ABCD sama panjang, yaitu $AB = BC = CD = AD$;
- (ii) sudut-sudut persegi ABCD sama besar, yaitu $\angle ABC = \angle BCD = \angle CDA = \angle DAB = 90^\circ$.

Dari uraian tersebut dapat kita katakan bahwa persegi merupakan persegi panjang dengan *sifat khusus*, yaitu *keempat sisinya sama panjang*.

Persegi adalah bangun segi empat yang memiliki empat sisi sama panjang dan empat sudut siku-siku.

b. Menempatkan persegi pada bingkainya

Coba kalian ingat kembali cara menempatkan persegi panjang pada bingkainya. Dengan cara yang sama seperti pembahasan pada persegi panjang, coba tentukan dengan berapa cara persegi dapat menempati bingkainya dengan tepat. Diskusikan hal ini dengan temanmu. Jika hasil diskusimu tepat, pasti kalian dapat menunjukkan bahwa persegi dapat menempati bingkainya dengan delapan cara.

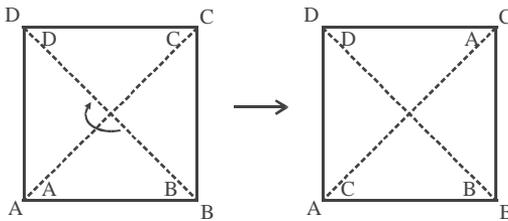
c. Sifat-sifat persegi

Dapatkan kalian menunjukkan sifat-sifat persegi panjang yang dimiliki oleh persegi?

Pada pembahasan sebelumnya, telah disinggung bahwa persegi merupakan persegi panjang dengan bentuk khusus, yaitu semua sisinya sama panjang. Oleh karena itu, semua sifat persegi panjang juga merupakan sifat persegi. Coba diskusikan bersama temanmu sifat persegi berikut.

Semua sisi persegi adalah sama panjang.

Sekarang, perhatikan Gambar 8.33. Apa yang terjadi jika persegi ABCD dibalik menurut diagonal \overline{BD} ?



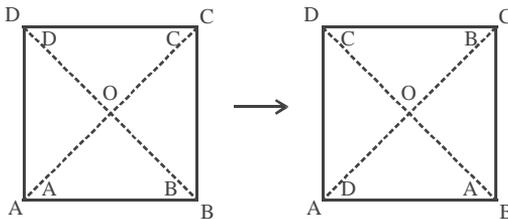
Gambar 8.33

Berdasarkan Gambar 8.33, kita peroleh bahwa $\angle ABD \leftrightarrow \angle CBD$, sehingga $\angle ABD = \angle CBD$ dan $\angle ADB \leftrightarrow \angle CDB$, sehingga $\angle ADB = \angle CDB$. Hal ini menunjukkan bahwa diagonal \overline{BD} membagi dua sama besar $\angle ABC$ dan $\angle ADC$. Dengan cara yang sama, pasti kalian dapat membuktikan bahwa diagonal \overline{AC} membagi dua sama besar $\angle DAB$ dan $\angle BCD$.

Sudut-sudut suatu persegi dibagi dua sama besar oleh diagonal-diagonalnya.

Perhatikan Gambar 8.34.

Gambar tersebut menunjukkan bangun persegi dengan diagonal AC dan BD yang berpotongan di titik O. Kita akan menunjukkan bahwa diagonal AC dan BD saling berpotongan tegak lurus membentuk sudut siku-siku.



Gambar 8.34

Dengan pusat titik O, putarlah persegi ABCD seperempat putaran berlawanan arah jarum jam. Kamu akan memperoleh bahwa

- (i) $\angle AOB \leftrightarrow \angle BOC$, sehingga $\angle AOB = \angle BOC$;
- (ii) $\angle BOC \leftrightarrow \angle COD$, sehingga $\angle BOC = \angle COD$;
- (iii) $\angle COD \leftrightarrow \angle AOD$, sehingga $\angle COD = \angle AOD$;
- (iv) $\angle AOD \leftrightarrow \angle AOB$, sehingga $\angle AOD = \angle AOB$.

Karena persegi ABCD dapat tepat menempati bingkainya kembali, maka dikatakan bahwa $\angle AOB = \angle AOD = \angle COD = \angle BOC$. Telah kalian pelajari di bagian depan bahwa sudut satu putaran penuh = 360° .

$$\text{Akibatnya, } \angle AOB = \angle AOD = \angle COD = \angle BOC = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ.$$

Diagonal-diagonal persegi saling berpotongan sama panjang membentuk sudut siku-siku.

Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan sifat-sifat persegi sebagai berikut.

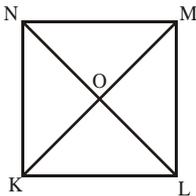
- (i) Semua sifat persegi panjang merupakan sifat persegi.
- (ii) Suatu persegi dapat menempati bingkainya dengan delapan cara.
- (iii) Semua sisi persegi adalah sama panjang.
- (iv) Sudut-sudut suatu persegi dibagi dua sama besar oleh diagonal-diagonalnya.
- (v) Diagonal-diagonal persegi saling berpotongan sama panjang membentuk sudut siku-siku.



UJI Kompetensi 8

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

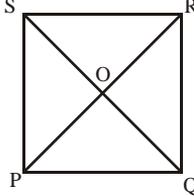
1. Pada persegi KLMN berikut, diketahui panjang KM = 10 cm.



Tentukan

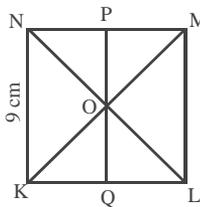
- a. panjang KO;
- b. panjang LN;
- c. panjang NO;
- d. panjang LO.

2. Pada persegi PQRS di samping, sebutkan



- a. tiga ruas garis yang sama panjang dengan PQ;
 - b. tiga ruas garis yang sama panjang dengan OQ;
 - c. delapan sudut yang sama besar.
3. Pada persegi EFGH diketahui panjang diagonal EG = $(3x - 4)$ cm dan FH = 20 cm. Tentukan nilai x dan panjang diagonalnya.

4. Perhatikan persegi KLMN pada gambar di samping.



- Tentukan besar $\angle KOL$ dan $\angle LMO$.
- Tentukan sudut-sudut lain yang sama besar dengan $\angle LMO$.
- Tentukan panjang KL , LM , PO , NP , dan LQ .

5. Diketahui koordinat titik $P(-4, 1)$ dan $S(-4, 5)$.
- Gambarlah persegi PQRS jika kedua titik sudut yang lain terletak pada sumbu koordinat.
 - Tentukan koordinat titik Q dan R .
 - Tentukan panjang sisi persegi tersebut.
 - Jika titik potong kedua diagonalnya adalah titik O , tentukan koordinat titik O .

d. Keliling dan luas persegi

Perhatikan Gambar 8.35.

Gambar di samping menunjukkan bangun persegi KLMN dengan panjang sisi = $KL = 4$ satuan.

$$\begin{aligned} \text{Keliling KLMN} &= KL + LM + MN + NK \\ &= (4 + 4 + 4 + 4) \text{ satuan} \\ &= 16 \text{ satuan panjang} \end{aligned}$$

Selanjutnya, panjang $KL = LM = MN = NK$ disebut *sisi* (s).

Jadi, secara umum keliling persegi dengan panjang sisi s adalah

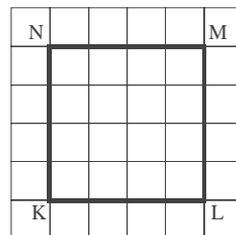
$$K = 4s$$

Luas persegi KLMN = $KL \times LM$

$$\begin{aligned} &= (4 \times 4) \text{ satuan luas} \\ &= 16 \text{ satuan luas} \end{aligned}$$

Jadi, luas persegi dengan panjang sisi s adalah

$$\begin{aligned} L &= s \times s \\ &= s^2. \end{aligned}$$



Gambar 8.35



Contoh

- Hitunglah keliling sebuah persegi yang panjang sisinya 5 cm.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{sisi } (s) &= 5 \text{ cm} \\ \text{Keliling } (K) &= 4 \times \text{sisi} \\ &= 4 \times 5 \text{ cm} \\ &= 20 \text{ cm} \end{aligned}$$

Jadi, keliling persegi 20 cm.

2. Jika diketahui keliling suatu persegi 48 cm, tentukan luasnya.

Penyelesaian:

$$\text{Keliling (K)} = 48 \text{ cm}$$

$$K = 4 \times s$$

$$48 = 4s$$

$$s = \frac{48}{4}$$

$$s = 12 \text{ cm}$$

$$\text{Luas} = s \times s$$

$$= 12 \times 12 = 144$$

Jadi, luas persegi 144 cm².



Uji Kompetensi 9

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

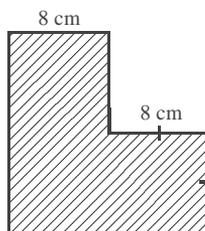
1. Diketahui keliling suatu persegi sebagai berikut.
 - a. $K = 52 \text{ cm}$
 - b. $K = 60 \text{ m}$
 - c. $K = 128 \text{ cm}$

Tentukan ukuran sisi persegi dan luasnya.

2. Diketahui luas persegi sama dengan luas persegi panjang dengan panjang = 16 cm dan lebar = 4 cm. Tentukan keliling persegi tersebut.
3. Sebuah lantai berbentuk persegi dengan panjang sisinya 6 m. Lantai tersebut akan dipasang ubin berbentuk persegi berukuran 30 cm × 30 cm.

Tentukan banyaknya ubin yang diperlukan untuk menutup lantai.

4.



Perhatikan gambar di samping.

Hitunglah keliling dan luas bangun yang diarsir.

5. Sebuah taman berbentuk persegi. Di sekeliling taman itu ditanami pohon pinus dengan jarak antarpohon 3 m. Panjang sisi taman itu adalah 65 m. Berapakah banyak pohon pinus yang dibutuhkan?

3. Jajargenjang

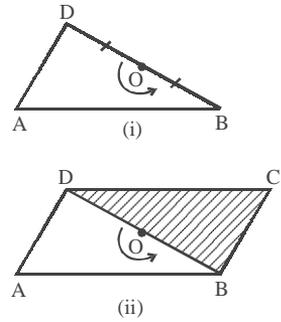
a. Pengertian jajargenjang

Agar kalian memahami pengertian jajargenjang, lakukanlah kegiatan berikut ini.

Buatlah sebarang segitiga, misalnya $\triangle ABD$. Tentukan titik tengah salah satu sisi segitiga tersebut, misalnya titik tengah sisi BD dan beri nama titik O. Kemudian, pada titik yang ditentukan

(titik O) putarlah $\triangle ABD$ sebesar $\frac{1}{2}$ putaran (180°), sehingga terbentuk bangun ABCD seperti Gambar 8.36 (ii). Bangun segitiga BCD merupakan bayangan dari segitiga ABD. Bangun segitiga dan bayangannya yang terbentuk itulah yang dinamakan bangun *jajargenjang*.

Jajargenjang adalah bangun segi empat yang dibentuk dari sebuah segitiga dan bayangannya yang diputar setengah putaran (180°) pada titik tengah salah satu sisinya.



Gambar 8.36

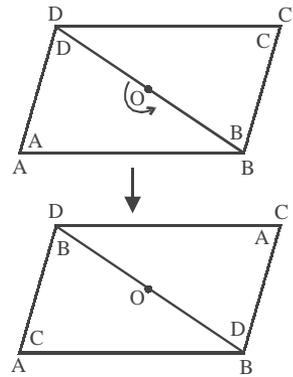
b. Sifat-sifat jajargenjang

Perhatikan Gambar 8.37.

Pada gambar tersebut menunjukkan jajargenjang ABCD. Putarlah $\triangle ABD$ setengah putaran (180°) pada titik O, sehingga diperoleh $AB \leftrightarrow DC$ dan $AD \leftrightarrow BC$.

Akibatnya, $AB = DC$ dan $AD = BC$.

Pada setiap jajargenjang sisi-sisi yang berhadapan *sama panjang* dan *sejajar*.



Gambar 8.37

Pada Gambar 8.37, perhatikan sudut-sudutnya.

Jika jajargenjang diputar setengah putaran (180°) maka diperoleh $\angle A \leftrightarrow \angle C$, $\angle ABD \leftrightarrow \angle BDC$, dan $\angle ADB \leftrightarrow \angle CBD$.

Akibatnya $\angle A = \angle C$, $\angle ABD = \angle BDC$, dan $\angle ADB = \angle CBD$, sedemikian sehingga $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle ABD + \angle CBD$, dan $\angle D = \angle ADB + \angle BDC$.

Pada setiap jajargenjang sudut-sudut yang berhadapan sama besar.

Selanjutnya, perhatikan Gambar 8.38.

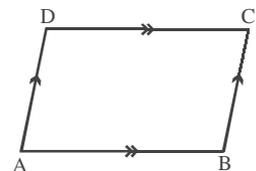
Pada jajargenjang ABCD tersebut $AB \parallel DC$ dan $AD \parallel BC$. Ingat kembali materi terdahulu mengenai garis dan sudut.

Berdasarkan sifat-sifat garis sejajar, karena $AB \parallel DC$, maka diperoleh

- $\angle A$ dalam sepihak dengan $\angle D$, maka $\angle A + \angle D = 180^\circ$.
 - $\angle B$ dalam sepihak dengan $\angle C$, maka $\angle B + \angle C = 180^\circ$.
- Demikian juga karena $AD \parallel BC$, maka diperoleh
- $\angle A$ dalam sepihak dengan $\angle B$, maka $\angle A + \angle B = 180^\circ$.
 - $\angle D$ dalam sepihak dengan $\angle C$, maka $\angle C + \angle D = 180^\circ$.

Soal Tantangan

Gambarlah sebuah jajargenjang PQRS dengan diagonal PR dan QS berpotongan di titik O. Kemudian pada garis diagonal PR, tentukan titik K dan L sedemikian sehingga $PK = LR$. Tunjukkan bahwa $KQ \parallel SL$ dan $KS \parallel QL$.



Gambar 8.38

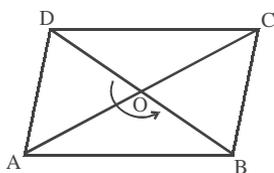
Hal tersebut dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\angle A + \angle D = \angle A + \angle B = 180^\circ$$

$$\angle C + \angle B = \angle C + \angle D = 180^\circ$$

Dari uraian di atas, dapat disimpulkan sebagai berikut.

Pada setiap jajargenjang jumlah pasangan sudut yang saling berdekatan adalah 180° .



Gambar 8.39

Sekarang, perhatikan Gambar 8.39 di samping.

Pada gambar di samping, jika $\triangle ABD$ diputar setengah putaran (180°) pada titik O , akan diperoleh $OA \leftrightarrow OC$ dan $OB \leftrightarrow OD$.

Hal ini menunjukkan bahwa $OA = OC$ dan $OB = OD$.

Padahal $OA + OC = AC$ dan $OB + OD = BD$.

Jadi, dapat disimpulkan sebagai berikut.

Pada setiap jajargenjang kedua diagonalnya saling membagi dua sama panjang.

Berdasarkan uraian di atas, dapat disimpulkan sifat-sifat jajargenjang sebagai berikut.

- (i) Sisi-sisi yang berhadapan pada setiap jajargenjang sama panjang dan sejajar.
- (ii) Sudut-sudut yang berhadapan pada setiap jajargenjang sama besar.
- (iii) Jumlah pasangan sudut yang saling berdekatan pada setiap jajargenjang adalah 180° .
- (iv) Pada setiap jajargenjang kedua diagonalnya saling membagi dua sama panjang.

Tugas Mandiri

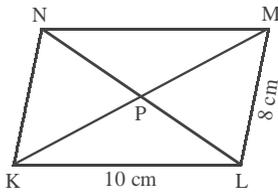
(Berpikir kritis)

Buatlah sebuah bangun jajargenjang dari kertas karton. Tunjukkan berlakunya sifat-sifat jajargenjang pada kesimpulan di atas.

Lakukan hal ini di depan kelas.



Contoh



Gambar 8.40

Pada jajargenjang KLMN di atas, diagonal-diagonalnya berpotongan di titik P. Jika diketahui panjang $KL = 10$ cm, $LM = 8$ cm, dan $\angle KLM = 112^\circ$, tentukan

- panjang MN;
- panjang KN;
- besar $\angle KNM$;
- besar $\angle LKN$.

Penyelesaian:

$KL = 10$ cm, $LM = 8$ cm, dan $\angle KLM = 112^\circ$.

- $MN = KL$
 $= 10$ cm
- $KN = LM$
 $= 8$ cm
- $\angle KNM = \angle KLM$ (sudut yang berhadapan)
 $= 112^\circ$
- $\angle LKN + \angle KNM = 180^\circ$ (sudut yang berdekatan)
 $\angle LKN + 112^\circ = 180^\circ$
 $\angle LKN = 180^\circ - 112^\circ = 68^\circ$

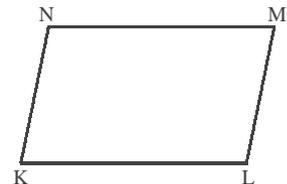
c. Keliling dan luas jajargenjang

1) Keliling jajargenjang

Telah kalian ketahui bahwa keliling bangun datar merupakan jumlah panjang sisi-sisinya. Hal ini juga berlaku pada jajargenjang.

Pada gambar di samping,

$$\begin{aligned} \text{keliling jajargenjang KLMN} &= KL + LM + MN + KN \\ &= KL + LM + KL + LM \\ &= 2(KL + LM) \end{aligned}$$

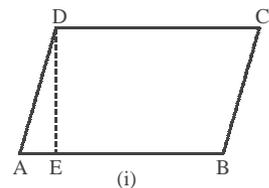


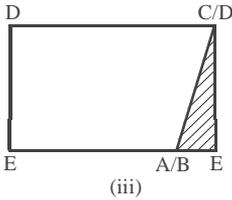
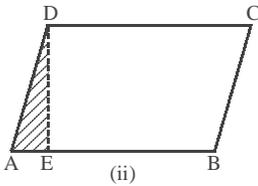
Gambar 8.41

2) Luas jajargenjang

Agar kalian dapat memahami konsep luas jajargenjang, lakukan kegiatan berikut ini.

- Buatlah jajargenjang ABCD, kemudian buatlah garis dari titik D yang memotong tegak lurus (90°) garis AB di titik E.
- Potonglah jajargenjang ABCD menurut garis DE, sehingga menghasilkan dua bangun, yaitu bangun segitiga AED dan bangun segi empat EBCD.





Gambar 8.42

(iii) Gabungkan/tempelkan bangun AED sedemikian sehingga sisi BC berimpit dengan sisi AD (Gambar 8.42 (iii)).

Terbentuklah bangun baru yang berbentuk persegi panjang dengan panjang CD dan lebar DE.

$$\begin{aligned} \text{Luas } ABCD &= \text{panjang} \times \text{lebar} \\ &= CD \times DE \end{aligned}$$

Dari uraian di atas dapat disimpulkan bahwa jajargenjang yang mempunyai alas a dan tinggi t , luasnya (L) adalah

$$\begin{aligned} L &= \text{alas} \times \text{tinggi} \\ &= a \times t \end{aligned}$$

Catatan:

Alas jajargenjang merupakan salah satu sisi jajargenjang, sedangkan tinggi jajargenjang tegak lurus dengan alas.



Contoh

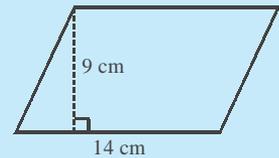
Hitunglah luas jajargenjang yang mempunyai alas 14 cm dan tinggi 9 cm.

Penyelesaian:

Alas (a) = 14 cm dan tinggi (t) = 9 cm.

$$\begin{aligned} \text{Luas jajargenjang} &= a \times t \\ &= 14 \times 9 \\ &= 126 \end{aligned}$$

Jadi, luas jajargenjang tersebut 126 cm².



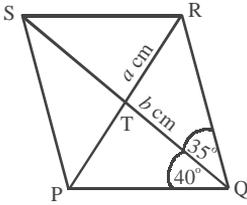
Gambar 8.43

Uji Kompetensi 10

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Pada setiap jajargenjang, tentukan kalimat-kalimat berikut benar atau salah.
 - a. Sisi-sisi yang berhadapan sama panjang.
 - b. Besar sudut-sudut yang berhadapan adalah 90°.
 - c. Jumlah semua sudutnya adalah 180°.
 - d. Kedua diagonalnya saling membagi dua sama panjang.
 - e. Dapat menempati bingkainya kembali setelah diputar setengah putaran dengan pusat titik potong kedua diagonalnya.
2. Pada jajargenjang ABCD diketahui AB = 8 cm, BC = 5 cm, dan ∠A = 60°.
 - a. Gambarlah sketsa dari jajargenjang ABCD.
 - b. Tentukan panjang sisi-sisi yang lain.
 - c. Tentukan besar sudut-sudut yang lain.

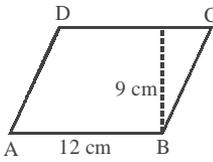
3.



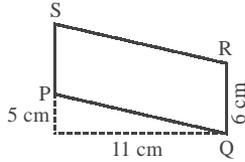
Pada jajargenjang PQRS di atas, diketahui kedua diagonalnya berpotongan di titik T. Jika $RT = a$ cm, $QT = b$ cm, $\angle PQT = 40^\circ$, dan $\angle RQT = 35^\circ$, tentukan

- panjang PT dan ST;
- besar $\angle PSQ$, $\angle RSQ$, dan $\angle S$.

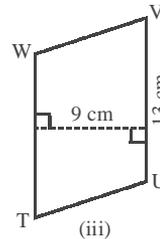
4. Tentukan luas dari masing-masing jajargenjang pada gambar berikut.



(i)

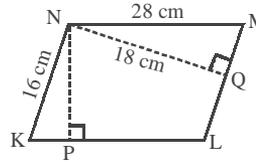


(ii)



(iii)

5. Perhatikan gambar berikut.



- Tentukan keliling jajargenjang KLMN.
- Hitunglah luas jajargenjang KLMN.
- Tentukan panjang NP.

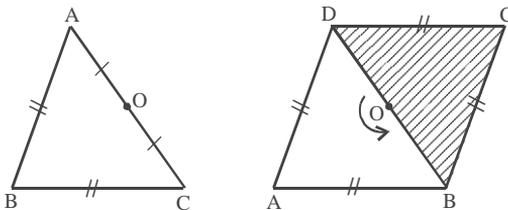
6. Pada sebuah jajargenjang diketahui luasnya 250 cm^2 . Jika panjang alas jajargenjang tersebut $5x$ dan tingginya $2x$, tentukan

- nilai x ;
- panjang alas dan tinggi jajargenjang tersebut.

4. Belah Ketupat

Di bagian depan telah kalian pelajari bahwa persegi panjang yang keempat sisinya sama panjang disebut persegi. Bagaimanakah jika sebuah jajargenjang sisi-sisinya sama panjang?

Pada Gambar 8.44 di bawah, segitiga ABC sama kaki dengan $AB = BC$ dan O titik tengah sisi AC. Jika ΔABC diputar setengah putaran (180°) dengan pusat titik O, akan terbentuk bayangan ΔABC , yaitu ΔBCD . Bangun ABCD disebut bangun belah ketupat.



Gambar 8.44



Soal Tantangan

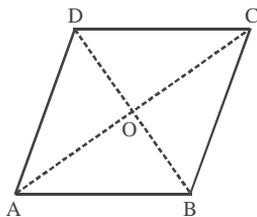
Sebuah ruangan yang berukuran $9 \text{ m} \times 12 \text{ m}$ akan ditutup dengan ubin berbentuk belah ketupat dengan panjang sisinya masing-masing 50 cm . Dapatkah kalian membuat pola pengubinan pada lantai tersebut? Cobalah dengan menggunakan skala $1 : 50$. Berapakah banyaknya ubin yang diperlukan seluruhnya untuk menutup lantai tersebut? Bandingkan hasilnya dengan temanmu yang lain.

Belah ketupat adalah bangun segi empat yang dibentuk dari gabungan segitiga sama kaki dan bayangannya setelah dicerminkan terhadap alasnya.

a. Sifat-sifat belah ketupat

Perhatikan Gambar 8.45.

Belah ketupat pada Gambar 8.45 di samping dibentuk dari segitiga sama kaki ABD dan bayangannya setelah dicerminkan terhadap alasnya.



Gambar 8.45

Dari pencerminan tersebut \overline{AB} akan menempati \overline{BC} dan \overline{AD} akan menempati \overline{DC} , sehingga $AB = BC$ dan $AD = DC$. Karena $\triangle ABD$ sama kaki maka $AB = AD$. Akibatnya $AB = BC = AD = DC$.

Dengan demikian diperoleh sifat sebagai berikut.

Semua sisi belah ketupat sama panjang.

Selanjutnya, perhatikan diagonal AC dan BD pada belah ketupat ABCD. Jika belah ketupat ABCD tersebut dilipat menurut ruas garis AC, $\triangle ABC$ dan $\triangle ADC$ dapat saling menutupi secara tepat (berimpit). Oleh karena itu, \overline{AC} adalah sumbu simetri, sedemikian sehingga sisi-sisi yang bersesuaian pada $\triangle ABC$ dan $\triangle ADC$ sama panjang. Demikian halnya, jika belah ketupat ABCD dilipat menurut ruas garis BD. Segitiga ABD dan segitiga BCD akan saling berimpitan. Dalam hal ini, \overline{BD} adalah sumbu simetri. Padahal, \overline{AC} dan \overline{BD} adalah diagonal-diagonal belah ketupat ABCD. Dengan demikian, diperoleh sifat sebagai berikut.

Kedua diagonal pada belah ketupat merupakan sumbu simetri.

Perhatikan kembali Gambar 8.45.

Putarlah belah ketupat ABCD sebesar setengah putaran dengan pusat titik O, sehingga $OA \leftrightarrow OC$ dan $OB \leftrightarrow OD$.

Oleh karena itu, $OA = OC$ dan $OB = OD$. Akibatnya, $\angle AOB = \angle COB$ dan $\angle AOD = \angle COD$, sedemikian sehingga

$$\angle AOB + \angle BOC = 180^\circ \text{ (berpelurus)}$$

$$\angle AOB + \angle AOB = 180^\circ$$

$$2 \times \angle AOB = 180^\circ$$

$$\angle AOB = 90^\circ$$

Jadi, $\angle AOB = \angle BOC = 90^\circ$.

Kedua diagonal belah ketupat saling membagi dua sama panjang dan saling berpotongan tegak lurus.

Perhatikan kembali belah ketupat ABCD dengan diagonal AC dan BD seperti tampak pada Gambar 8.46.

Apabila belah ketupat ABCD berturut-turut dilipat menurut garis diagonalnya, maka akan terbentuk bangun segitiga yang saling menutup (berimpit). Hal ini berarti $\angle A = \angle C$ dan $\angle B = \angle D$. Akibatnya

$$\angle ACD = \angle ACB$$

$$\angle CAD = \angle CAB$$

$$\angle BDC = \angle BDA$$

$$\angle DBC = \angle DBA$$

Dengan demikian dapat dikatakan sebagai berikut.

Pada setiap belah ketupat sudut-sudut yang berhadapan sama besar dan dibagi dua sama besar oleh diagonal-diagonalnya.

Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan sifat-sifat belah ketupat sebagai berikut.

- (i) Semua sisi pada belah ketupat sama panjang.
- (ii) Kedua diagonal pada belah ketupat merupakan sumbu simetri.
- (iii) Kedua diagonal belah ketupat saling membagi dua sama panjang dan saling berpotongan tegak lurus.
- (iv) Pada setiap belah ketupat sudut-sudut yang berhadapan sama besar dan dibagi dua sama besar oleh diagonal-diagonalnya.

b. Keliling dan luas belah ketupat

Jika belah ketupat mempunyai panjang sisi s maka keliling belah ketupat adalah

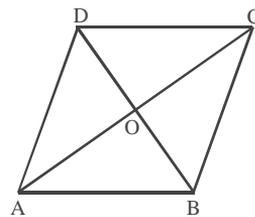
$$K = AB + BC + CD + DA$$

$$K = s + s + s + s$$

$$= 4s$$

Perhatikan kembali Gambar 8.47.

Pada gambar di samping menunjukkan belah ketupat ABCD dengan diagonal-diagonal AC dan BD berpotongan di titik O.



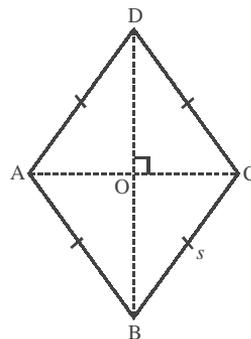
Gambar 8.46



Diskusi

(Berpikir kritis)

Diskusikan dengan temanmu. Tunjukkan bahwa bangun belah ketupat dapat menempati bingkainya dengan empat cara.



Gambar 8.47

$$\begin{aligned}
 \text{Luas belah ketupat ABCD} &= \text{Luas } \triangle ABC + \text{Luas } \triangle ADC \\
 &= \frac{1}{2} \times AC \times OB + \frac{1}{2} \times AC \times OD \\
 &= \frac{1}{2} \times AC \times (OB + OD) \\
 &= \frac{1}{2} \times AC \times BD \\
 &= \frac{1}{2} \times \text{diagonal} \times \text{diagonal}
 \end{aligned}$$

Dari uraian di atas dapat disimpulkan sebagai berikut.

Luas belah ketupat dengan diagonal-diagonalnya d_1 dan d_2 adalah

$$L = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$



Contoh

Sebuah belah ketupat diketahui luasnya 180 cm^2 . Jika panjang salah satu diagonalnya 24 cm , tentukan panjang diagonal yang lain.

Penyelesaian:

$$L = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$

$$180 = \frac{1}{2} \times 24 \times d_2$$

$$180 = 12d_2$$

$$d_2 = \frac{180}{12} = 15$$

Jadi, panjang diagonal belah ketupat yang lain adalah 15 cm .

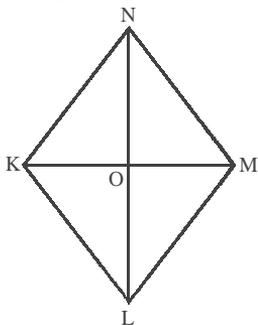


Uji Kompetensi 11

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Gambarlah belah ketupat ABCD dengan kedua diagonalnya berpotongan di titik E.
 - Jika $AE = 12 \text{ cm}$, $BE = 9 \text{ cm}$, dan $\angle BAD = 50^\circ$, hitunglah panjang semua ruas dan besar semua sudut yang lain.
- Diketahui PQRS adalah belah ketupat dengan $P(-4, -2)$, $Q(0, -5)$, dan $R(4, -2)$. Tentukan koordinat titik S dan koordinat titik potong kedua diagonal PQRS.

3. Nyatakan benar atau salah pernyataan berikut, berkaitan dengan belah ketupat.
 - a. Keempat sisinya sama panjang.
 - b. Kedua diagonalnya sama panjang.
 - c. Sudut-sudut yang berdekatan sama besar.
 - d. Kedua diagonalnya merupakan sumbu simetri.
 - e. Dapat menempati bingkainya dengan dua cara.
4. Perhatikan gambar berikut.



KLMN adalah belah ketupat dengan panjang $KM = 24$ cm dan $LN = 32$ cm.

- a. Tentukan panjang KO.
 - b. Tentukan panjang LO.
 - c. Hitunglah panjang setiap sisinya.
5. Hitunglah luas belah ketupat yang panjang diagonal-diagonalnya sebagai berikut.
 - a. 5 cm dan 8 cm
 - b. 10 cm dan 12 cm
 - c. 8 cm dan 15 cm
 - d. 24 cm dan 32 cm
 6. Diketahui ABCD adalah belah ketupat dengan $A(-4, -1)$, $B(-1, -5)$, dan $C(2, -1)$.
 - a. Tentukan koordinat titik D.
 - b. Hitunglah keliling dan luas belah ketupat ABCD.
 7. Panjang diagonal-diagonal suatu belah ketupat diketahui berturut-turut 18 cm dan $(2x + 3)$ cm. Jika luas belah ketupat tersebut 81 cm, tentukan
 - a. nilai x ;
 - b. panjang diagonal yang kedua.

5. Layang-Layang

a. Pengertian layang-layang

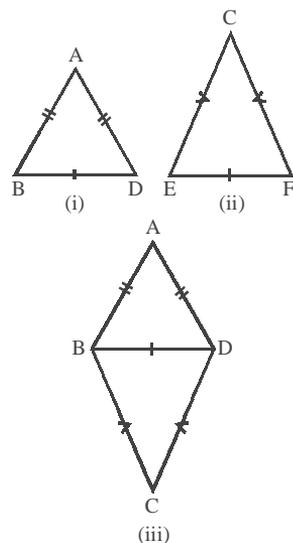
Kalian tentunya pernah melihat atau bermain layang-layang. Dapatkah kalian menggambarkan bentuknya? Bentuk-bentuk seperti itulah yang dinamakan bangun layang-layang.

Untuk mempelajari layang-layang, lakukan kegiatan berikut.

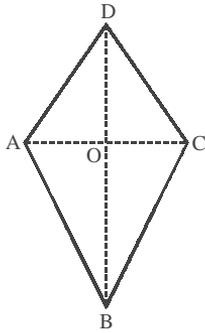
- (i) Buatlah $\triangle ABD$ sama kaki dengan $AB = AD$.
- (ii) Buatlah $\triangle CEF$ dengan $CE = CF$ dan panjang $EF = BD$.
- (iii) Impitkan alas kedua segitiga tersebut, sehingga terbentuk bangun ABCD.

Bangun ABCD disebut bangun *layang-layang*.

Layang-layang adalah segi empat yang dibentuk dari gabungan dua buah segitiga sama kaki yang alasnya sama panjang dan berimpit.



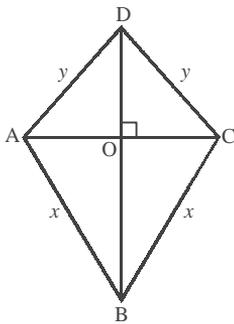
Gambar 8.48



Gambar 8.49

Soal Tantangan

Gambarkanlah sebuah layang-layang dari dua segitiga sama kaki PQS dan RQS. Kemudian tunjukkan bahwa jumlah besar semua sudut layang-layang adalah 360° . Apa yang dapat kalian simpulkan?



Gambar 8.50

b. Sifat-sifat layang-layang

Perhatikan Gambar 8.49.

Pada gambar di samping menunjukkan layang-layang ABCD. Baliklah layang-layang ABCD menurut garis BD, sehingga diperoleh $AD \leftrightarrow CD$ dan $AB \leftrightarrow BC$. Hal ini berarti $AD = CD$ dan $AB = BC$.

Dengan demikian dapat disimpulkan sebagai berikut.

Pada setiap layang-layang, masing-masing sepasang sisinya sama panjang.

Perhatikan sudut-sudut pada layang-layang ABCD pada Gambar 8.49.

Pada layang-layang ABCD tersebut, apabila dibalik menurut garis BD akan diperoleh $\angle DAB \leftrightarrow \angle DCB$. Hal ini berarti bahwa $\angle DAB = \angle DCB$.

Pada setiap layang-layang, terdapat sepasang sudut berhadapan yang sama besar.

Sekarang perhatikan Gambar 8.50.

Apabila layang-layang ABCD dilipat menurut garis BD maka \overline{AD} akan menempati \overline{CD} dan \overline{AB} akan menempati \overline{BC} , sedemikian sehingga $AD = CD$ dan $AB = BC$. Dengan kata lain, ΔABD akan tepat berimpit dengan ΔBCD . Dalam hal ini dapat dikatakan bahwa BD merupakan sumbu simetri. Perhatikan bahwa BD adalah salah satu diagonal layang-layang ABCD.

Menurutmu, apakah \overline{AC} merupakan sumbu simetri pada layang-layang ABCD?

Salah satu diagonal layang-layang merupakan sumbu simetri.

Dengan melipat layang-layang ABCD menurut \overline{BD} maka

(i) $A \leftrightarrow C$, $O \leftrightarrow O$, dan $OA \leftrightarrow OC$, sehingga $OA = OC =$

$$\frac{1}{2} AC;$$

(ii) $\angle AOD \leftrightarrow \angle COD$, sehingga $\angle AOD = \angle COD =$

$$\frac{180^\circ}{2} = 90^\circ;$$

$\angle AOB \leftrightarrow \angle BOC$, sehingga $\angle AOB = \angle BOC =$

$$\frac{180^\circ}{2} = 90^\circ.$$

Berdasarkan (i) dan (ii) dapat dikatakan bahwa \overline{BD} tegak lurus \overline{AC} dan $OA = OC$.

Salah satu diagonal layang-layang membagi diagonal lainnya menjadi dua bagian sama panjang dan kedua diagonal itu saling tegak lurus.

Berdasarkan uraian di atas, dapat disimpulkan sifat layang-layang sebagai berikut.

- (i) Masing-masing sepasang sisinya sama panjang.
- (ii) Sepasang sudut yang berhadapan sama besar.
- (iii) Salah satu diagonalnya merupakan sumbu simetri.
- (iv) Salah satu diagonal layang-layang membagi diagonal lainnya menjadi dua bagian sama panjang dan kedua diagonal itu saling tegak lurus.

c. Keliling dan luas layang-layang

Keliling layang-layang ABCD pada Gambar 8.51 sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \text{Keliling (K)} &= AB + BC + CD + DA \\ &= x + x + y + y \\ &= 2x + 2y \\ &= 2(x + y) \end{aligned}$$

Layang-layang ABCD pada gambar di samping dibentuk dari dua segitiga sama kaki ABC dan ADC.

$$\begin{aligned} \text{Luas layang-layang ABCD} &= \text{luas } \Delta ABC + \text{luas } \Delta ADC \\ &= \frac{1}{2} \times AC \times OB + \frac{1}{2} \times AC \times OD \\ &= \frac{1}{2} \times AC \times (OB + OD) \\ &= \frac{1}{2} \times AC \times BD \end{aligned}$$

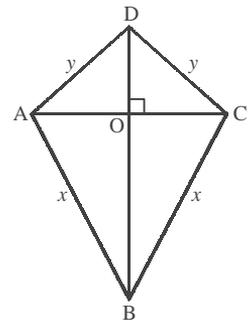
Secara umum dapat dituliskan sebagai berikut.

Keliling (K) dan luas (L) layang-layang dengan panjang sisi pendek y dan panjang sisi panjang x serta diagonalnya masing-masing d_1 dan d_2 adalah

$$\begin{aligned} K &= 2(x + y) \\ L &= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 \end{aligned}$$

(Menumbuhkan kreativitas)

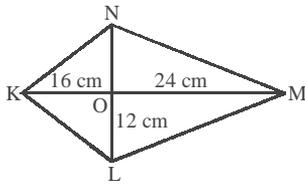
Buatlah sebuah layang-layang dengan kerangka dari bilah bambu. Tunjukkan berlakunya sifat-sifat layang-layang seperti uraian di samping. Ukurlah panjang masing-masing diagonalnya. Kemudian, tentukan keliling dan luas layang-layang tersebut. Susunlah hasilnya dalam bentuk laporan dan kumpulkan kepada gurumu.



Gambar 8.51



Contoh



Gambar 8.52

Diketahui layang-layang KLMN dengan panjang $KO = 16$ cm, $LO = 12$ cm, dan $MO = 24$ cm seperti tampak pada Gambar 8.52.

- Tentukan panjang KL.
- Tentukan panjang MN.
- Hitunglah keliling KLMN.
- Hitunglah luas KLMN.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{a. } KL^2 &= KO^2 + LO^2 \\ &= 16^2 + 12^2 \\ &= 256 + 144 \\ &= 400 \end{aligned}$$

$$KL = \sqrt{400} = 20 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } MN^2 &= NO^2 + MO^2 \\ &= 12^2 + 24^2 \\ &= 144 + 576 = 720 \end{aligned}$$

$$MN = \sqrt{720} = 12\sqrt{5} \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } \text{Keliling KLMN} &= KL + LM + MN + KN \\ &= (20 + 12\sqrt{5} + 12\sqrt{5} + 20) \text{ cm} \\ &= (40 + 24\sqrt{5}) \text{ cm} \end{aligned}$$

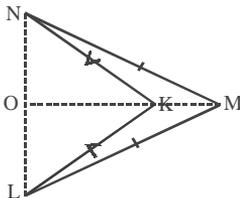
$$\begin{aligned} \text{d. } \text{Luas KLMN} &= \frac{1}{2} \times KM \times LN \\ &= \frac{1}{2} \times 40 \text{ cm} \times 24 \text{ cm} \\ &= 480 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



Uji Kompetensi 12

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Perhatikan layang-layang KLMN berikut.
- Hitunglah luas layang-layang yang panjang diagonal-diagonalnya sebagai berikut.



Pada gambar di atas diketahui besar

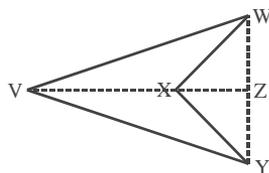
$$\angle LKO = 35^\circ \text{ dan } \angle MLN = 65^\circ.$$

Hitunglah besar semua sudut yang lain.

- 8 cm dan 12 cm
- 9 cm dan 16 cm
- 15 cm dan 18 cm
- 13 cm dan 21 cm

3. PQRS diketahui suatu bangun dengan $P(-2, 4)$; $Q(2, 1)$; $R(8, 4)$; dan $S(2, 7)$, sedangkan T titik potong kedua diagonalnya.
- Bangun apakah yang terbentuk apabila PQRS dihubungkan?
 - Tentukan koordinat titik T.
 - Hitunglah luas bangun PQRS.
 - Jika $\angle PQT = 40^\circ$ dan $\angle TSR = 65^\circ$, tentukan besar $\angle PQR$ dan $\angle QRS$.

4. Perhatikan gambar di bawah ini.

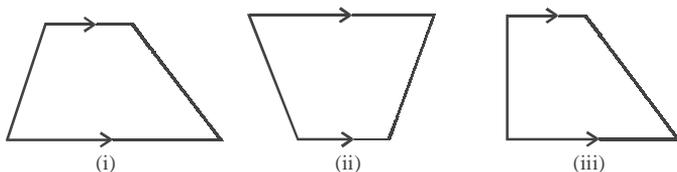


Pada gambar di atas diketahui $XZ = 9$ cm, $WZ = 9$ cm, dan $VZ = 24$ cm. Hitunglah luas layang-layang VWXY.

5. Diketahui luas suatu layang-layang adalah 192 cm^2 . Jika diagonal d_1 dan d_2 memiliki perbandingan $d_1 : d_2 = 2 : 3$, tentukan panjang diagonal d_1 dan d_2 .

6. Trapesium

Perhatikan Gambar 8.53.



Gambar 8.53

Gambar tersebut adalah berbagai macam bangun trapesium.

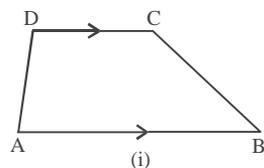
Trapesium adalah bangun segi empat yang mempunyai tepat sepasang sisi yang berhadapan sejajar.

a. Jenis-jenis trapesium

Secara umum ada tiga jenis trapesium sebagai berikut.

(i) Trapesium sebarang

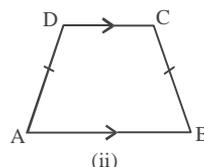
Trapesium sebarang adalah trapesium yang keempat sisinya tidak sama panjang. Pada gambar di samping, $AB \parallel DC$, sedangkan masing-masing sisi yang membentuknya, yaitu AB, BC, CD, dan AD tidak sama panjang.

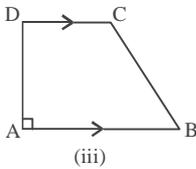


(ii) Trapesium sama kaki

Trapesium sama kaki adalah trapesium yang mempunyai sepasang sisi yang sama panjang, di samping mempunyai sepasang sisi yang sejajar.

Pada gambar di samping, $AB \parallel DC$ dan $AD = BC$.



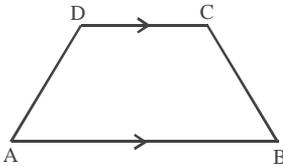


Gambar 8.54

(iii) Trapesium siku-siku

Trapesium siku-siku adalah trapesium yang salah satu sudutnya merupakan sudut siku-siku (90°).

Pada gambar di samping, selain $AB \parallel DC$, juga tampak bahwa besar $\angle DAB = 90^\circ$ (siku-siku).



Gambar 8.55

b. Sifat-sifat trapesium

Perhatikan Gambar 8.55.

Pada gambar tersebut menunjukkan bangun trapesium ABCD. Karena AB sejajar DC ($AB \parallel DC$), maka diperoleh

- $\angle DAB$ dalam sepihak dengan $\angle ADC$, sehingga $\angle DAB + \angle ADC = 180^\circ$.
- $\angle ABC$ dalam sepihak dengan $\angle BCD$, sehingga $\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$.

Secara umum dapat dikatakan bahwa

jumlah sudut yang berdekatan di antara dua sisi sejajar pada trapesium adalah 180° .

Trapesium sama kaki mempunyai ciri-ciri khusus, yaitu

- 1) diagonal-diagonalnya sama panjang;
- 2) sudut-sudut alasnya sama besar;
- 3) dapat menempati bingkainya dengan dua cara.

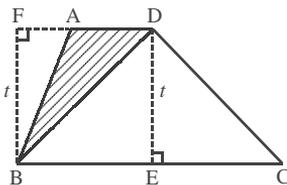


Diskusi

(Berpikir kritis)

Diskusikan dengan temanmu.

Buktikan ciri-ciri khusus yang berlaku pada trapesium sama kaki seperti tercantum di samping.



Gambar 8.56

c. Keliling dan luas trapesium

Keliling trapesium ditentukan dengan cara yang sama seperti menentukan keliling bangun datar yang lain, yaitu dengan menjumlahkan panjang sisi-sisi yang membatasi trapesium.

Perhatikan Gambar 8.56.

Gambar di samping menunjukkan bahwa trapesium ABCD dipotong menurut diagonal BD, sehingga tampak bahwa trapesium ABCD dibentuk dari $\triangle ABD$ dan $\triangle BCD$ yang masing-masing alasnya AD dan BC serta tinggi t (DE).

Luas trapesium ABCD = Luas $\triangle ABD$ + Luas $\triangle BCD$

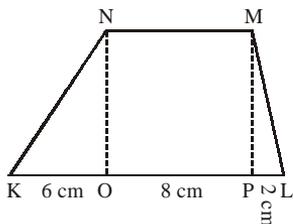
$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \times AD \times FB + \frac{1}{2} \times BC \times DE \\
 &= \frac{1}{2} \times AD \times t + \frac{1}{2} \times BC \times t \\
 &= \frac{1}{2} \times t \times (AD + BC)
 \end{aligned}$$

Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan sebagai berikut.

$$\text{Luas trapesium} = \frac{1}{2} \times \text{jumlah sisi sejajar} \times \text{tinggi}$$

Contoh

Perhatikan gambar berikut.



Gambar 8.57

KLMN adalah trapesium dengan MNOP suatu persegi dan $OP = 8$ cm. Jika $KO = 6$ cm, $PL = 2$ cm, $KN = 10$ cm, dan

$LM = 2\sqrt{17}$ cm, tentukan

- panjang \overline{MN} ;
- keliling trapesium KLMN;
- luas trapesium KLMN.

Penyelesaian:

- Panjang $\overline{MN} = \overline{OP} = 8$ cm
- Alas = $KL = KO + OP + PL$
 $= 6 \text{ cm} + 8 \text{ cm} + 2 \text{ cm}$
 $= 16 \text{ cm}$

Keliling trapesium KLMN adalah

$$\begin{aligned} K &= KL + LM + MN + KN \\ &= 16 \text{ cm} + 2\sqrt{17} \text{ cm} + 8 \text{ cm} + 10 \text{ cm} \\ &= (34 + 2\sqrt{17}) \text{ cm} \end{aligned}$$

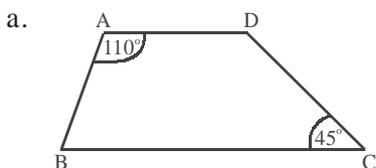
- Luas trapesium KLMN adalah

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2} \times (NM + KL) \times NO \\ &= \frac{1}{2} \times (8 + 16) \times 8 \\ &= 96 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

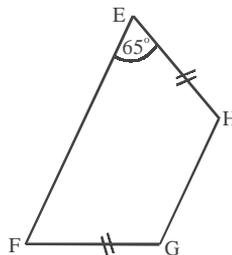
Uji Kompetensi 13

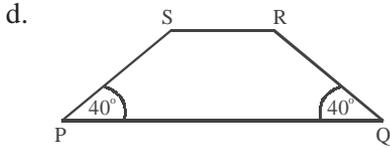
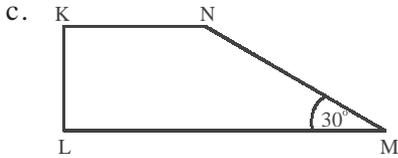
Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Tentukan besar semua sudut yang belum diketahui dari trapesium berikut.

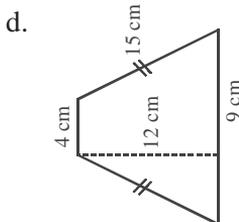
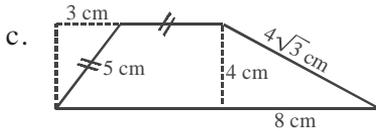
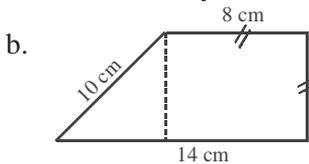
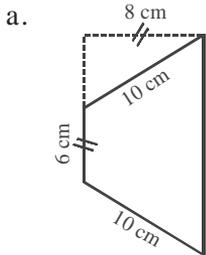


-





2. Hitunglah keliling dan luas trapesium berikut.

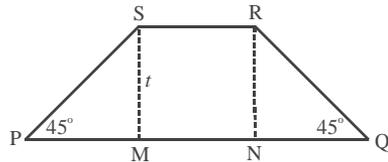


3. Gambarlah trapesium sama kaki PQRS dengan alas PQ dan $\angle PQR = 40^\circ$.
- Tentukan besar sudut yang lain.
 - Sebutkan pasangan sisi yang sama panjang.

4. Perbandingan panjang sisi sejajar pada sebuah trapesium sama kaki adalah 2 : 5. Diketahui besar sudut pada salah kaki trapesium adalah 60° , panjang kaki trapesium = 10 cm, tinggi = 8 cm, dan luasnya 80 cm^2 . Tentukan

- besar sudut yang belum diketahui;
- panjang sisi-sisi yang sejajar;
- keliling trapesium.

5. Perhatikan gambar berikut.



Pada gambar di atas diketahui trapesium PQRS sama kaki dengan $PS = QR$, $PQ = 48 \text{ cm}$, $SR = 26 \text{ cm}$, dan $\angle SPM = \angle RQN = 45^\circ$.

Tentukan

- besar $\angle MSP$ dan $\angle RNQ$,
- panjang MN,
- panjang PM, QN, dan t ,
- luas PQRS.



F. MELUKIS SEGITIGA

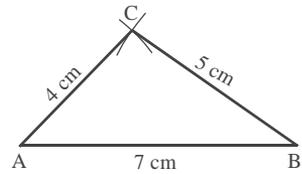
1. Melukis Segitiga Apabila Diketahui Panjang Ketiga Sisinya (Sisi, Sisi, Sisi)

Apabila sebuah segitiga diketahui panjang sisi-sisinya, maka segitiga tersebut dapat dilukis dengan menggunakan jangka dan penggaris. Untuk lebih jelasnya pelajari uraian berikut.

Misalkan kita akan melukis ΔABC jika diketahui $AB = 7$ cm, $BC = 5$ cm, dan $AC = 4$ cm.

Langkah-langkahnya sebagai berikut.

- 1) Buatlah ruas garis AB dengan panjang 7 cm.
- 2) Dengan pusat titik A buatlah busur lingkaran dengan jari-jari 4 cm.
- 3) Kemudian dengan pusat titik B buatlah busur lingkaran dengan jari-jari 5 cm sehingga memotong busur pertama di titik C .
- 4) Hubungkan titik A dengan titik C dan titik B dengan titik C , sehingga terbentuk ΔABC .



Gambar 8.58

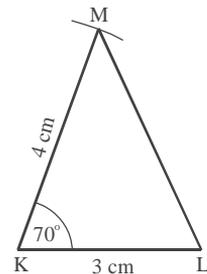
Tiga buah garis dapat dibentuk menjadi sebuah segitiga jika jumlah panjang dua garis lebih panjang daripada panjang garis yang ketiga.

2. Melukis Segitiga jika Diketahui Dua Sisi dan Sudut Apit Kedua Sisi Tersebut (Sisi, Sudut, Sisi)

Misalkan kita akan melukis ΔKLM jika diketahui panjang $KL = 3$ cm, $\angle LKM = 70^\circ$, dan panjang $KM = 4$ cm.

Langkah-langkahnya sebagai berikut.

- 1) Buatlah ruas garis KL dengan panjang 3 cm.
- 2) Dengan menggunakan busur derajat, pada titik K buatlah sudut yang besarnya 70° .
- 3) Kemudian dari titik K buatlah busur lingkaran dengan panjang jari-jari 4 cm, sehingga berpotongan di titik M .
- 4) Hubungkan titik L dan M sehingga terlukislah ΔKLM .



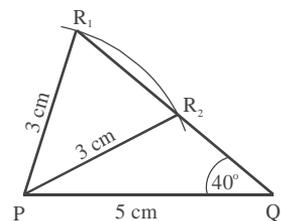
Gambar 8.59

3. Melukis Segitiga jika Diketahui Dua Sisi dan Satu Sudut di Hadapan Salah Satu dari Kedua Sisi Tersebut

Misalkan kita akan melukis ΔPQR dengan $PQ = 5$ cm; $PR = 3$ cm; dan $\angle PQR = 40^\circ$.

Langkah-langkahnya sebagai berikut.

- 1) Buatlah ruas garis PQ dengan panjang 5 cm.
- 2) Lukislah sudut di titik Q sebesar 40° dengan menggunakan busur derajat.
- 3) Dengan titik P sebagai pusat, buatlah busur lingkaran dengan jari-jari 3 cm, sehingga memotong garis tersebut di titik R_1 dan R_2 .



Gambar 8.60

- 4) Hubungkan titik P dengan R_1 dan titik P dengan R_2 , sehingga diperoleh ΔPQR_1 dan ΔPQR_2 .

Berdasarkan uraian tersebut, dapat kita katakan sebagai berikut.

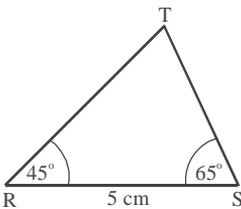
Jika kita melukis segitiga dimana diketahui dua sisi dan satu sudut di hadapan salah satu dari kedua sisi tersebut maka akan diperoleh dua buah kemungkinan lukisan segitiga.

4. Melukis Segitiga jika Diketahui Satu Sisi dan Dua Sudut pada Kedua Ujung Sisi Tersebut (Sudut, Sisi, Sudut)

Misalkan kita akan melukis ΔRST apabila diketahui panjang $RS = 5$ cm, $\angle TRS = 45^\circ$, dan $\angle TSR = 65^\circ$.

Langkah-langkahnya sebagai berikut.

- 1) Buatlah ruas garis RS dengan panjang 5 cm.
- 2) Dari titik R , buatlah sudut yang besarnya 45° dengan menggunakan busur derajat.
- 3) Kemudian dari titik S , buatlah sudut yang besarnya 65° sehingga berpotongan di titik T .
- 4) ΔRST adalah segitiga yang dimaksud.



Gambar 8.61



Diskusi

(Berpikir kritis)

Diskusikan dengan temanmu.

Dapatkah kalian melukis sebuah segitiga ABC apabila diketahui panjang $AB = 10$ cm, $\angle BAC = 115^\circ$, dan $BC = 8$ cm?

Cobalah selidiki dan berilah alasannya.

Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan bahwa suatu segitiga dapat dilukis jika diketahui

- 1) panjang ketiga sisinya;
- 2) panjang dua buah sisi dan besar sudut yang mengapit kedua sisi tersebut;
- 3) panjang dua buah sisi dan besar sudut di hadapan salah satu sisi tersebut;
- 4) besar dua buah sudut dan panjang sisi di antara sudut tersebut.



Uji Kompetensi 14

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Lukislah segitiga-segitiga berikut ini.
 - a. ΔABC dengan $AB = 6$ cm, $BC = 8$ cm, dan $\angle B = 90^\circ$.
 - b. ΔKLM dengan $KL = LM = 7$ cm dan $KM = 5$ cm.
 - c. ΔPQR dengan $PQ = QR = PR = 8$ cm.
2. Lukislah ΔABC jika diketahui
 - a. $AB = 3$ cm, $BC = 4$ cm, dan $AC = 6$ cm.

- b. $AB = 5 \text{ cm}$, $BC = 8 \text{ cm}$, dan $AC = 10 \text{ cm}$.
- c. $AB = 9 \text{ cm}$, $BC = 15 \text{ cm}$, dan $AC = 18 \text{ cm}$.
3. Lukislah $\triangle DEF$ jika diketahui
- a. $DE = 5 \text{ cm}$, $\angle EDF = 70^\circ$, dan $DF = 4 \text{ cm}$.
- b. $DE = 6 \text{ cm}$, $\angle FDE = 50^\circ$, dan $DF = 5 \text{ cm}$.
- c. $DE = 7,5 \text{ cm}$, $\angle EDF = 105^\circ$, dan $DF = 12 \text{ cm}$.
4. Lukislah $\triangle XYZ$ jika diketahui
- a. $XY = 3 \text{ cm}$, $\angle YXZ = 50^\circ$, dan $\angle XYZ = 30^\circ$.
- b. $YZ = 8 \text{ cm}$, $\angle XYZ = 80^\circ$, dan $\angle XZY = 50^\circ$.
- c. $ZY = 15 \text{ cm}$, $\angle XZY = 108^\circ$, dan $\angle XYZ = 32^\circ$.



MELUKIS SEGITIGA SAMA KAKI DAN SEGITIGA SAMA SISI

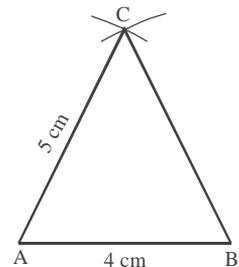
1. Melukis Segitiga Sama Kaki

Telah kalian pelajari bahwa segitiga sama kaki adalah segitiga yang mempunyai dua sisi sama panjang. Untuk melukis segitiga tersebut, perhatikan contoh berikut.

Misalkan kita akan melukis $\triangle ABC$ sama kaki dengan $AB = 4 \text{ cm}$ dan $AC = BC = 5 \text{ cm}$.

Langkah-langkahnya sebagai berikut.

1. Buatlah ruas garis AB yang panjangnya 4 cm .
2. Dengan pusat titik A buatlah busur lingkaran dengan jari-jari 5 cm .
3. Kemudian dengan jari-jari yang sama, buatlah busur lingkaran dengan pusat titik B , sehingga berpotongan dengan busur pertama di titik C .
4. Hubungkan titik A dengan titik C dan titik B dengan titik C , sehingga diperoleh $\triangle ABC$ yang merupakan segitiga sama kaki.



Gambar 8.62

2. Melukis Segitiga Sama Sisi

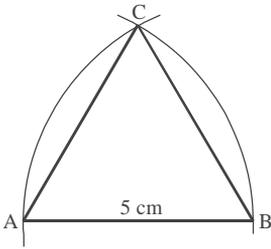
Agar kalian memahami cara melukis segitiga sama sisi, perhatikan uraian berikut.

Misalkan kita akan melukis $\triangle ABC$ sama sisi dengan panjang setiap sisinya 5 cm .

Langkah-langkahnya sebagai berikut.

1. Buatlah ruas garis AB dengan panjang 5 cm .





Gambar 8.63

2. Dengan pusat titik A, buatlah busur lingkaran dengan jari-jari 5 cm.
3. Kemudian dengan jari-jari yang sama, buatlah busur lingkaran dengan pusat titik B, sehingga memotong busur pertama di titik C.
4. Hubungkan titik A dengan C dan titik B dengan C, sehingga diperoleh ΔABC sama sisi dengan $AB = BC = AC = 5$ cm.



Uji Kompetensi 15

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

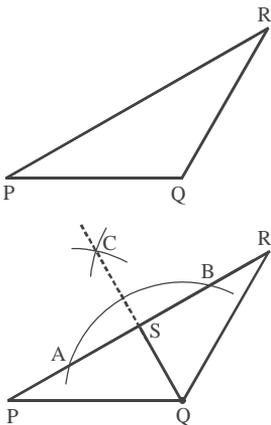
1. Lukislah ΔABC sama kaki dengan
 - a. $AB = 4$ cm, $BC = 3$ cm, $AC = 4$ cm;
 - b. $AB = 5$ cm, $BC = 5$ cm, $AC = 4$ cm;
 - c. $AB = 3,5$ cm, $BC = 2$ cm, $AC = 3,5$ cm;
 - d. $AB = 6$ cm, $BC = 4,5$ cm, $AC = 4,5$ cm.
2. Lukislah ΔPQR sama sisi dengan
 - a. $PQ = 4$ cm, $QR = 4$ cm, $PR = 4$ cm;
 - b. $PQ = 5,5$ cm, $QR = 5,5$ cm, $PR = 5,5$ cm;
 - c. $PQ = 6$ cm, $QR = 6$ cm, $PR = 6$ cm;
 - d. $PQ = 3,5$ cm, $QR = 3,5$ cm, $PR = 3,5$ cm.



H. MELUKIS GARIS-GARIS ISTIMEWA PADA SEGITIGA

Pada bagian ini kalian akan mempelajari mengenai cara melukis garis-garis istimewa yang terdapat pada sebuah segitiga.

Ada empat garis istimewa yang terdapat pada suatu segitiga, yaitu garis tinggi, garis bagi, garis sumbu, dan garis berat.



Gambar 8.64

1. Garis Tinggi

Telah kalian pelajari di bagian depan bahwa garis tinggi segitiga selalu tegak lurus pada alasnya. Jadi, ada tiga garis tinggi pada suatu segitiga.

Garis tinggi segitiga adalah garis yang ditarik dari sebuah titik sudut segitiga tegak lurus sisi di hadapannya.

Misalkan kita akan melukis garis tinggi ΔPQR di titik Q. Langkah-langkahnya sebagai berikut.

- a. Lukislah busur lingkaran dari titik Q sehingga memotong \overline{PR} di titik A dan B.

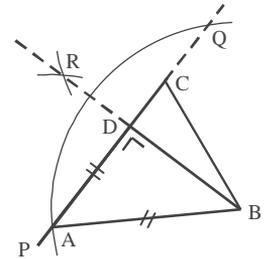
- b. Dari titik A dan B, masing-masing lukislah busur lingkaran dengan jari-jari yang sama sehingga berpotongan di titik C.
- c. Hubungkan titik Q dan titik C sehingga memotong \overline{PR} di titik S. Garis \overline{QS} adalah garis tinggi sisi PR.

Peragakanlah langkah-langkah di atas untuk melukis garis tinggi sisi PQ dan QR.

Sekarang, perhatikan segitiga sama kaki ABC pada Gambar 8.65. Kita akan melukis garis tinggi ΔABC di titik B.

Langkah-langkahnya sebagai berikut.

- a. Lukislah busur lingkaran dari titik B sehingga memotong \overline{AC} dan perpanjangannya di titik P dan Q.
- b. Dari titik P dan Q, masing-masing lukislah busur lingkaran dengan jari-jari yang sama sehingga berpotongan di titik R.
- c. Hubungkan titik B dan R sehingga memotong \overline{AC} di titik D. \overline{BD} adalah garis tinggi sisi AC.



Gambar 8.65

2. Garis Bagi

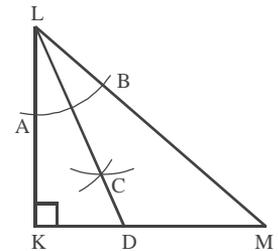
Pada bab terdahulu kalian telah mempelajari cara membagi sudut menjadi dua sama besar. Konsep itu digunakan pada bagian ini untuk melukis garis bagi suatu segitiga.

Garis bagi segitiga adalah garis yang ditarik dari titik sudut segitiga dan membagi sudut menjadi dua sama besar.

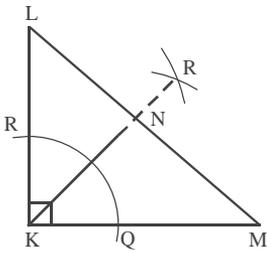
Karena ada tiga titik sudut segitiga, maka pada segitiga ada tiga garis bagi.

Diketahui ΔKLM siku-siku di K. Langkah-langkah untuk melukis garis bagi $\angle L$ pada ΔKLM sebagai berikut.

- a. Lukislah busur lingkaran dari titik L sehingga memotong \overline{KL} di titik A dan \overline{LM} di titik B.
- b. Dari titik A dan B, masing-masing lukislah busur lingkaran dengan jari-jari yang sama sehingga saling berpotongan di titik C.
- c. Hubungkan titik L dan titik C sehingga memotong \overline{KM} di titik D. \overline{LD} adalah garis bagi sudut L.



Gambar 8.66



Gambar 8.67

Sekarang, coba perhatikan langkah-langkah untuk melukis garis bagi $\angle K$ pada ΔKLM berikut ini.

- Lukislah busur lingkaran dari titik K sehingga memotong \overline{KL} di titik P dan \overline{KM} di titik Q.
- Dari titik P dan Q, masing-masing lukislah busur lingkaran dengan jari-jari yang sama sehingga saling berpotongan di titik R.
- Hubungkan titik K dan R sehingga memotong \overline{LM} di titik N. \overline{KN} adalah garis bagi $\angle K$.

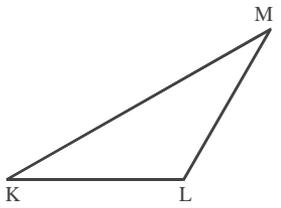
Dengan cara yang sama, kalian dapat melukis garis bagi $\angle M$ pada ΔKLM . Coba, peragakan hal ini di depan kelas.

3. Garis Sumbu

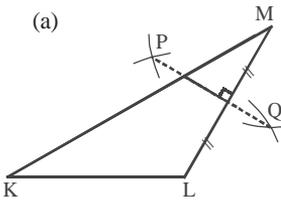
Garis sumbu suatu segitiga adalah garis yang membagi sisi-sisi segitiga menjadi dua bagian sama panjang dan tegak lurus pada sisi-sisi tersebut.

Misalkan diketahui ΔKLM seperti Gambar 8.68.

Langkah-langkah melukis garis sumbu sisi LM sebagai berikut.



(a)



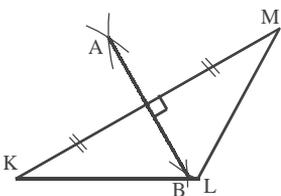
(b)

Gambar 8.68

- Lukislah busur lingkaran dari titik L dengan jari-jari lebih dari $\frac{1}{2}LM$.
- Kemudian dengan jari-jari yang sama lukislah busur lingkaran dari titik M, sehingga memotong busur pertama di titik P dan Q.
- Hubungkan titik P dan Q, sehingga terbentuk garis PQ. Garis PQ merupakan garis sumbu pada sisi LM.

Sekarang, perhatikan langkah-langkah melukis garis sumbu sisi KM pada ΔKLM berikut. Cermati, agar kalian paham cara melukis garis sumbu pada segitiga.

Langkah-langkah melukis garis sumbu sisi KM sebagai berikut.



Gambar 8.69

- Lukislah busur lingkaran dari titik K dengan jari-jari lebih dari $\frac{1}{2}KM$.
- Kemudian, dengan jari-jari yang sama lukislah busur lingkaran dari titik M, sehingga memotong busur pertama di titik A dan B.

- c. Hubungkan titik A dan B, sehingga terbentuk garis AB. Garis AB merupakan garis sumbu sisi KM.

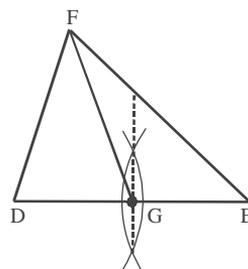
Peragakanlah langkah-langkah tersebut untuk melukis garis sumbu sisi KL pada ΔKLM .

4. Garis Berat

Garis berat suatu segitiga adalah garis yang ditarik dari titik sudut suatu segitiga dan membagi sisi di hadapannya menjadi dua bagian sama panjang.

Misalkan diketahui ΔDEF sebarang seperti pada gambar di samping. Langkah-langkah untuk melukis garis berat $\angle F$ sebagai berikut.

- Lukislah garis sumbu pada sisi DE sehingga memotong \overline{DE} di titik G.
- Hubungkan titik F dan titik G. Garis FG adalah garis berat $\angle F$.

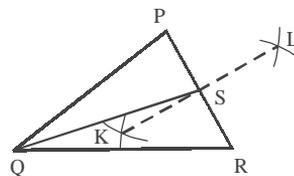


Gambar 8.70

Selanjutnya, kita akan melukis garis berat $\angle Q$ pada segitiga sebarang PQR berikut.

Langkah-langkahnya sebagai berikut.

- Lukislah garis sumbu pada sisi PR sehingga memotong \overline{PR} di titik S.
- Hubungkan titik Q dan titik S. \overline{QS} adalah garis berat $\angle Q$.

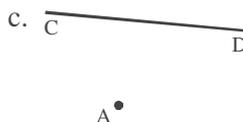
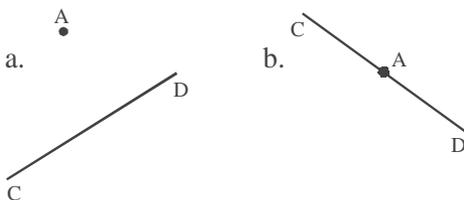


Gambar 8.71

Uji Kompetensi 16

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

1. Dengan menggunakan jangka dan penggaris, salin dan lukislah garis yang tegak lurus CD melalui titik A berikut.



2. Gambarlah segitiga tumpul KLM, kemudian lukislah ketiga garis tinggi pada segitiga tersebut.

- Gambarlah ΔABC siku-siku di titik A dengan $AB = 6$ cm dan $AC = 5$ cm. Kemudian lukislah ketiga garis berat pada ΔABC tersebut dan tentukan titik perpotongannya.
- Gambarlah ΔDEF sama kaki dengan $DE = DF$. Lukislah ketiga garis sumbu pada segitiga tersebut.



I. MENYELESAIKAN MASALAH YANG BERKAITAN DENGAN SEGI EMPAT



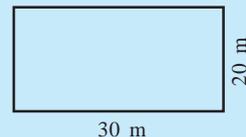
Contoh

- Sebuah halaman rumah berbentuk persegi panjang dengan ukuran panjang 30 meter dan lebar 20 meter. Di sekeliling halaman rumah tersebut akan dipasang pagar dengan biaya pembuatan pagar Rp50.000,00 per meter. Tentukan besar biaya yang diperlukan untuk membuat pagar tersebut.
- Made membuat layang-layang dengan panjang salah satu diagonalnya 16 cm. Hitunglah panjang diagonal yang lain jika luas layang-layang tersebut 192 cm.

Penyelesaian:

Pembuatan pagar di sekeliling halaman rumah berbentuk persegi panjang sama dengan menentukan keliling halaman rumah.

$$\begin{aligned}
 K &= 2 \times (p + l) \\
 &= 2 \times (30 + 20) \\
 &= 2 \times 50 \\
 &= 100 \text{ m}
 \end{aligned}$$



Gambar 8.72

$$\begin{aligned}
 \text{Biaya} &= 100 \times \text{Rp}50.000,00 \\
 &= \text{Rp}5.000.000,00
 \end{aligned}$$

Jadi, biaya untuk pembuatan pagar tersebut Rp5.000.000,00.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}
 \text{Luas layang-layang} &= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 \\
 192 &= \frac{1}{2} \times 16 \times d_2 \\
 d_2 &= \frac{192 \times 2}{16} \\
 &= 24
 \end{aligned}$$

Jadi, panjang diagonal layang-layang adalah 24 cm.



Tugas Mandiri

(Menumbuhkan kreativitas)

Amatilah kejadian (peristiwa) di lingkungan sekitarmu. Tuliskan 5 masalah yang berkaitan dengan keliling dan luas segi empat, kemudian selesaikanlah. Tuliskan hasilnya dalam bentuk laporan dan kumpulkan kepada gurumu.



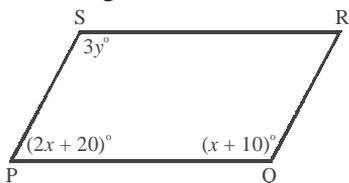
Uji Kompetensi 17

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugasmu.

- Sebuah lapangan berukuran $110 \text{ m} \times 90 \text{ m}$. Di tepi lapangan itu dibuat jalan dengan lebar 3 m mengelilingi lapangan.
 - Tentukan luas jalan tersebut.
 - Jika jalan tersebut akan dikeraskan dengan biaya Rp35.000,00 tiap m^2 , berapakah biaya seluruh pengerasan jalan itu?
- Seorang petani mempunyai sebidang tanah berukuran panjang 24 m dan lebar 15 m. Tanah tersebut akan dibuat sebuah kolam berbentuk belah ketupat dengan panjang diagonal-diagonalnya berturut-turut 9 m dan 12 m, sedangkan sisanya akan ditanami pohon pisang. Berapakah luas tanah yang ditanami pohon pisang?
- Diketahui bentuk atap sebuah rumah terdiri atas sepasang trapesium sama kaki dan sepasang segitiga sama kaki. Pada atap yang berbentuk trapesium panjang sisi sejajarnya masing-masing 5 m dan 3 m. Adapun pada atap yang berbentuk segitiga panjang alasnya 7 m. Tinggi trapesium sama dengan tinggi segitiga = 4 m.
 - Tentukan banyak genteng yang dibutuhkan untuk menutup atap tersebut, jika tiap 1 m^2 diperlukan 25 buah genteng.
 - Jika harga 1 buah genteng Rp1.500,00, berapakah biaya yang dibutuhkan seluruhnya?
- Danang akan membuat sebuah layang-layang. Ia menyediakan dua potong lidi yang digunakan sebagai kerangka dengan panjang masing-masing 40 cm dan 24 cm. Tentukan luas minimal kertas yang dibutuhkan untuk membuat layang-layang tersebut.
- Diketahui titik O adalah titik potong diagonal-diagonal persegi panjang ABCD yang berukuran $8 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$. Gambarkan diagonal BD dan garis PQ yang memotong sama panjang AB di P dan CD di Q. Arsirlah $\triangle OPB$ dan $\triangle OQD$. Jika luas seluruh daerah yang diarsir sama dengan seperlima luas seluruh daerah persegi panjang, hitunglah luas daerah APOD.
- Bu Nita memiliki sebidang tanah berbentuk trapesium, sepasang sisi yang sejajar masing-masing panjangnya 35 m dan 45 m. Jika jarak kedua sisi sejajar itu 20 m, hitunglah luas tanah Bu Nita.



7. Perhatikan gambar berikut.



Segi empat PQRS adalah bangun datar jajargenjang. Diketahui $\angle P = (2x + 20)^\circ$, $\angle Q = (x + 10)^\circ$, dan $\angle S = 3y^\circ$.

Tentukan

- a. nilai x dan y ;
 - b. besar $\angle R$ dan $\angle S$.
8. Sebuah kamar berbentuk persegi dengan panjang sisi 4 m. Kamar itu akan dipasang ubin berbentuk persegi dengan luas tiap ubin 400 cm^2 . Tentukan banyak ubin yang diperlukan.



Rangkuman

1. Segitiga siku-siku dapat dibentuk dari sebuah persegi panjang yang dipotong menurut diagonalnya. Besar salah satu sudut pada segitiga siku-siku adalah 90° .
2. Sifat-sifat segitiga sama kaki:
 - a. dapat dibentuk dari dua buah segitiga siku-siku yang sama besar dan sebangun;
 - b. mempunyai satu sumbu simetri;
 - c. mempunyai dua buah sisi yang sama panjang;
 - d. mempunyai dua buah sudut yang sama besar;
 - e. dapat menempati bingkainya dengan tepat dalam dua cara.
3. Sifat-sifat segitiga sama sisi:
 - a. mempunyai tiga buah sumbu simetri;
 - b. mempunyai tiga buah sisi yang sama panjang;
 - c. mempunyai tiga buah sudut yang sama besar (60°);
 - d. dapat menempati bingkainya dengan tepat dalam enam cara.
4. Jumlah ketiga sudut segitiga adalah 180° .
5. Ketidaksamaan segitiga
Jumlah dua buah sisi pada segitiga selalu lebih panjang daripada sisi ketiga.
6. Pada setiap segitiga berlaku sudut terbesar terletak berhadapan dengan sisi terpanjang, sedangkan sudut terkecil terletak berhadapan dengan sisi terpendek.
7. Besar sudut luar suatu segitiga sama dengan jumlah dua sudut dalam yang tidak berpelurus dengan sudut luar tersebut.
8. Keliling segitiga yang panjang sisinya a , b , dan c adalah

$$K = a + b + c.$$

9. Luas segitiga dengan panjang alas a dan tinggi t adalah

$$L = \frac{1}{2} \times a \times t.$$

10. Persegi panjang adalah bangun segi empat dengan panjang sisi yang berhadapan sama panjang dan sejajar.

Keliling dan luas persegi panjang dengan panjang p dan lebar l adalah

$$K = 2(p \times l) \text{ dan } L = p \times l.$$

11. Persegi adalah bangun segi empat yang memiliki empat sisi sama panjang dan empat sudut siku-siku.

Keliling dan luas persegi dengan panjang sisi s adalah

$$K = 4s \text{ dan } L = s^2.$$

12. Jajargenjang adalah bangun segi empat yang dibentuk dari sebuah segitiga dan bayangannya yang diputar setengah putaran (180°) pada titik tengah salah satu sisinya.

Keliling dan luas jajargenjang dengan panjang sisi alas a dan sisi lainnya b , serta tinggi t dirumuskan dengan

$$K = 2(a + b) \text{ dan } L = a \times t.$$

13. Belah ketupat adalah bangun segi empat yang dibentuk dari gabungan segitiga sama kaki dan bayangannya setelah dicerminkan terhadap alasnya.

Keliling dan luas belah ketupat dengan panjang sisi s serta diagonal d_1 dan d_2 dirumuskan dengan

$$K = 4s \text{ dan } L = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2.$$

14. Layang-layang adalah segi empat yang dibentuk dari gabungan dua buah segitiga sama kaki yang alasnya sama panjang dan berimpit.

Keliling dan luas layang-layang dengan sisi pendek a dan sisi panjang b serta diagonal d_1 dan d_2 adalah

$$K = 2(a + b) \text{ dan } L = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2.$$

15. Trapesium adalah bangun segi empat yang mempunyai tepat sepasang sisi yang berhadapan sejajar.

Keliling dan luas trapesium dengan panjang sisi sejajar a dan b , panjang sisi tidak sejajar c dan d , serta tinggi t adalah

$$K = a + b + c + d \text{ dan } L = \frac{1}{2} \times (a + b) \times t.$$





Refleksi

Setelah mempelajari mengenai *Segitiga dan Segi Empat*, coba rangkum kembali materi tersebut dengan kata-katamu sendiri. Jika ada materi yang belum kamu pahami, catat dan tanyakan pada gurumu. Berilah contoh masalah beserta penyelesaiannya yang berkaitan dengan segitiga dan segi empat. Buatlah dalam sebuah laporan singkat dan serahkan pada gurumu.

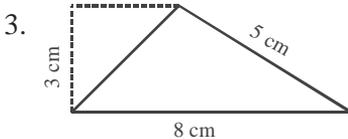


Evaluasi 8

Kerjakan di buku tugasmu.

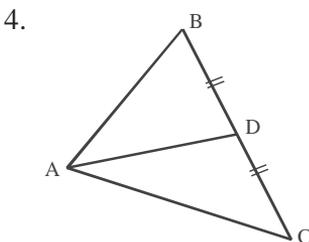
A. Pilihlah salah satu jawaban yang tepat.

- Jika suatu segitiga sudut-sudutnya berbanding 1 : 2 : 3 maka besar sudut terbesarnya adalah
a. 108° c. 135°
b. 90° d. 120°
- Pada sebuah segitiga ABC jika besar $\angle A = (4x + 10)^\circ$, $\angle B = (5x - 30)^\circ$, dan $\angle C = (6x - 40)^\circ$ maka sisi yang terpanjang adalah
a. sisi AB c. sisi BC
b. sisi AC d. ketiga sisi



Luas segitiga pada gambar di atas adalah

- a. 12 cm^2 c. 5 cm^2
b. 7 cm^2 d. 11 cm^2

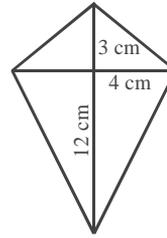


Pada gambar di atas garis AD merupakan

- a. garis bagi c. garis berat
b. garis tinggi d. garis sumbu
- Keliling sebuah persegi panjang 240 cm. Jika perbandingan panjang dan lebarnya 7 : 5, ukuran lebarnya adalah
a. 50 cm c. 70 cm
b. 55 cm d. 75 cm
 - Diketahui suatu persegi dengan sisi $(x + 3)$ cm dan persegi panjang dengan panjang $(2x - 3)$ cm serta lebar $(x + 1)$ cm. Jika keliling persegi panjang = keliling persegi, panjang sisi persegi tersebut adalah
a. 11 cm c. 9 cm
b. 10 cm d. 8 cm
 - Perbandingan panjang sisi-sisi sejajar suatu trapesium adalah 2 : 3. Jika tinggi trapesium 6 cm dan luasnya 60 cm^2 , panjang sisi-sisi sejajarnya adalah
a. 6 cm dan 8 cm
b. 8 cm dan 12 cm
c. 4 cm dan 6 cm
d. 6 cm dan 9 cm

8. Keliling belah ketupat diketahui 100 cm. Jika panjang salah satu diagonalnya 14 cm, luas belah ketupat tersebut adalah
- a. 336 cm^2 c. 84 cm^2
 b. 168 cm^2 d. 48 cm^2
9. Pada jajargenjang PQRS diketahui $\angle P : \angle Q = 2 : 3$. Besar $\angle P$ dan $\angle Q$ berturut-turut adalah
- a. 72° dan 108° c. 80° dan 120°
 b. 72° dan 90° d. 60° dan 120°

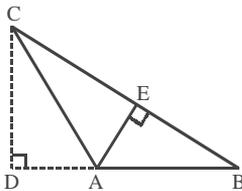
10.



- Luas layang-layang pada gambar di atas adalah
- a. 40 cm^2 c. 48 cm^2
 b. 52 cm^2 d. 60 cm^2

B. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan singkat dan tepat.

1. Perhatikan gambar berikut.



Diketahui ΔABC tumpul di titik A dengan $AB = 11 \text{ cm}$, $BC = 20 \text{ cm}$, $AC = 13 \text{ cm}$, dan $CD = 12 \text{ cm}$.

Hitunglah

- a. luas ΔABC ;
 b. panjang garis tinggi AE.
2. Diketahui ΔPQR dengan titik $P(-1, 2)$, $Q(2, -2)$, dan $R(-4, -2)$. Dari titik P ditarik garis tinggi PT.
- a. Gambarkan segitiga PQR tersebut pada bidang Cartesius.
 b. Tentukan koordinat titik T.
 c. Tentukan luas segitiga PQR.

3. Lantai sebuah rumah berukuran panjang 8 m dan lebar 6 m. Lantai itu akan ditutup dengan ubin berukuran $(20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm})$.
- a. Hitunglah banyak ubin yang diperlukan untuk menutup lantai tersebut.
 b. Jika harga ubin Rp5.500,00 per buah, hitunglah biaya yang diperlukan untuk pembelian ubin tersebut.
4. Sebuah halaman rumah bagian tengahnya berbentuk belah ketupat yang ukuran diagonalnya 16 m dan 24 m. Bagian tengah halaman rumah tersebut akan ditanami rumput. Jika harga rumput Rp15.000/m², hitunglah biaya yang diperlukan untuk menanam rumput tersebut.
5. Lukislah ΔABC sebarang, kemudian lukis
- a. garis bagi dari titik sudut A;
 b. garis berat dari titik sudut B.



DAFTAR PUSTAKA

- Baisuni, H.M. Hasyim. 1986. *Kalkulus*. Jakarta: Universitas Indonesia.
- Friedberg, Stephen H, Arnold J. Insel, Lawrence E. Spence. 1997. *Linear Algebra Third Edition*. Prentice-Hall International, Inc.
- Hyatt, Herman R, Irving Drooyam, Charles C. Carico. 1979. *Introduction to Technical Mathematics A Calculator Approach*. New York: John Wiley & Sons.
- Keedy, Mervin L, Marvin L. Bittinger. 1986. *A Problem Solving Approach to Intermediate Algebra Second Edition*. Addison – Wesley Publishing Company.
- Kerami, Djati dan Cormentyna Sitanggang. 2002. *Kamus Matematika*. Jakarta: Balai Pustaka.
- Lafferty, Peter. 2001. *Jendela Iptek*. Jakarta: Balai Pustaka.
- Lipschutz, Seymour, Ph.D, Marc Lars Lipson Ph.D. Alih Bahasa Refina Indriasari, S.T., M.Sc. 2006. *Aljabar Linear Edisi Ketiga*. Jakarta: Erlangga.
- Munir, Rinaldi, Ir. 2001. *Matematika Diskrit*. Bandung: CV. Informatika.
- Negoro, ST. dan B. Harahap. 1999. *Ensiklopedia Matematika*. Jakarta: Ghalia Indonesia.
- Rich, Barnett Alih Bahasa Irzam Harmein S.T. 2005. *Geometri*. Jakarta: Erlangga.
- Saleh, Samsubar. 2001. *Statistik Induktif*. Yogyakarta: UPP AMP YKPN.
- Spiegel, M.R. 1990. *Theory and Problem of College Algebra*. McGraw-Hill Publishing Company.
- Supranto, J, M.A. 2000. *Statistik: Teori dan Aplikasi*. Jakarta: Erlangga.
- Tim Penyusun. 2002. *Ilmu Pengetahuan Populer*. Grolier International, Inc.
- Tjahjono, Gunawan. 2002. *Indonesian Heritage*. Grolier International, Inc.
- Wahyudin, DR. dan Drs. Sudrajat M.Pd. 2003. *Ensiklopedi Matematika dan Peradaban Manusia*. Jakarta: CV. Tarity Samudra Berlian.
- _____. 2003. *Ensiklopedi Matematika untuk SLTP*. Jakarta: CV. Tarity Samudra Berlian.

GLOSARIUM

- bruto* : berat kotor suatu barang atau berat benda beserta kemasannya, 142, 143, 144
- bunga majemuk* : bunga yang dihitung berdasarkan besarnya modal dan bunga, 145
- bunga tunggal* : bunga yang dihitung hanya berdasarkan besarnya modal saja, 145
- diagonal sisi* : garis yang menghubungkan antara titik sudut yang saling berhadapan dalam suatu bangun datar, 252
- grosir* : pedagang yang menjual barang dalam jumlah besar, 136, 137, 142
- koefisien* : faktor konstanta dari suatu suku pada bentuk aljabar, 81, 82, 83
- konstanta* : suku dari suatu bentuk aljabar yang berupa bilangan dan tidak memuat variabel, 80, 82, 83
- neto* : berat bersih atau berat isi yang sebenarnya (tidak termasuk bungkusnya), 143, 144
- notasi ilmiah* : disebut juga bentuk baku, yaitu aturan penulisan bilangan yang dinyatakan dengan pangkat, 70
- pernyataan* : kalimat yang dapat ditentukan nilai kebenarannya (bernilai benar atau salah), 104, 116, 117, 126
- persamaan* : kalimat terbuka yang dihubungkan oleh tanda sama dengan (=), 106, 107, 108, 109, 110, 111
- pertidaksamaan* : kalimat terbuka yang menyatakan hubungan ketidaksamaan ($<$, $>$, \leq , atau \geq), 114, 115, 116
- rabat* : disebut juga diskon, yaitu potongan harga yang dikenakan pada suatu produk (barang), 142, 144
- skala* : perbandingan antara jarak pada gambar (model) dengan jarak sebenarnya, 149, 150, 151, 152
- sudut berkomplemen* : dua sudut yang saling berpenyiku (berjumlah 90°), 217
- sudut bersuplemen* : dua sudut yang saling berpelurus (berjumlah 180°), 216
- suku* : variabel beserta koefisiennya atau konstanta pada bentuk aljabar yang dipisahkan oleh operasi jumlah atau selisih, 80, 81, 82, 83, 84, 88
- tara* : selisih antara berat bruto dan neto; potongan harga barang yang dinyatakan dengan persen dengan pengganti pembungkusnya, 143, 144
- variabel* : lambang pengganti suatu bilangan yang belum diketahui nilainya dengan jelas, 80, 81, 82, 90, 104



KUNCI JAWABAN SOAL TERPILIH

BAB 1

Uji Kompetensi 4

1. a. 41 e. -24
 c. 75
3. $x = 90$

Uji Kompetensi 9

1. a. 4 c. 9
3. a. 4.000.000
 c. 5

Uji Kompetensi 13

1. a. 81 g. -3.125
 c. -216 i. 16
 e. -64
3. a. $3^5 \times 4^5$
 c. $(-2)^4 \times 3^6$
 e. 2^6

Uji Kompetensi 15

1. 2.709 7. -8.640
3. 591 9. 265
5. 9.126

Evaluasi 1

- A. 1. b 7. b
 3. b 9. a
 5. c
B. 1. $t = 2^\circ\text{C}$
3. a. $2 + (-13) = -15$
 c. $4 + 7 = 11$
 e. -18
 g. -35
5. a. 5
 c. 144

BAB 2

Uji Kompetensi 2

1. a. < c. >
3. a. $\frac{1}{5}, \frac{5}{7}, \frac{3}{4}$
 c. $\frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{5}{6}$
5. a. $\frac{33}{96}, \frac{34}{96}, \frac{35}{96}$
 c. $\frac{9}{20}, \frac{10}{20}, \frac{11}{20}$
7. a. $-\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$
 c. $-\frac{9}{14}$

Uji Kompetensi 4

1. a. $2\frac{2}{3}$
 c. $5\frac{13}{40}$
3. a. 0,8 e. 0,2
 c. 3,3
5. a. $\frac{1}{4}$ c. $\frac{3}{10}$
7. a. 80‰ c. 480‰

Uji Kompetensi 7

1. a. $\frac{15}{2}$ e. $-\frac{7}{12}$
 c. $-\frac{27}{2}$

3. a. $\frac{49}{64}$
 c. $\frac{499}{576}$
 e. $\frac{15.625}{262.144}$
5. a. $\frac{3}{10}$ e. $\frac{3}{10}$
 c. $\frac{7}{60}$

Uji Kompetensi 9

1. a. 2,6
 c. 15,8
3. a. 0,57 e. 0,21
 c. 0,22
5. a. $4,6 \times 10^8$
 c. $1,3 \times 10^{-3}$

Evaluasi 2

- A. 1. c 7. a
 3. b 9. c
 5. d
B. 1. a. $\frac{3}{8} = 0,375$
 $= 37,5\%$
 b. $\frac{4}{16} = 0,25$
 $= 25\%$
3. a. 4,56
 c. 5,52
5. a. $7,5 \times 10^8$
 c. $9,3 \times 10^9$

BAB 3

Uji Kompetensi 1

- a. $2x - 3 = 5$
c. $x - y = 5; x + y = 15$
- a. -3 e. 4
c. -5
- a. suku satu
c. suku dua
e. suku tiga

Uji Kompetensi 3

- a. $4a^2$ e. $-3x^6y^3$
c. $16a^4b^4$ g. $2x^2y^2$
- a. $-96a^3$
c. $-108ab^3$

Uji Kompetensi 5

- a. $\frac{1}{2q}$
c. $\frac{3x}{yz} + \frac{15}{xz} - \frac{1}{x}$
- a. $\frac{3q}{2p}$
c. $\frac{9n^3}{2m}$
e. $\frac{3x^2 - 2x - 1}{2xy}$
- a. $\frac{4x^2}{9}$
c. $\frac{16x^2 - 16x + 4}{y^2}$
e. $\frac{16x^2 + 8x + 1}{y}$
- g. $\frac{27a^3 + 27a^2b + 9ab^2 - b^3}{8}$

Evaluasi 3

- A. 1. d 7. b
3. b 9. c
5. b
- B. 1. a. $-14x + 6y$
c. $16x - 14$
e. $-x^2 - 2x - 4$
3. a. 13
c. -9
5. a. $\frac{19x - 1}{15}$
c. $\frac{2x^5}{9y^4}$

BAB 4

Uji Kompetensi 3

- a. Hp = {22}
c. Hp = {-4}
e. Hp = {5}
g. Hp = {-3}
i. Hp = {-3}
- a. Hp = {4}
c. Hp = {3}
e. Hp = {-3}
g. Hp = {-5}
i. Hp = {-26}

Uji Kompetensi 7

- Hp = {0, 1, 2, 3}
- Hp = {0, 1, 2, 3, 4}
- Hp = {0, 1, 2, 3, ...}
- Hp = {0, 1, 2, 3}
- Hp = {3, 4, 5, ...}
- Hp = {2, 3, 4, ...}
- Hp = {0, 1, 2, 3, ...}
- Hp = {6, 7, 8, ...}

Uji Kompetensi 13

- a. S e. S
c. B
- a. $-9 \times 6 \neq -54$ (S)
c. Aku tidak mempunyai adik (tergantung kondisi siswa)
e. 75 tidak habis dibagi 4 (B)

Evaluasi 4

- A. 1. c. 7. a
3. c 9. c
5. b

- B. 1. a. Hp = $\left\{ \frac{20}{3} \right\}$
c. Hp = $\left\{ -\frac{140}{5} \right\}$
e. Hp = {10}
3. Harga sepatu = Rp55.000,00
Harga sandal = Rp27.500,00
5. Hp = $\{x \mid x \leq 5, x \in \mathbb{R}\}$

BAB 5

Uji Kompetensi 1

- a. Rp950,00
c. Rp2.200,00
- a. Rp57.030.000,00
b. Rp825.000,00
- Untung = Rp8.000,00

Uji Kompetensi 3

- a. Rp40.500,00
c. 12,5%
e. Rp66.500,00

3. a. Rp35.000,00
 b. Rp1.995.000,00
 5. Rp508.500,00

5. a. 1
 c. 2

Uji Kompetensi 7

1. a. 3 cm c. 4,5 cm
 3. a. 1 : 400
 b. 1 : 160.000
 5. 1 : 175

Uji Kompetensi 8

1. Rp73.500,00
 3. 30.000 mg
 5. 48 buku
 7. 5 kg

Evaluasi 5

- A. 1. c 7. b
 3. a 9. d
 5. b
 B. 1. Rp40.500,00
 3. a. 40 : 81
 c. 2 : 5
 5. 4 orang pekerja

BAB 6

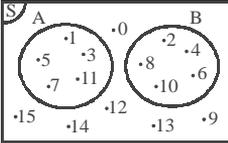
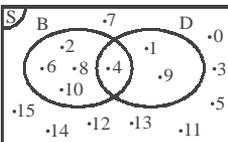
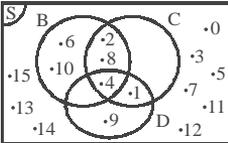
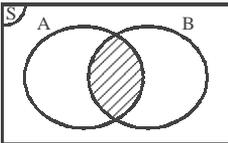
Uji Kompetensi 4

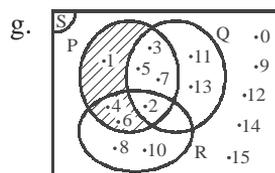
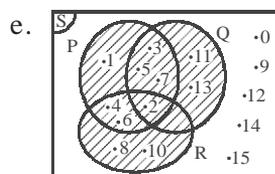
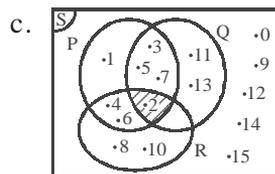
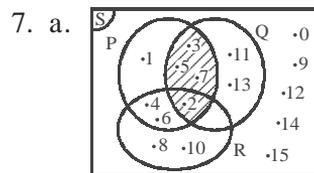
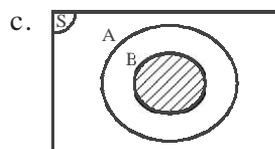
1. $A \subset B, F \subset B,$
 $G \subset B, F \subset A, G \subset A,$
 $C \subset D, E \subset D, E \subset C$
 3. a. $\{2, 3\}; \{2, 5\}; \{2, 7\};$
 $\{2, 11\}; \{3, 5\};$
 $\{3, 7\}; \{3, 11\};$
 $\{5, 7\}; \{5, 11\};$
 $\{7, 11\}$
 c. $\{2, 3, 5, 7\};$
 $\{2, 3, 5, 11\};$
 $\{2, 3, 7, 11\};$
 $\{3, 5, 7, 11\};$
 $\{2, 5, 7, 11\}$

Uji Kompetensi 6

1. a. $P \cap Q = \{ \},$
 $n(P \cap Q) = 0$
 c. $P \cap Q = \{b, u\},$
 $n(P \cap Q) = 2$
 3. a. $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
 $B = \{1, 3, 5, 7\}$
 $C = \{2, 3, 5, 7, 11\}$
 c. $B \cup C = \{1, 2, 3, 5,$
 $7, 11\}$
 e. $A \cup (B \cap C) =$
 $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 7\}$

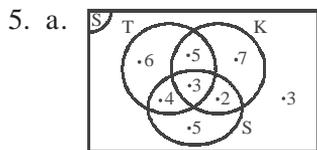
Uji Kompetensi 8

1. a. 
 c. 
 e. 
 3. a. $S = \{a, b, c, d, \dots,$
 $p, q\}$
 c. $B = \{d, e, g, h, i,$
 $j, n\}$
 5. a. 



Evaluasi 6

- A. 1. d 7. b
 3. a 9. d
 5. c
 B. 3. a. $\{2, 3\}; \{2, 5\};$
 $\{2, 7\}; \{2, 11\};$
 $\{2, 13\}; \{2, 17\};$
 $\{3, 5\}; \{3, 7\};$
 $\{3, 11\}; \{3, 13\};$
 $\{3, 17\}; \{5, 7\};$
 $\{5, 11\}; \{5, 13\};$
 $\{5, 17\}; \{7, 11\};$
 $\{7, 13\}; \{7, 17\};$
 $\{11, 13\}; \{11, 17\};$
 $\{13, 17\}$



- b. gemar minum teh = 6 orang
 gemar minum susu = 5 orang
 gemar minum kopi = 7 orang
 tidak gemar ketiganya = 3 orang

5. $a = 110^\circ$ $p = 128^\circ$
 $b = 70^\circ$ $q = 52^\circ$
 $c = 110^\circ$ $r = 128^\circ$

Evaluasi 7

- A. 1. b 7. b
 3. b 9. a
 5. b
 B. 1. a. 30°
 c. 15°
 3. 66°
 5. $p = 3, r = 2$

BAB 7

Uji Kompetensi 1

1. a. titik v
 c. titik w
 3. $AB \parallel DE, BC \parallel EF,$
 $AC \parallel DF,$
 $AD \parallel BE \parallel CF$
 5. $AB, AD,$ dan TA
 $AB, BC,$ dan TB
 $BC, CD,$ dan TC
 $AD, CD,$ dan TD

Uji Kompetensi 7

1. a. sudut lancip
 c. sudut lancip
 e. sudut tumpul
 3. a. sudut lancip
 c. sudut lancip
 e. sudut lancip

Uji Kompetensi 8

1. a. 170° e. 27°
 c. 80°
 3. a. $a = 60^\circ$
 c. $c = 60^\circ$
 e. $e = 63^\circ$

BAB 8

Uji Kompetensi 3

1. a. B e. B
 c. S
 3. $\angle B = 52^\circ$
 $\angle C = 78^\circ$

Uji Kompetensi 7

1. a. $K = 60 \text{ cm};$
 $L = 216 \text{ cm}^2$
 c. $K = 90 \text{ cm};$
 $L = 450 \text{ cm}^2$
 3. $K = 96 \text{ cm}; L = 228 \text{ cm}^2$
 5. $p = 22 \text{ cm}; l = 14 \text{ cm}$

Uji Kompetensi 9

1. a. $s = 13 \text{ cm};$
 $L = 169 \text{ cm}^2$
 c. $s = 32 \text{ cm};$
 $L = 1.024 \text{ cm}^2$
 3. 400 ubin
 5. 87 pohon pinus

Uji Kompetensi 11

3. a. B e. S
 c. S
 5. a. 20 cm^2
 c. 60 cm^2
 7. a. 3 cm
 b. 9 cm

Uji Kompetensi 13

1. a. $\angle B = 70^\circ$
 $\angle D = 135^\circ$
 c. $\angle K = \angle L = 90^\circ$
 $\angle N = 150^\circ$
 5. a. $\angle MSP = 45^\circ,$
 $\angle RNQ = 90^\circ$
 c. $PM = QN = t = 11 \text{ cm}$

Evaluasi 8

- A. 1. b 7. b
 3. a 9. a
 5. a
 B. 1. a. 66 cm^2
 b. $AE = 6,6 \text{ cm}$
 3. a. 1.200 ubin
 b. Rp6.600.000,00

DAFTAR SIMBOL

| Notasi | Keterangan |
|-------------------|---|
| + | Jumlah; tambah; menambah, 4, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 18, 20, 28, 33, 34, 51, 80, 81 |
| - | Kurang; mengurang; negatif, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20 |
| × | Kali; mengali; penyilangan, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 24, 27, 28, 29, 30, 33 |
| : | Bagi; membagi, 19, 20, 21, 22, 28, 30, 33, 34, 41, 42, 43, 49, 51, 55, 59, 60, 64 |
| () | Kurung biasa, 22, 23, 34, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 94, 95, 96, 97, 98 |
| { } | Kurung kurawal, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176 |
| ∪ | Gabungan himpunan, 180, 181, 183, 184, 185, 186, 188, 189, 190 |
| ∩ | Irisan himpunan, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 188, 189 |
| > | Lebih dari, 6, 7, 44, 45, 46, 47, 48, 69, 104, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121 |
| < | Kurang dari, 6, 7, 44, 45, 46, 47, 48, 69, 104, 114, 115, 116, 118, 119, 120, 121 |
| ≥ | Lebih dari atau sama dengan, 114, 115, 116, 119, 120, 121, 125 |
| ≤ | Kurang dari atau sama dengan, 114, 115, 116, 119, 120, 121, 127 |
| = | Sama dengan, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 21, 22, 24, 26 |
| ≠ | Tidak sama dengan, 19, 27, 41, 42, 43, 49, 51, 59, 62, 64, 93, 94, 95, 114 |
| a^n | a pangkat n , 26, 27, 28, 29, 30, 31, 62, 63, 64, 71, 173, 174 |
| a^{-n} | a pangkat negatif n , 71 |
| $\sqrt{\quad}$ | Akar pangkat dua, 31, 32, 33 |
| $\sqrt[3]{\quad}$ | Akar pangkat tiga, 31, 32, 33 |
| ∈ | Anggota dari; elemen dari, 165, 166, 167, 168, 171, 172, 177, 178, 180, 181 |
| ∉ | Bukan anggota dari, 165, 166, 172, 181, 182 |
| ⊂ | Himpunan bagian, 172, 173, 178, 180 |
| ⊄ | Bukan himpunan bagian, 172 |
| ∅, { } | Himpunan kosong, 169, 170, 173, 175, 179, 180, 185 |
| Δ | Segitiga, 234, 235, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 244, 245, 265 |
| ≈ | Pendekatan; kira-kira, 21 |
| ⇔ | Ekuivalen; jika dan hanya jika, 18, 19, 109, 110, 111, 112, 113, 116, 119, 120 |
| ↔ | Memasangkan, 239, 252, 253, 257, 261, 266, 270 |
| % | Persen, 54, 56, 140, 141, 142, 144, 146, 147 |
| ‰ | Permil, 55, 56 |
| \overline{AB} | Garis AB, 208, 209 |
| \overline{AB} | Ruas garis AB, 251, 252, 266, 281, 282, 283 |
| // | Sejajar, 200, 202, 273, 274 |
| ∠ | Sudut, 208, 213, 214, 216, 217, 218, 234, 235, 236, 237, 238 |
| ° | Derajat, 5, 7, 14, 34, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219 |
| ' | Menit, 208, 209, 210, 211 |
| " | Detik, 208, 209, 210, 211 |

INDEKS ISTILAH

B

bentuk aljabar, 80, 81, 82, 83, 84, 86, 87, 88, 91, 92
bentuk baku, 69, 70, 71, 72
biimplikasi, 128
bruto, 142, 143, 144
bunga majemuk, 145
bunga tunggal, 145
busur derajat, 212, 213

D

diagonal, 252, 257, 258, 262, 263, 264, 266, 267, 268
diagram Venn, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193
diskon, 142, 143, 144

E

elemen himpunan, 165

F

faktor persekutuan terbesar, 22, 24, 25, 26, 40, 43, 80, 90, 91, 92
faktor skala, 151

G

gabungan himpunan, 179, 180, 183
garis bagi, 281
garis berat, 283
garis berimpit, 201
garis berpotongan, 200
garis bersilangan, 201
garis bilangan, 6, 7, 8, 45, 46, 49
garis horizontal, 201, 202, 212
garis sejajar, 200, 202, 203, 204
garis sumbu, 282

garis tinggi, 280, 281

garis vertikal, 201, 202

grosir, 136, 142

H

himpunan bagian, 171, 172, 173, 174, 175

himpunan berpotongan, 176, 179

himpunan ekuivalen, 176

himpunan kosong, 169

himpunan nol, 169, 170

himpunan saling asing, 175, 177

himpunan sama, 176, 178

himpunan semesta, 170, 171

I

implikasi, 128

invers, 11, 18, 58, 60, 61, 62, 194

irisan himpunan, 177, 178, 183, 184, 187

K

kalimat terbuka, 104, 105, 124

kelipatan persekutuan terkecil, 22, 23, 26, 40, 44, 45, 57, 80, 90, 91, 92

ketidaksamaan, 114, 115, 118

koefisien, 80, 81, 82, 88

komplemen himpunan, 182

konjungsi, 128, 130, 131

konstanta, 80, 81, 82, 105

L

laba, 137, 141

N

negasi, 128, 129, 130

neto, 142, 143, 144

nilai keseluruhan, 136

nilai per unit, 136

nilai sebagian, 136

notasi pembentuk himpunan, 167, 168

P

pajak, 145, 146

pecahan desimal berulang, 53

pecahan senilai, 41, 42

perbandingan berbalik nilai, 154, 155, 156

perbandingan senilai, 152, 153, 155, 156

permil, 55, 56

pernyataan majemuk, 128, 130, 131

pernyataan sederhana, 128

pernyataan tunggal, 128, 129

pernyataan, 104, 126, 127, 128, 129, 130, 131

persamaan linear satu variabel, 106, 107, 108, 111, 113

persamaan, 106, 109

persen, 54, 55, 56, 140, 141, 145

pertidaksamaan linear satu variabel, 114, 115, 116, 117, 118, 119

pertidaksamaan, 115, 117, 120

R

rugi, 137, 141

S

segitiga lancip, 235, 236

segitiga Pascal, 88

segitiga sama kaki, 235, 236, 237, 279, 280



segitiga sama sisi, 235, 236, 239, 241, 279, 280
segitiga sebarang, 235, 236
segitiga siku-siku sama kaki, 236
segitiga siku-siku, 236, 237
segitiga tumpul sama kaki, 236
segitiga tumpul, 235, 236
selisih (*difference*) himpunan, 181, 185
sifat asosiatif, 10, 16, 19, 58, 60, 105, 184
sifat distributif, 17, 60, 84, 85, 184
sifat idempotent, 184
sifat komutatif, 10, 16, 19, 58, 60, 183, 184
sifat tertutup, 10, 16, 19, 58, 60

skala, 149, 150, 151, 152
sudut berpelurus, 214, 215, 216, 217, 218, 219
sudut berpenyiku, 215, 216, 217
sudut bertolak belakang, 218, 219, 222
sudut dalam
berseberangan, 221, 222, 223, 224
sudut dalam segitiga, 245
sudut dalam sepihak, 222, 223, 224
sudut lancip, 214, 215, 216
sudut luar berseberangan, 221, 224
sudut luar segitiga, 245
sudut luar sepihak, 222, 223
sudut lurus, 215, 216

sudut refleks, 215, 216, 235
sudut sehadap, 220, 221, 222, 224
sudut siku-siku, 215, 216, 251, 254
sudut tumpul, 215, 216, 235
suku, 80, 81, 82, 83
sumbu simetri, 238, 240, 266, 267, 270

T

tara, 142, 143, 144

U

unsur identitas, 10, 17, 58, 60, 184

V

variabel, 80, 82, 90, 105, 106, 107, 109

INDEKS PENGARANG

Barnett Rich, 200, 202, 208, 209, 215, 216, 217, 220, 221,
223,242, 245, 276, 277

Herman R. Hyatt, Irving Drooyan, Charles C. Carico, 21, 54, 55,
66, 67, 68, 69, 109

H.M. Hasyim Baisuni, 164, 168, 169, 181, 182, 188

Mervin L. Keedy, Marvin L. Bittinger, 6, 9, 13, 15, 16, 17, 19, 27,
29, 31, 42, 49, 71, 80, 84, 88

Murray R. Spiegeel, 6, 9, 13, 17, 19, 51, 52, 58, 59, 96, 104, 105,
205, 206

Samsubar Saleh, 186, 187, 188

Stephen H. Friedberg, Arnold J. Insel, Lawrence E. Spence,
172, 173, 176, 178, 187





MATEMATIKA **1**

KONSEP DAN APLIKASINYA

Buku **MATEMATIKA KONSEP DAN APLIKASINYA** ini diperuntukkan bagi siswa SMP/MTs . Materi pembelajaran buku ini mengacu pada Standar Kompetensi dan Kompetensi Dasar Matematika SMP/MTs tahun 2006. Pembelajaran matematika di buku ini dimulai dengan pengenalan masalah yang sesuai dengan situasi(contextual problem). Dengan mengajukan masalah kontekstual, siswa secara bertahap dibimbing untuk menguasai konsep matematika dan aplikasinya dalam kehidupan sehari-hari. Untuk mendukung tujuan tersebut, dalam buku ini banyak disajikan fitur-fitur khusus sebagai berikut.

- ▶ Ditulis dengan bahasa yang mudah dipahami disertai ilustrasi yang menarik.
- ▶ Tugas mandiri dan diskusi untuk meningkatkan pemahaman siswa terhadap konsep materi.
- ▶ Pelangi Matematika untuk menambah pengetahuan siswa terhadap tokoh yang berjasa pada konsep yang sedang dipelajari.
- ▶ Soal Tantangan untuk memotivasi siswa dalam memahami konsep materi secara total.
- ▶ Materi dan Soal Pengayaan untuk siswa penggemar matematika dan berkemampuan di atas rata-rata.

ISBN 979-462-998-7

Buku ini telah dinilai oleh Badan Standar Nasional Pendidikan (BSNP) dan telah dinyatakan layak sebagai buku teks pelajaran berdasarkan Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 34 Tahun 2008 tanggal 10 Juli 2008 tentang Penetapan Buku Teks Pelajaran yang Memenuhi Syarat Kelayakan untuk Digunakan dalam Proses Pembelajaran

HET (Harga Eceran Tertinggi) Rp.14.321,00