

SERI DIKTAT KULIAH

**PENGANTAR
FISIKA
MEKANIKA**

UMAR YAHDY

UNIVERSITAS GUNADARMA

PENGANTAR FISIKA MEKANIKA

SERI DIKTAT KULIAH

PENGANTAR FISIKA MEKANIKA

Oleh : Umar Yahdi
Gambar Sampul : Toto Bes
Design dan Lay Out : Toto Bes

Edisi pertama cetakan kelima, Juni 1996

Diterbitkan pertama kali oleh Gunadarma
Hak cipta dilindungi undang-undang
Jakarta 1994

PRAKATA

Ilmu Dasar, seperti misalnya Fisika, merupakan sesuatu yang teramat penting menunjang berbagai disiplin Ilmu yang lain. Karena itu, baik dalam usaha kita menekuni bidang Ilmu yang bersifat Ilmu Murni maupun Terapan, penguasaan Ilmu Dasar adalah sesuatu yang mutlak diperlukan.

Buku *Pengantar Fisika Mekanika*, disusun terutama mengambil cuplikan bahan kuliah Fisika Mekanika, yang diberikan kepada Para Mahasiswa Universitas Gunadarma pada Semester I.

Buku ini dilengkapi dengan Konsep, Teori Dasar, Contoh Soal yang dipecahkan, dan Soal Latihan secukupnya. Dengan demikian diharapkan para mahasiswa dapat lebih tertarik dan berminat besar dalam mempelajari Fisika Mekanika ini.

Kami memaklumi bahwa buku ini masih sangat jauh dari kesempurnaan, baik dari segi isi, cara penyajian, mutu cetak dan sebagainya. Untuk itu kritik dan saran membangun dari segenap pembaca sangat kami harapkan.

Demikianlah, kiranya Buku ini dapat dimanfaatkan dengan sebaik-baiknya.

Pondok Cina, Depok
Juli 1990

Umar Yahdi

DAFTAR ISI

PRAKATA

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1. ARTI FISIKA	3
1.2. CABANG-CABANG FISIKA	4
1.3. HUBUNGAN FISIKA DENGAN ILMU PENGETAHUAN LAIN	5
1.4. PENGUKURAN	5
1.5. BESARAN, DIMENSI, SATUAN	6

BAB 2. VEKTOR

2.1. DEFINISI	16
2.2. KOMPONEN VEKTOR	17
2.3. PENJUMLAHAN VEKTOR	19
2.4. PERKALIAN VEKTOR	21

BAB 3. GERAK LURUS

3.1. JARAK, KECEPATAN DAN PERCEPATAN	36
3.2. GERAK LURUS BERATURAN	37
3.3. GERAK LURUS BERUBAH BERATURAN	39

BAB 4. GERAK BENDA DALAM BIDANG DATAR DENGAN PERCEPATAN TETAP

4.1. GERAK PELURU (PROYEKTIL)	65
4.2. GERAK MELINGKAR BERATURAN	68
4.3. GERAK MELINGKAR BERUBAH BERATURAN	70
4.4. BESARAN ANGULAR	71
4.5. HUBUNGAN ANTARA BESARAN ANGULAR & BESARAN TANGENSIAL	72

BAB 5. HUKUM-HUKUM NEWTON TENTANG GERAK

5.1. GAYA DAN MASSA	91
5.2. HUKUM-HUKUM NEWTON	92
5.3. SATUAN GAYA	93
5.4. BERAT	94
5.5. MACAM-MACAM GAYA	94

BAB 6. KESETIMBANGAN

6.1. SYARAT KESETIMBANGAN DAN MOMEN GAYA	129
6.2. GAYA-GAYA SEBIDANG (COPLANAR FORCES)	133
6.3. PUSAT MASSA	134
6.4. TITIK BERAT	136

BAB 7. KERJA DAN ENERGI

7.1. PENGERTIAN ENERGI	167
7.2. KERJA	168
7.3. MACAM-MACAM ENERGI	169
7.4. HUKUM KEKALKAN ENERGI	169
7.5. DAYA	170

BAB 8. MOMENTUM, IMPULSE AN GERAK RELATIP

8.1. MOMENTUM LINIER	197
8.2. HUKUM KEKALKAN MOMENTUM LINIER	198
8.3. TUMBUKAN DAN IMPULS	200
8.4. HUKUM KEKALKAN MOMENTUM DAN ENERGI DALAM TUMBUKAN	201
8.5. TUMBUKAN DALAM SATU, DUA DAN TIGA DIMENSI	202
8.6. SISTEM DENGAN MASSA YANG BERUBAH	204
8.7. SATUAN IMPULS DAN MOMENTUM	207

BAB 9. MEKANIKA BENDA TEGAR

9.1. KINEMATIKA ROTASI	244
9.2. MOMEN INERSIA (KELEMBABAN ROTASI)	246
9.3. HUKUM-HUKUM ROTASI	255
9.4. GERAK BENDA TEGAR (RIGID)	258
9.5. MACAM-MACAM GAYA YANG MENYEBABKAN GERAK BENDA TEGAR	259
9.6. PEMAKAIAN MOMENTUM PUTAR	266
9.7. HUKUM NEWTON UNTUK ROTASI	272

1

PENDAHULUAN

1-1. ARTI FISIKA

Fisika berasal dari kata Yunani yang berarti “alam”. Karena itu “**Fisika**” adalah ilmu pengetahuan yang mempelajari benda-benda di alam, gejala-gejala, kejadian-kejadian alam serta interaksi dari benda-benda di alam tersebut. Gejala-gejala ini pada mulanya adalah apa yang dialami oleh indera kita, misalnya penglihatan, menemukan optika atau cahaya, pendengaran menemukan pelajaran tentang bunyi, panas juga dapat dirasakan (perasaan). Demikianlah fisika didefinisikan sebagai proses benda-benda alam yang tak dapat berubah artinya benda mati. (Biologi mempelajari benda-benda hidup). Maka disimpulkan bahwa “fisika” adalah ilmu pengetahuan yang tujuannya mempelajari bagian-bagian dari alam dan interaksi antara bagian tersebut. Sebagaimana diketahui, benda-benda di alam terbagi atas 2 bagian: **alam makro** yaitu benda-benda yang ukurannya besar dapat dilihat dengan alat-alat yang ada saat ini; alam yang besar ini termasuk benda-benda yang sangat besar dengan jarak antara 2 benda juga besar sekali, misalnya bulan, matahari, bumi dan lain-lain. **Alam mikro** adalah benda-benda kecil sekali dengan jarak antara benda tersebut sangat kecil, benda-benda mikro ini tak dapat dilihat dengan alat-alat biasa.

Menurut sejarah, fisika adalah bidang ilmu yang tertua, karena dimulai dari pengamatan-pengamatan dari gerakan benda-benda langit, bagaimana lintasannya, periodenya, usianya dan lain-lain. Ilmu yang mempelajari gerak benda ini disebut **mekanika**. Bidang ilmu ini dimulai kira-kira berabad abad yang lalu. Mekanika berkembang pada zamannya Galileo dan Newton. Galileo merumuskan hukum-hukum benda-benda jatuh, Newton mempelajari gerak benda pada umumnya, termasuk planet-planet pada sistem tatasurya. Hukum Newton adalah dasar dari mekanika.

1-2 CABANG-CABANG FISIKA

Fisika klasik : Mekanika, Listrik Magnit, Panas, Bunyi, Optika dan Gelombang adalah perbatasan antara fisika klasik dan modern.

Fisika Modern: adalah perkembangan fisika mulai abad 20 yaitu penemuan teori relativitas dari Einstein.

Fisika klasik bersumber pada gejala-gejala perasaan. Ilmu Fisika sudah jelas mendukung teknologi, termasuk engineering, kimia, biologi, kedokteran dan lain-lain. Ilmu Fisika dapat menjawab pertanyaan-pertanyaan mengenai, misalnya :

1. Mengapa bumi dapat mengelilingi matahari ?
2. Bagaimana udara dapat menahan pesawat terbang yang berat itu ?
3. Kenapa langit berwarna biru ?
4. Bagaimana suara dapat dipancarkan ke tempat jauh melalui radio dan telepon ?
5. Bagaimana TV dapat menjangkau tempat-tempat yang jauh ?
6. Bagaimana sifat-sifat listrik sangat diperlukan dalam operasi-operasi sistem komunikasi dan industri ?
7. Bagaimana peluru antar benua dapat diarahkan kesasaran yang jauh sekali letaknya ?
8. Dan akhirnya bagaimana pesawat dapat mendarat di bulan ? Sebagaimana diketahui kita sekarang berada dalam zaman energi atom dan inti, memasuki abad ruang angkasa, di mana Fisika dan para fisikawan ikut ambil bagian.

1-3 HUBUNGAN FISIKA DENGAN ILMU PENGETAHUAN LAIN

Tujuan fisika adalah agar kita dapat mengerti bagian-bagian dasar dari benda-benda dan interaksi antara benda-benda, jadi untuk menerangkan gejala-gejala alam. Dari pernyataan ini kita ketahui bahwa fisika adalah bidang ilmu pengetahuan alam yang paling dasar. Ilmu kimia berdasarkan kepada fisika dan kimia, untuk menerangkan proses-proses yang terjadi dalam benda-benda hidup. Ilmu teknik juga bersandar kepada fisika dan kimia. Fisika adalah penting untuk menunjang riset murni maupun terpakai. Misalnya ahli-ahli geologi dalam risetnya menggunakan metode-metode gravimetri, ekustik, listrik dan mekanika. Rumah-rumah sakit modern dilengkapi dengan alat-alat elektronik. Ahli-ahli astronomi memerlukan optik, spektrografi dan teknik radio, demikian pula ahli-ahli meteorologi, oceanologi, seismologi memerlukan pengetahuan fisika.

1-4 PENGUKURAN

Suatu hal yang selalu dilakukan oleh fisikawan adalah mengukur. **Mengukur** adalah membandingkan suatu besaran dengan besaran standar. Namun angka kesalahan tak dapat dihindari dalam setiap pengukuran. Padahal fisika termasuk ilmu eksakta, pengetahuan eksak yang berdasarkan pada pengukuran. Setiap pengukuran selalu mempunyai batas ketelitian, disebabkan oleh antara lain : alat ukurnya sendiri dan pembacanya. Misalnya :

Panjang sebuah batang $l = 4$ m, ini tidak berarti tepat 4 m, kemungkinan berada antara 4,05 m dan 3,95 m, ditulis sebagai $l = (4,00 \pm 0,05)$ m. 0,05 adalah ketelitian pengukuran, makin kecil angka ini makin baik hasil pengukuran kita. Dengan grafik dapat pula diukur besar-besaran tertentu. Grafik menyatakan kejadian-kejadian sebagai gambaran dari bentuk matematis.

$$\text{Misalnya : } T = 2 \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

adalah periode suatu bandul sederhana, untuk mencari harga g , dengan g = percepatan gravitasi bumi, l = panjang tali, T dapat diukur, jadi didapat hubungan antara T dan l atau T^2 dan l . T dan l merupakan lengkung, T^2 vs l merupakan garis lurus dengan koefisien arah :

$$\frac{4 \pi^2}{g}$$

Cara menuliskan hasil pengukuran sebaiknya secara ilmiah yaitu menulis dalam desimal.

Tabel 1-1. Kelipatan Metrik (SI)

Besar	Prefix	Simbol
10^{-18}	atto	a
10^{-15}	fento	f
10^{-12}	pico	p
10^{-9}	nano	n
10^{-6}	micro	μ
10^{-3}	milli	m
10^{-2}	centi	c
10^{-1}	deci	d
10^0	satuan dasar	–
10	deca	D
10^2	hecto	H
10^3	kilo	k atau K
10^6	mega	M
10^9	giga	G
10^{12}	tera	T

1-5. BESARAN, DIMENSI, SATUAN.

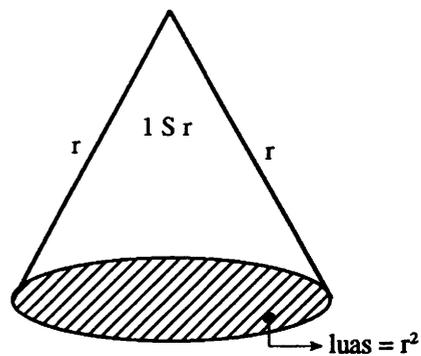
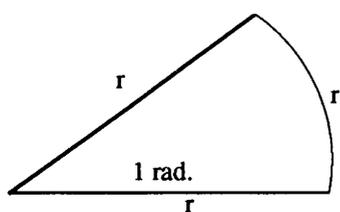
Besaran

Definisi : Besaran adalah sesuatu yang dapat diukur.

Dalam fisika besaran terbagi atas besaran dasar, besaran turunan, dan besaran pelengkap. **Besaran dasar** adalah besaran yang tak tergantung pada besar-besaran lain dan besaran turunan adalah besaran yang diturunkan dari besaran-besaran dasar, jadi merupakan kombinasi dari besaran dasar. Adapun **besaran pelengkap** adalah besaran yang diperlukan untuk membentuk besaran turunan. Besaran dasar dalam fisika, menurut sistem International (S.I.) yang mulai berlaku sejak 1960 pada konferensi International dari “Bureau of Weights and Measures” di Paris adalah :

Tabel I-2 Besaran Dasar Dan Satuan S I

No.	Besaran	Simbol Dimensi	Satuan	Simbol
1.	panjang	l	meter	m
2.	massa	m	kilogram	kg
3.	waktu	t	sekon(detik)	s (det)
4.	arus listrik	I	ampere	A
5.	Temperatur termodinamis	T	kelvin	K
6.	Intensitas penyi-naran	Lc	candela (lilin)	Cd.
7.	banyaknya zat	mole	mol	
Besaran pelengkap				
8.	sudut datar (plane angle)	–	radian	rad
9.	sudut ruang (solid angle)	–	steradian	Sr



Gambar I-1

$$\text{Sudut datar terbesar : } \frac{2 \pi r}{r} = 2 \pi \text{ rad}$$

$$\text{sudut ruang terbesar : } \frac{4 \pi r^2}{r^2} = 4 \pi \text{ Sr}$$

Besaran turunan misalnya : kecepatan, gaya, kerja, kecepatan putar, frekuensi dan lain-lain. Untuk mekanika besaran dasar adalah : **panjang, massa dan waktu.**

Dari bermacam-macam besaran ini, ada besaran yang harganya tak tergantung pada sistem koordinat dan ada pula besaran yang harganya sangat tergantung pada sistem koordinat. Besaran macam pertama disebut **skalar**, sedangkan yang terakhir **vektor**. Jadi macam pertama disebut skalar, sedangkan yang terakhir vektor. Jadi macam besaran terbagi dalam :

1. **Skalar**, mempunyai satu komponen
2. **Vektor**, mempunyai tiga komponen
3. **Tensor**, mempunyai tiga pangkat n (3^n) komponen dengan $n \geq 2$ (bulat).

Sebenarnya semua besaran adalah jenis tensor dengan n mulai dari nol, tensor tingkat nol, $n = 1$, tensor tingkat 1 dan seterusnya.

Dimensi

Definisi : Dimensi adalah cara penulisan dari besaran-besaran dengan menggunakan simbol-simbol (lambang-lambang) besaran dasar.

Notasi (cara penulisan) dimensi adalah :

panjang	: [l]
massa	: [m]
waktu	: [t]

Contoh :

[F], dibaca : dimensi F (gaya) adalah $[m] [a] = [m] [l] [t]^{-2}$,
dengan a adalah percepatan.

Guna dimensi :

1. Untuk menurunkan satuan dari suatu besaran.
2. Untuk meneliti kebenaran suatu rumus atau persamaan.

Metode penjabaran dimensi

1. Dimensi ruas kanan = dimensi ruas kiri
2. Setiap suku berdimensi sama

Satuan

Definisi : Satuan adalah ukuran dari suatu besaran

Misal: meter, kilometer, untuk satuan panjang; detik, jam, untuk satuan waktu; gram, kilogram, untuk satuan massa.

Semua besaran mempunyai satuan, tapi belum tentu mempunyai dimensi (besaran pelengkap), misalnya sudut, getaran, putaran dan lain-lain. Satuan dari besaran dasar adalah satuan dasar, dan besaran turunan mempunyai satuan turunan, sedangkan besaran pelengkap mempunyai satuan pelengkap. Sebuah besaran tidak ada artinya jika tidak disertai satuannya, misalnya tak dapat dikatakan bahwa panjang sebuah porselin 20, ini mungkin 20 cm, atau 20 inci. Jadi satuan menentukan ukuran suatu besaran. Satuan besaran turunan harus menggunakan satu sistem tertentu, kecuali pada pemakaian sehari-hari misalnya kecepatan mobil dalam km/jam tidak dalam m/det. ; berat dalam kilogram, bukan Newton (berat adalah gaya), satuan sehari-hari disebut **satuan praktis**.

Sistem satuan.

Ada dua macam bentuk satuan : metrik dan non metrik (British Unit = satuan Inggris). Menurunkan sistem satuan berdasarkan kepada hukum Newton, $F = k \cdot m \cdot a$. disederhanakan untuk $k = 1$, sehingga sistem satuannya dinamakan : "dirasionalisasi" dan k tidak berdimensi. Sistem yang dirasionalisasi ini ada 2 macam; sistem statis dan sistem dinamis, dengan masing-masing mempunyai bentuk metrik dan non metrik.

Sistem dinamis

Sebagai besaran dasar adalah panjang, massa, waktu (sistem $l m t$). Sistem ini ada 2 macam : **cgs** dan **mks**. Sistem mks ini sekarang dinamakan **mksa** atau **mksc** ($a = \text{ampere}$, $c = \text{coulomb}$) singkatan untuk sistem International (S.I.). Sistem non metrik yang disingkat **fps**, berarti panjang dalam feet, massa dalam pound, dan waktu dalam second.

c.g.s. = cm - gram - sekon.

m.k.s. = meter - kilogram - sekon.

Sistem Statis

Sebagai besaran dasar adalah panjang, gaya, waktu (sistem $l F t$). Pada sistem ini, sistem metrik ada 2 macam, yaitu : **sistem gravitasi** dan **sistem teknis (praktis)** dan kedua sistem terakhir ini terbagi lagi atas sistem statis besar dan kecil.

Sistem statis besar gravitasi

Panjang dalam meter, berat dalam kilogram berat dan waktu dalam sekon.

- **Sistem statis kecil gravitasi** : panjang dalam cm, berat dalam gram berat dan waktu dalam sekon (detik).
- **Sistem statis besar teknis** : panjang dalam meter, gaya dan waktu dalam sekon.
- **Sistem statis kecil teknis** : panjang dalam cm, gaya dalam gram gaya dan waktu dalam sekon.

Sistem non metrik hanya ada 1 macam untuk sistem gravitasi dan teknis yaitu :

Sistem gravitasi : ft - lbwt - sec.

Sistem teknis : ft - lbf - sec.

Catatan :

Sistem mks dipilih untuk penggunaan praktis, yang sekarang digunakan di seluruh dunia. Pada sistem statis (l Ft), satuan berat adalah kilogram berat atau kilogram gaya, sedangkan untuk massa satuannya kg massa atau juga digunakan smsb dan smsk. Perhatikan nanti pada bab II penjelasan tentang massa dan berat.

S.I. sebenarnya adalah sistem mks yang telah disempurnakan dalam satuan standarnya (satuan patokan), tidak lagi dipergunakan definisi sebelum th. 1960. Definisi lama tidak dapat lagi dipertahankan ketelitiannya. Standar yang baru, yang berlaku sejak 1960 tak dapat berubah pada kondisi apapun.

Definisi satuan-satuan dasar menurut S.I.

Meter

Satu meter adalah panjang yang sama dengan 1.650.763,73 kali panjang gelombang dalam vakum dari sinar merah spektrum atom Kr⁸⁶ (Krypton 86) yang merupakan radiasi yang disebabkan oleh transisi antara tingkat energi $2p_{10}$ dan $5d_5$.

Kilogram

Satu kilogram adalah massa standar kilogram berbentuk silindris yang dibuat dari bahan platina iridium yang disimpan di Sevres Perancis.

Detik

Satu detik adalah interval waktu dari 9.192.631,770 kali waktu getar radiasi yang disebabkan oleh transisi antara tingkat halus (fine structure energy level) dari ground state atom Cs 133 (Caesium - 133).

A m p e r e

Satu amper adalah arus tetap yang terjadi bila pada dua buah konduktor lurus sejajar panjangnya tak berhingga dan diabaikan luas penampangnya berjarak 1 meter diletakkan di ruang vakum akan menghasilkan gaya antara kedua konduktor sebesar 2×10^{-7} newton per meter.

K a l o r i

Satu kalori adalah $\frac{1}{273,16}$ bagian dari temperatur termodinamis dari titik tripel air

C a n d e l a

Satu candela adalah kuat penerangan secara tegak lurus pada permukaan yang luasnya $\frac{1}{600.000}$ m² dari sebuah "benda hitam" pada titik beku platina. (2046.65 derajat kelvin) pada tekanan 101325 Newton per meter kwadrat.

Mole.

Satu mole : adalah banyaknya zat yang mengisi atom C¹² sebanyak 0,012 kg (atau yang mengandung jumlah atom C yang sama dengan 0,012 kg C¹² murni).

Contoh pemakaian

1. Menentukan satuan.

$$[F] = [m] [\ell] [t]^{-2} = \text{gaya},$$

mempunyai satuan : kg - m - dt⁻², untuk gaya, satuan ini mempunyai nama khusus yaitu **Newton**.

$$[p] = [m] [\ell]^{-3} = \text{massa jenis atau kerapatan massa mempunyai satuan kg - m}^{-3}.$$

2. Meneliti rumus.

$$F = -kx - rv, \text{ dengan : } F = \text{gaya.}$$

$$x = \text{jarak.}$$

$$v = \text{kerapatan.}$$

ruas kiri : gaya, dimensinya $[m] [l] [t]^{-2}$ setiap suku berdimensi gaya juga.
jadi :

$$\begin{aligned} k \text{ harus berdimensi} &= [m] [l] [t]^{-2} [l]^{-1} \\ &= [m] [t]^{-2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r \text{ harus berdimensi} &= [m] [l] [t]^{-2} [l]^{-1} \\ &= [m] [t]^{-1} \end{aligned}$$

3. Apakah persamaan ini benar ?

$p + 1/2 mv^2 + \rho gh = \text{konstan}$, dengan : p = tekanan

m = massa

v = kecepatan

ρ = kerapatan massa

h = ketinggian

Jawab :

$$\begin{aligned} [p] &= [F] [A]^{-1} \quad [A] = [\text{luas}] = [l]^2 \\ &= [m] [l] [t]^{-2} [l]^{-2} = [m] [l]^{-1} [t]^{-2} \end{aligned}$$

$$1/2 mv^2 = [m] [l]^2 [t]^{-2}$$

$$\begin{aligned} \rho gh &= [m] [l]^{-3} [l] [t]^{-2} [l] \\ &= [m] [l]^{-1} [t]^{-2} \end{aligned}$$

Jadi dari ketiga suku ini $1/2 mv^2$ yang berlainan, berarti rumus ini salah, seharusnya :

$$p + 1/2 \rho v^2 + \rho gh = \text{konstan}$$

Tabel 1-3. Besaran Turunan SI dan singkatannya

Besaran	Definisi	Simbol	Dimensi	Satuan Turunan
pergeseran	perubahan posisi	s,r	l	meter (m)
kecepatan	perubahan posisi per satuan waktu	$v = \frac{ds}{dt}$	$l t^{-1}$	meter-detik ⁻¹
percepatan	perubahan kecepatan per satuan waktu	$a = \frac{dv}{dt}$	$l t^{-2}$	m-detik ⁻²
pergeseran sudut	perubahan posisi sudut	θ	-	radian
kecepatan putar	perubahan posisi dalam sudut	$\omega = \frac{dQ}{dt}$	t^{-1}	rad/detik ¹
percepatan putar	perubahan kecepatan putar perdetik	$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$	t^{-2}	rad/detik ²
luas	-	A, S	l^2	meter ²
Volume	-	v	l^3	meter ³
momentum linear	hasil kali massa dengan kecepatan	$p = mv$	$m l t^{-1}$	kg/detik ¹
momentum putar	hasil kali momen-inersia dan kec. putar	$L = I\omega$	$m l^2 t^{-1}$	kgm ² /detik ¹
momen inersia	-	I	$m l^2$	kg - m ²
impuls gaya	hasil kali gaya dan waktu selama gaya bekerja	F.t	$m l t^{-1}$	newton-detik

momen gaya	perkalian gaya dan lengan	$\tau = Fl$	$m \ell^2 t^{-2}$	newton meter
gaya	penyebab perubahan gerak	$F = m.a$	$m \ell t^{-2}$	$kgm/det^{-2} = N$ Newton.
kerja	perkalian gaya dan jalan yang ditempuh	$W = F.s$	$m \ell^2 t^{-2}$	$N \cdot m = \text{Joule}$
daya	kerja per satuan waktu	$P = \frac{dw}{dt}$	$m \ell^2 t^{-3}$	joule/det = Watt (W)
tekanan	gaya per satuan luas	$p = \frac{F}{A}$	$m \ell^{-1} t^{-2}$	Newton m^{-2} = Pascal (Pa)
kerapatan massa	a. massa per satuan volume	$\rho = \frac{M}{V}$	$m \ell^{-3}$	$kg m^{-3}$
	b. massa per satuan luas	$\tau = \frac{M}{A}$	$m \ell^{-2}$	$kg m^{-2}$
	c. massa persatuan panjang	$\mu = \frac{M}{l}$	$m \ell^{-1}$	$kg m^{-1}$
energi	kemampuan melakukan kerja	E	$m \ell^2 t^{-2}$	Joule
energi kinetik	kemampuan suatu titik massa bergerak	$EK = \frac{1}{2}mv^2$	$m \ell^2 t^{-2}$	joule
energi potensial gravitasi	kemampuan suatu benda berada pada ketinggian tertentu	$EP = mgh$	$m \ell^2 t^{-2}$	joule

energi potensial pegas	kemampuan pegas ditarik atau ditekan	$\frac{1}{2} kx^2$	$m \ell^2 t^{-2}$	joule
frekuensi	jumlah getaran per satuan waktu	$\nu = \frac{1}{T}$	t^{-1}	cycle sekon ⁻¹ (Hz)
perioda	waktu untuk satu ayunan	T	t	detik.
kuat medan gravitasi	gaya per satuan massa	$\frac{F}{m}$	$m \ell t^{-2}$	newton/kg ⁻¹
potensial gravitasi	energi potensial per satuan waktu	$\nu = \frac{EP}{m}$	$\ell^2 t^{-2}$	joule/kg ⁻¹

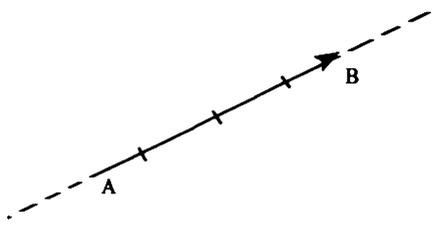
2 VEKTOR

2.1 DEFINISI

Skalar adalah besaran yang tidak mempunyai arah misalnya, waktu, volume, energi, massa, densitas, kerja. Penambahan skalar dilakukan dengan metode aljabar misalnya, 2 detik + 7 detik = 9 detik; 14 kg + 5 kg = 19 kg.

Vektor adalah besaran yang mempunyai arah, misalnya gaya, perpindahan, kecepatan, impulse.

Sebuah vektor digambarkan dengan sebuah anak panah dengan besar dan arah tertentu (Gambar 2-1). Titik A menyatakan titik tangkap, kepala panah B menyatakan arah, panjang 4 satuan menyatakan besar serta garis yang melalui AB menyatakan garis kerja vektor.



Gambar 2-1. Vektor AB

Simbol vektor dinyatakan dengan huruf cetak tebal atau dengan \bar{A} , \bar{a} , \bar{AB} dan besarnya dengan A , a , AB atau $|\bar{A}|$, $|\bar{a}|$, $|\bar{AB}|$.

Vektor Bebas adalah sebuah vektor yang dapat dipindahkan ke mana saja dalam ruang, asalkan besar dan arahnya tetap.

Vektor Satuan adalah sebuah vektor yang besarnya satu satuan vektor.

Vektor satuan pada sumbu X, Y dan Z dinyatakan dengan vektor satuan \hat{i} , \hat{j} , \hat{k} atau \hat{a}_x , \hat{a}_y , \hat{a}_z .

Suatu vektor \bar{A} bisa di tulis dengan :

$$\bar{A} = A \hat{e}_A$$

disini \hat{e}_A adalah vektor satuan dari vektor \bar{A} .

Vektor Negatif \bar{P} adalah vektor $-\bar{P}$ yang besarnya sama tetapi arahnya berlawanan.

Vektor Resultan adalah jumlah terkecil vektor yang menggantikan sistem vektor yang bersangkutan.

2.2 KOMPONEN VEKTOR

Vektor dalam Ruang.

Vektor \bar{A} dalam ruang dinyatakan dengan

$$\bar{A} = \bar{A}_x + \bar{A}_y + \bar{A}_z = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

dan besarnya

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

\bar{A}_x , \bar{A}_y , \bar{A}_z dan \hat{i} , \hat{j} , \hat{k} masing-masing adalah komponen vektor dan vektor satuan pada sumbu x, y, dan z.

disini

$$\bar{A}_x = A_x \hat{i}$$

$$\bar{A}_y = A_y \hat{j}$$

$$\bar{A}_z = A_z \hat{k}$$

besarnya

$$A_x = A \cos \alpha$$

$$A_y = A \cos \beta$$

$$A_z = A \cos \gamma$$

Arah vektor \vec{A} terhadap sumbu x,y dan z positif adalah :

$$\cos \alpha = \frac{A_x}{A} \quad \cos \beta = \frac{A_y}{A} \quad \cos \gamma = \frac{A_z}{A}$$

Vektor dalam bidang

Dalam bidang sumbu Z tidak ada maka vektor \vec{A} adalah :

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$$

besarnya :

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

Komponen vektornya :

$$\vec{A}_x = A_x \hat{i}$$

besarnya :

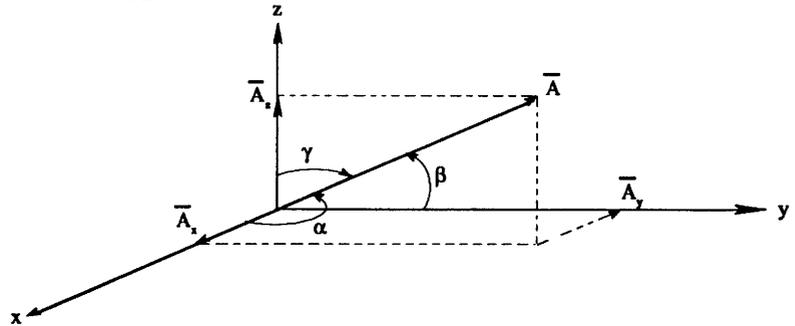
$$A_x = A \cos \alpha$$

$$\vec{A}_y = A_y \hat{j}$$

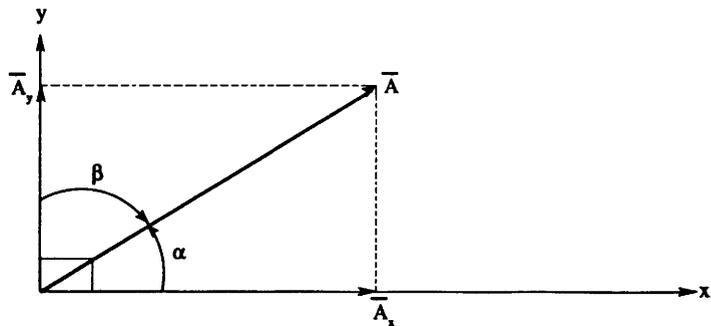
$$A_y = A \cos \beta = A \sin \alpha$$

Arahnya terhadap sumbu x dan y :

$$\cos \alpha = \frac{A_x}{A} \quad \text{dan} \quad \cos \beta = \frac{A_y}{A}$$



Gambar 2.2. Vektor \vec{A} dalam Ruang

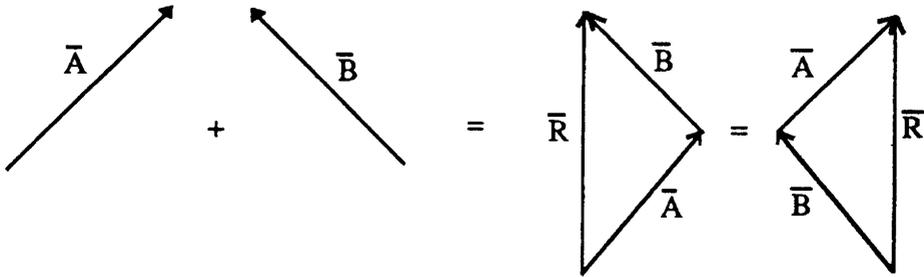


Gambar 2.3. Vektor \vec{A} dalam bidang

2.3 PENJUMLAHAN VEKTOR

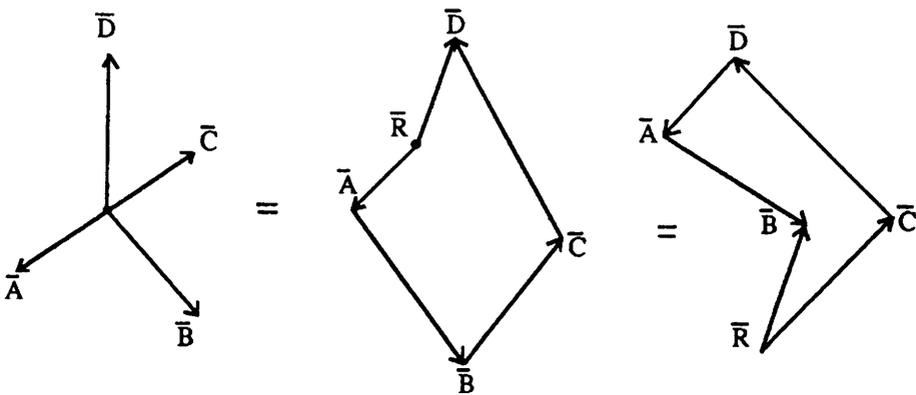
(a) Metoda Grafik

Untuk menjumlahkan vektor \vec{A} dengan vektor \vec{B} , tariklah \vec{B} sedemikian rupa sehingga ekornya berada pada kepala \vec{A} jumlah vektor \vec{A} dan \vec{B} adalah vektor \vec{R} yang menghubungkan ekor \vec{A} dan kepala \vec{B} dan besar serta arahnya dapat diukur (Gambar 2-4).



Gambar 2.4. Penjumlahan 2 vektor \vec{A} dan \vec{b} .

Dengan cara yang sama dilakukan bila lebih dari 2 vektor dijumlahkan. Vektor Resultan R adalah vektor yang ditarik dari ekor vektor pertama ke kepala vektor terakhir. (Gambar 2.5).



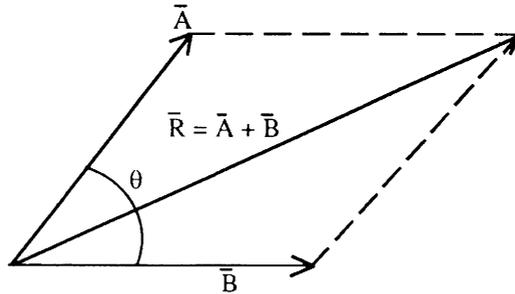
Gambar 2.5. Penjumlahan vektor $R = A + B + c + D$

(b) Metoda jajaran genjang

Vektor Resultan $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ dapat di hitung dengan :

- (1). Membuat titik tangkap vektor \vec{A} dan \vec{B} berimpit.
- (2). Membuat jajaran genjang dengan vektor \vec{A} dan \vec{B} sebagai sisi-sisinya.
- (3). Menarik diagonal dari titik tangkap vektor \vec{A} dan \vec{B} .

Vektor $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ adalah vektor diagonal jajaran genjang tersebut (Gambar 2.6).



Gambar 2.6. Vektor $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ dengan metoda jajaran genjang

Bila $\theta = (\vec{A}, \vec{B})$ = sudut antara vektor \vec{A} dan \vec{B} maka :

$$R = |\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos 180 - \theta}$$

arah vektor \vec{R} terhadap vektor \vec{B} adalah (\vec{R}, \vec{B}) disini :

$$\frac{R}{\sin (180 - \theta)} = \frac{A}{\sin (\vec{R}, \vec{B})}$$

(c) Metoda Komponen

Menjumlahkan dua atau lebih vektor \vec{A} , \vec{B} , \vec{C} ,.... sekaligus dengan metoda komponen dilakukan sebagai berikut :

- (1). Uraikan semua vektor ke dalam komponen dalam arah x,y, dan z.
- (2). Jumlahkan komponen-komponen dalam arah x,y, dan z bersama-sama yang memberikan R_x , R_y , R_z .

Artinya, besarnya R_x , R_y , dan R_z diberikan oleh :

$$\begin{aligned} R_x &= A_x + B_x + C_x + \dots \\ R_y &= A_y + B_y + C_y + \dots \\ R_z &= A_z + B_z + C_z + \dots \end{aligned}$$

(3). Hitung besar dan arah Resultan \bar{R} dari komponennya \bar{R}_x , \bar{R}_y dan \bar{R}_z
 Besar vektor Resultan \bar{R} dinyatakan dengan :

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

dan arahnya terhadap sumbu x,y dan z adalah :

$$\cos \alpha = \frac{R_x}{R}, \quad \cos \beta = \frac{R_y}{R}, \quad \cos \gamma = \frac{R_z}{R}$$

2.4 PERKALIAN VEKTOR

(a) Perkalian vektor dengan skalar

Bila vektor $\bar{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$, dikalikan dengan suatu skalar λ diperoleh vektor

$$\lambda \bar{A} = \lambda A_x \hat{i} + \lambda A_y \hat{j} + \lambda A_z \hat{k}.$$

Bila $\lambda > 0$, arah vektor $\lambda \bar{A}$ searah dengan vektor \bar{A}

Bila $\lambda < 0$, arah vektor $\lambda \bar{A}$ berlawanan arah dengan vektor \bar{A}

(b) Perkalian titik (dot or scalar product)

Perkalian titik dua vektor \bar{A} dan \bar{B} ditulis $\bar{A} \cdot \bar{B}$ adalah suatu besaran skalar yang didefinisikan sebagai :

$$\bar{A} \cdot \bar{B} = AB \cos \theta$$

di sini θ adalah sudut antara vektor \bar{A} dan \bar{B} .

Karena \hat{i} , \hat{j} , dan \hat{k} adalah orthogonal maka :

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = (1)(1) \cos 0 = 1$$

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{i} \cdot \hat{k} = \hat{j} \cdot \hat{k} = (1)(1) \cos 90^\circ = 0$$

sehingga :

$$\bar{A} \cdot \bar{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = AB \cos \theta$$

(c) Perkalian Silang (Cross or vektor product)

Perkalian silang dua vektor \vec{A} dan \vec{B} di tulis $\vec{A} \times \vec{B}$ adalah vektor \vec{R} yang didefinisikan sebagai :

$$\vec{R} = \vec{A} \times \vec{B} = (AB \sin \theta) e_r \quad 0 \leq \theta \leq 180$$

di sini vektor \vec{R} tegak lurus pada bidang yang melalui vektor \vec{A} dan \vec{B} , dan arahnya sesuai dengan putaran sekerup bila diputar dari \vec{A} ke \vec{B} melalui sudut θ yang lebih kecil. Dengan demikian \hat{e}_r adalah vektor satuan yang memberikan arah dari vektor $\vec{R} = \vec{A} \times \vec{B}$. Karena \hat{i} , \hat{j} , dan \hat{k} adalah orthogonal maka :

$$\begin{aligned} \hat{i} \times \hat{i} &= \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0 \\ \hat{i} \times \hat{j} &= \hat{k} \quad \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i} \quad \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j} \end{aligned}$$

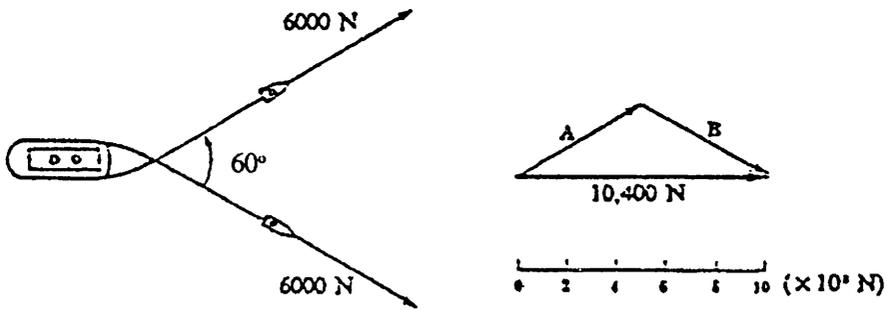
dan bila $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$ dan $\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$
maka :

$$\begin{aligned} A \times B &= (A_y B_z - A_z B_y) \hat{i} + (A_z B_x - A_x B_z) \hat{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \hat{k} \\ &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \end{aligned}$$

SOAL YANG DIPECAHKAN

2-1. Dua motor menarik sebuah kapal. Masing-masing menggunakan gaya 6000 N dan sudut antara 2 tali penarik adalah 60° . Berapa gaya resultante pada kapal ?

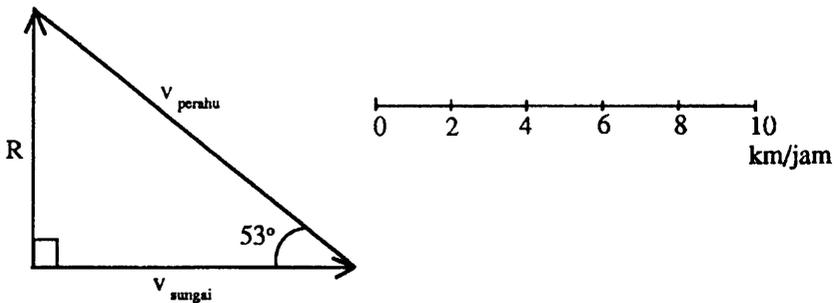
Jawab : untuk menjumlahkan vektor gaya \vec{A} dan \vec{B} , \vec{B} digeser sejajar supaya ekornya berada pada puncak (kepala) \vec{A} . Panjang resultante \vec{R} menyatakan sebuah gaya 10.400 N (lihat gambar 2-7)



Gambar 2-7

2-2. Sebuah perahu yang bergerak 5 km/jam menyeberangi sungai yang arusnya mengalir dengan kecepatan 3 km/jam. Keraah mana perahu digerakkan agar mencapai tempat di seberang titik permulaannya ?

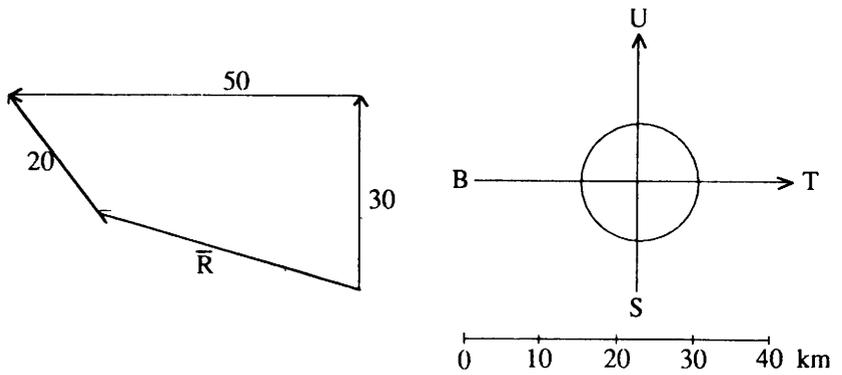
Jawab : Prosedurnya pertama menarik vektor v_{sungai} yang menyatakan kecepatan arus. Kemudian vektor v_{perahu} ditarik dari puncak v_{sungai} karena puncaknya secara langsung berada di seberang ekor v_{sungai} (Gb. 2-8). Busur derajat menunjukkan bahwa sudut antara v_{sungai} dan v_{perahu} adalah : 53° .



Gambar 2-8

2-3. Dalam perjalanan dari satu kota ke kota lainnya, sebuah mobil menempuh 30 km ke utara, 50 ke barat dan 120 km ke tenggara. Berapa jarak kedua kota tersebut ?

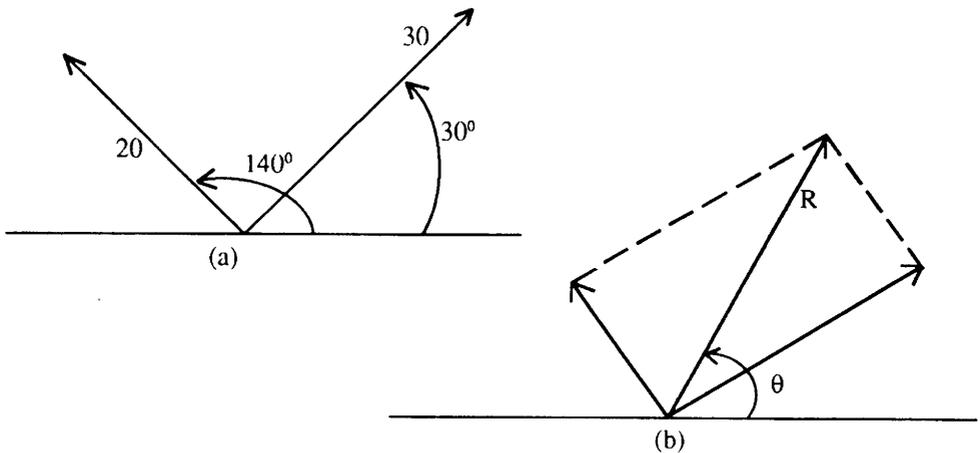
Jawab : Vektor yang menyatakan perpindahan (panjang lintasan) dijumlahkan bersama-sama dan resultaninya didapat 39 km. (gambar 2-9)



Gambar 2-9

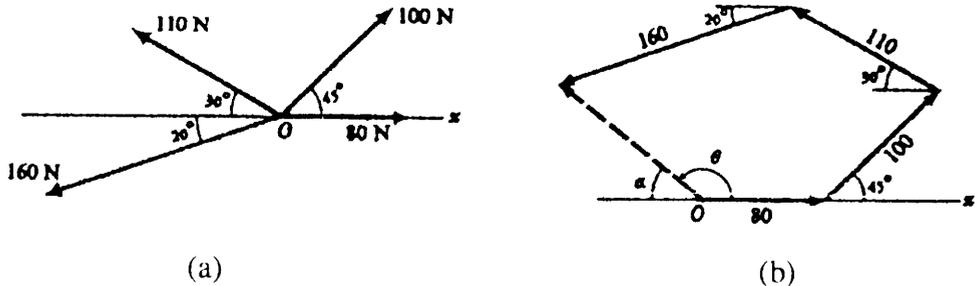
2-4. Carilah jumlah dua vektor gaya berikut dengan cara paralelogram : 30 pon pada 30° dan 20 pon pada 140° (*satu pon gaya* adalah gaya sedemikian hingga benda dengan massa 1 kg mempunyai berat 2,21 pon di bumi. *Satu pon* adalah sama dengan gaya 4,45 newton; (4,45 N)).

Kedua vektor gaya diperlihatkan pada Gambar 2-10 (a). Kita bentuk paralelogram dengan kedua gaya itu sebagai sisinya, lihat Gambar 2-10(b). Resultannya, \vec{R} , adalah diagonal paralelogram. Dengan pengukuran ditemukan \vec{R} adalah 30 pon pada 72° .



Gambar 2-10

2-5. Empat vektor sebidang bekerja pada sebuah benda dan berpotongan di titik O. Lihat Gambar 2-11 (a). Carilah resultan gaya secara grafik. [Pada Gambar 2-11, satuan gaya N adalah newton. Benda dengan massa 1 kg beratnya 9,8 N di bumi: Gaya 1 N adalah sama dengan gaya 0,225 pon].



Gambar 2-11

Dari titik O keempat vektor ditarik seperti tampak pada Gambar 2-11 (b). Ekor vektor yang satu diimpitkan dengan ujung vektor sebelumnya. Maka anak panah yang dapat ditarik dari titik O ke titik ujung vektor terakhir adalah vektor resultan.

Dengan mengingat skala gambar didapatkan dari gambar 2-11 (b) bahwa $\bar{R} = 119 \text{ N}$. Dengan mistar busur sudut didapatkan 37° . Maka \bar{R} membentuk sudut $\theta = 180^\circ - 37^\circ = 143^\circ$ dengan sumbu x positif. Resultan gaya-gaya itu adalah 119 N pada sudut 143° .

2.6 Selesaikan soal 2-5 dengan cara komponen tegaklurus. Vektor-vektor dan komponen-komponennya :

Vektor	Komponen x	Komponen y
80	80	0
100	$100 \cos 45^\circ = 71$	$100 \sin 45^\circ = 71$
110	$-100 \cos 30^\circ = -95$	$110 \sin 30^\circ = 55$
160	$-160 \cos 20^\circ = -150$	$-160 \sin 20^\circ = -55$

Perhatikan tanda masing-masing komponen :

$$R_x = 80 + 71 - 95 - 150 = -94 \text{ N}$$

$$R_y = 0 + 71 + 55 - 55 = 71 \text{ N}$$

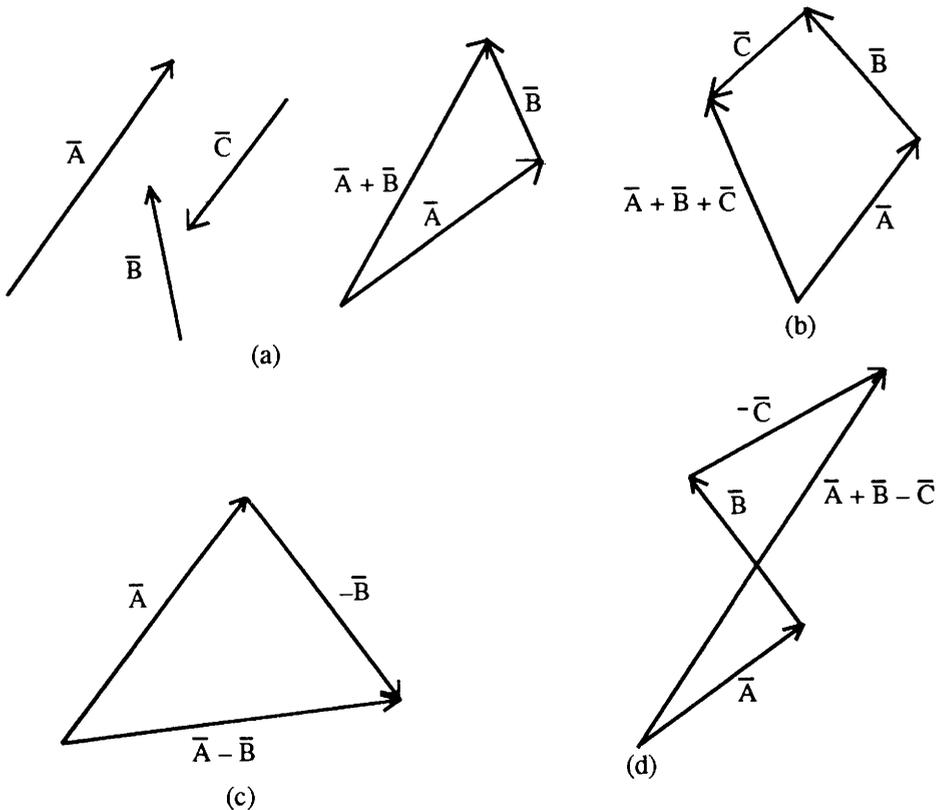
Pada Gambar 2 – 12 tampak resultan ini, dan nyata :

$$R = \sqrt{(94)^2 + (71)^2} = 118 \text{ N}$$

Selanjutnya, $\tan \alpha = 71/94$, maka $\alpha = 37^\circ$ dan gaya resultan adalah 118 N pada sudut $180^\circ - 37^\circ = 143^\circ$.

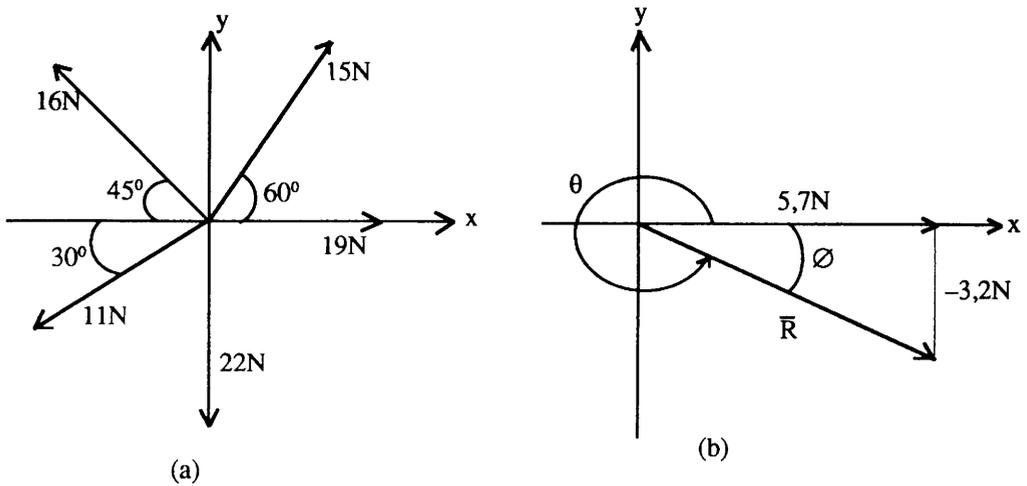
2-7. Gambarkan penjumlahan dan pengurangan antara vektor \vec{A} , \vec{B} , dan \vec{C} yang tampak pada gambar 2-12. (a) $\vec{A} + \vec{B}$; (b) $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$; (c) $\vec{A} - \vec{B}$; (d) $\vec{A} + \vec{B} - \vec{C}$.

Perhatikan Gambar 2-12 (a) s/d (d). Pada gambar (c): $\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$; yakni untuk mengurangi \vec{B} dari \vec{A} , balikkanlah arah \vec{B} untuk kemudian ditambahkan pada \vec{A} . Demikian pula di (d), $\vec{A} + \vec{B} - \vec{C} = \vec{A} + \vec{B} + (-\vec{C})$, di mana besar $-\vec{C}$ adalah sama dengan besar \vec{C} , tetapi arahnya berlawanan.



Gambar 2-12

2-8. Lima gaya sebidang bekerja pada sesuatu obyek. Lihat Gambar 2-13. Tentukan resultan kelima gaya itu.



Gambar 2-13

(1) Tentukan komponen x dan y setiap gaya sebagai berikut :

Gaya	Komponen x	Komponen y
19 N	19.0	0
15 N	$15 \cos 60^\circ = 7.5$	$15 \sin 60^\circ = 13.0$
16 N	$-16 \cos 45^\circ = -11.3$	$16 \sin 45^\circ = 11.3$
11 N	$-11 \cos 30^\circ = -9.5$	$-11 \sin 30^\circ = -5.5$
22 N	0	-22.0

Perhatikan tanda + dan - pada komponen-komponen di atas.

(2) Komponen vektor \vec{R} adalah $R_x = \sum F_x$ dan $R_y = \sum F_y$ berarti "jumlah semua komponen gaya adalah arah x". Dengan demikian :

$$R_x = 19,0 + 7,5 - 11,3 - 9,5 + 0 = + 5,7 \text{ N}$$

$$R_y = 0 + 13,0 + 11,3 - 5,5 - 22,0 = - 3,2 \text{ N}$$

(3) Besar gaya resultan :

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 6.5 \text{ N}$$

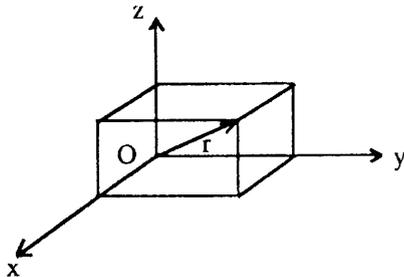
- (4) Gambarkan resultan ini seperti tampak pada gambar 2-13(b) dan tentukanlah sudutnya. Nyata bahwa

$$\tan \varnothing = \frac{3,2}{5,7} = 0,56$$

hingga $\varnothing = 29^\circ$. Maka $\theta = 360^\circ - 29^\circ = 331^\circ$. Jadi gaya resultan itu adalah 6,5 N pada arah 331° (atau -29°).

- 2-9. Titik P dalam ruang berada pada (1, 2, 3). Tentukan vektor posisi dari P (\vec{r}_p)

Jawab :



Gambar 2-14

$$\vec{r}_p = \hat{x} + 2\hat{y} + 3\hat{z}$$

$$\begin{aligned} |\vec{r}_p| &= \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} \\ &= \sqrt{14} \text{ satuan} \end{aligned}$$

arah r_p terhadap sumbu x (+) :

$$\text{tg } \alpha = \frac{\sqrt{a_x^2 + a_z^2}}{a_x} = \frac{\sqrt{2^2 + 3^2}}{1} = \sqrt{13}$$

terhadap sumbu y (+) :

$$\text{tg } \beta = \frac{\sqrt{a_x^2 + a_z^2}}{a_y} = \frac{\sqrt{1^2 + 3^2}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{10}$$

terhadap sumbu z (+) :

$$\text{tg } \gamma = \frac{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}}{a_z} = \frac{\sqrt{1^2 + 2^2}}{3} = \frac{1}{3} \sqrt{5}$$

2-10. Diketahui titik A melalui (6,8,10) dan B melalui (-4,4,10). Tentukan AB dan sudut antara OA dan AB jika O adalah pusat sumbu koordinat.

Jawab : $\overline{OA} = \bar{a} = 6\hat{x} + 8\hat{y} + 10\hat{z}$
 $\overline{OB} = \bar{b} = -4\hat{x} + 4\hat{y} + 10\hat{z}$
 $\overline{AB} = \bar{b} - \bar{a} = (-4 - 6)\hat{x} + (4 - 8)\hat{y} + (10 - 10)\hat{z} = -10\hat{x} - 4\hat{y}$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{10^2 + 4^2} = \sqrt{116} = 10,77 \text{ satuan}$$

$$\text{arah } \overline{AB} = \text{tg } \emptyset = \frac{-4}{10} = \frac{4}{10} = 0,4 \text{ berada pada kwadran ke III}$$

sudut antara \overline{OA} dan \overline{OB} adalah θ

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = a b \cos \theta = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$a = \sqrt{6^2 + 8^2 + 10^2} = \sqrt{36 + 64 + 100} = \sqrt{200}$$

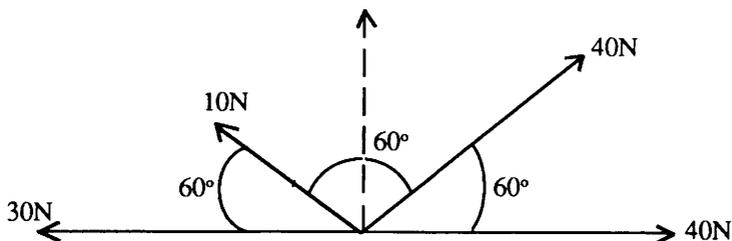
$$b = \sqrt{4^2 + 4^2 + 10^2} = \sqrt{16 + 16 + 100} = \sqrt{132}$$

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = \sqrt{200} \cdot \sqrt{132} \cos \theta = 6 \cdot (-4) + 8 \cdot 4 + 10 \cdot 10$$

$$\cos \theta = \frac{24 + 32 + 100}{10 \sqrt{264}} = \frac{108}{162,48} = 0,6647$$

2-11 4 buah gaya berada pada sebuah bidang masing-masing 40 N, 40 N, 10 N dan 30 N masing-masing membentuk sudut 60° antara satu sama lainnya. Gaya-gaya tersebut bekerja pada sebuah benda. Tentukan besar dan arah gaya ke 5 agar jumlah kelima gaya tersebut sama dengan nol.

Jawab :



Gambar 2 - 15

A. Dengan metoda uraian :

Arah

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{25\sqrt{3}}{25} = \sqrt{3}$$

pada kwadran I dengan $\theta = 60^\circ$, gaya kelima harus mempunyai besar $|\vec{R}| = 50 \text{ N}$, tetapi arahnya berlawanan dengan R_y sebab $\vec{R} + \vec{F}_5 = 0$, maka

$$|\vec{F}_5| = -|\vec{R}| = -50 \text{ N}$$

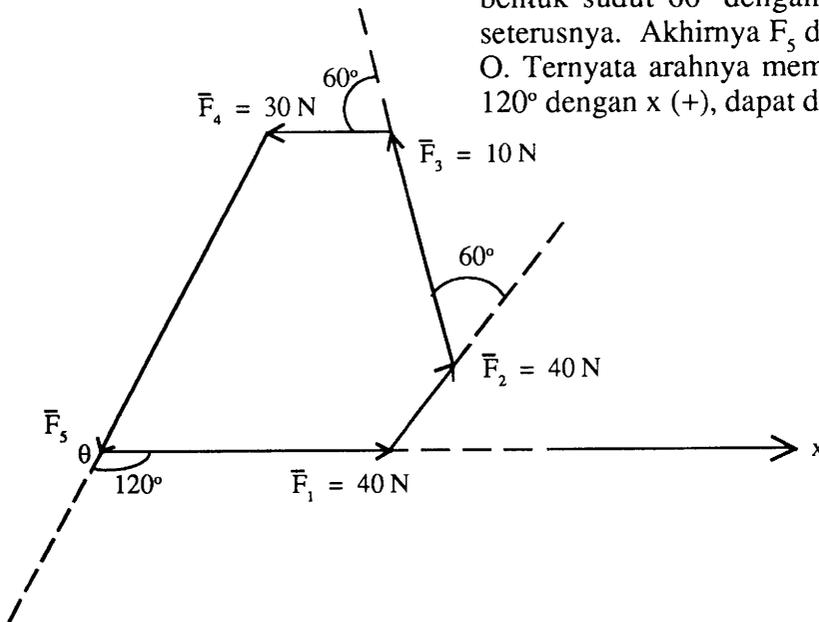
maka arahnya 60° dengan sumbu y negatif.

F	F_y	F_x
$F_1 = 40 \text{ N}$	0	40 N
$F_2 = 40 \text{ N}$	$40 \sin 60$ $= 20\sqrt{3}$	$40 \cos 60$ $= 20 \text{ N}$
$F_3 = 10 \text{ N}$	$5\sqrt{3} \text{ N}$	- 5 N
$F_4 = 30 \text{ N}$	0	- 30 N
$R = \sum F_i$	$R_y = 23\sqrt{3}$	$R_x = 25 \text{ N}$

$$\text{Jadi } |\vec{R}| = \sqrt{25^2 + (25\sqrt{3})^2} = 50 \text{ N.}$$

B. Dengan metode gambar.

Mula-mula dari 0 dibuat $F_1 = 40 \text{ N}$ searah dengan x (+), F_2 dengan membentuk sudut 60° dengan arah F_1 & seterusnya. Akhirnya F_5 diarahkan ke O. Ternyata arahnya membuaah sudut 120° dengan x (+), dapat dibuktikan.



2-12 Tentukan luas jajaran genjang yang dibuat oleh vektor \bar{a} dan \bar{b} jika diketahui :

$$\bar{a} = 2\hat{x} + 3\hat{y} - \hat{z} \text{ satuan}$$

$$\bar{b} = -\hat{x} + \hat{y} + 2\hat{z} \text{ satuan}$$

Jawab :

Luas jajaran genjang = $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \sin(\mathbf{a}, \mathbf{b})$.

(a,b) belum diketahui, harus dicari dulu, gunakan :

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = |\bar{a}| |\bar{b}| \cos(\bar{a}, \bar{b}).$$

$$|\bar{a}| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2} = \sqrt{14} \text{ satuan}$$

$$|\bar{b}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{6} \text{ satuan}$$

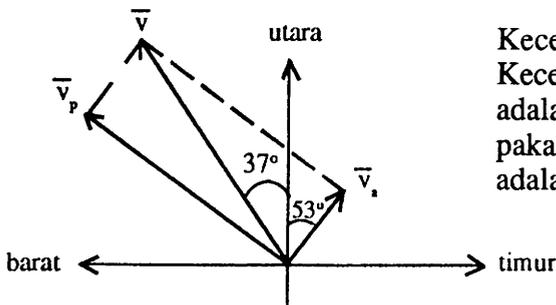
$$\cos(\bar{a}, \bar{b}) = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{|\bar{a}| |\bar{b}|} = \frac{(2 \cdot -1) + (3 \cdot 1) + (-1 \cdot 2)}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{6}} = \frac{-1}{\sqrt{84}}$$

$$\sin(\bar{a}, \bar{b}) = \sqrt{1 - \cos^2(\bar{a}, \bar{b})} = \sqrt{1 - \frac{1}{84}} = \sqrt{\frac{83}{84}}$$

$$* \text{ Luas} = \sqrt{14} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{\frac{83}{84}} = 83 \text{ satuan}$$

2-13 Kecepatan sebuah pesawat terbang dalam udara tenang 200 mil/jam. Pesawat ini diharuskan terbang menuju arah 37° dari utara ke barat. Kecepatan angin 30 mil/jam pada arah 53° dari utara ke timur. Ke arah mana pesawat ini harus diarahkan ?

Jawab :



Kecepatan pesawat : $v_p = 200$ mil/jam.
Kecepatan angin : $v_a = 30$ mil/jam. Arah v adalah arah yang dituju pesawat merupakan resultan dari $v_p + v_a$, yang dicari adalah arah v .

Gambar 2-17

$$\begin{aligned}
v &= \sqrt{v_p^2 + v_a^2 - 2v_p v_a \cos (180 - (90 - \alpha))} \\
&= \sqrt{v_p^2 + v_a^2 - 2v_p v_a \cos (90 - \alpha)} \\
&= \sqrt{v_p^2 + v_a^2 - 2v_p v_a \sin \alpha} \\
\frac{|v_a|}{\sin \alpha} &= \frac{|v_p|}{\sin 90} \rightarrow \sin \alpha = \frac{|v_a|}{|v_p|} \sin 90 = \frac{30}{200} = 0,15 = 8,67 \text{ derajat}
\end{aligned}$$

SOAL LATIHAN

- 2-14 Seorang pria mendorong sebuah mesin pemotong rumput dengan gaya 80 N. Bila pegangan mesin pemotong rumput membentuk sudut 40° horisontal, berapa gaya ke bawah yang bekerja terhadap tanah ?
- 2-15 Sebuah perahu mengarah ke barat laut dengan kecepatan 5 m/s dalam sungai yang mengalir ke timur dengan arus 1,5 m/s. Berapa besar dan arah kecepatan perahu relatif terhadap permukaan bumi ?
- 2-16 Sebuah perahu bergerak 6 m/s menyeberangi sungai yang arusnya mengalir 2 m/s. Ke arah mana perahu ditujukan agar mencapai sebuah titik di sisi yang lain dari sungai tepat di seberang titik permulaannya ?
- 2-17 Sebuah pesawat terbang, terbang 400 km ke barat dari kota A ke B; kemudian 300 km ke arah timur ke kota C dan akhirnya 100 km arah utara ke kota D. Ke arah mana pesawat terbang harus ditujukan untuk kembali langsung ke kota A dari kota D ?
- 2-18 Tentukan jumlah vektor keempat perpindahan pada peta berikut ini : 600 mm Utara; 30 mm Barat; 40 mm, 60° ke arah Barat dari arah Utara; 50 mm, 30° ke arah Barat dari arah Selatan. Selesaikan secara grafik maupun aljabar. (mm berarti milimeter, yakni 0,001 meter).

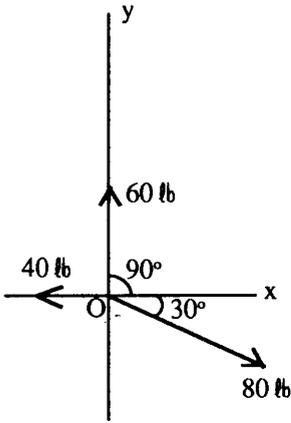
Jawab: 97 mm, $67,7^\circ$ ke arah Barat dari arah Utara .

- 2-19 Pada gambar 2-18 (a), (b), dan (c) ditunjukkan sistem gaya dalam bidang datar. Dengan cara grafik, tentukan gaya resultan.

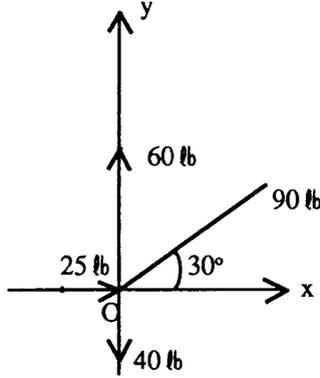
Jawab :

- (a) 35 lb pada 34° ;
- (b) 59 lb pada 236° ;
- (c) 172 lb pada 315° .

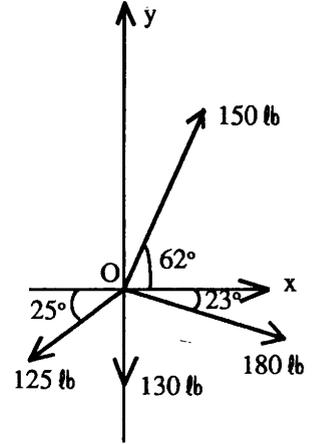
Catatan : lb adalah singkatan satuan gaya "pound".



(a)



(b)



(c)

Gambar 2-18

2-20 Hitung secara aljabar (a) gaya resultan dan (b) gaya pengimbang ketiga gaya sebidang berikut : 100 lb pada 30° ; 141,4 lb pada 45° , dan 100 lb pada 240° . Bandingkan dengan hasil perhitungan secara grafik.

Jawab : (a) 151 lb pada 25° ;
 (b) 151 lb pada 205° .

2-21 Hitung secara aljabar resultan kelima perpindahan berikut : 20 m pada 30° , 40 m pada 120° , 25 m pada 180° , 42 m pada 270° , dan 12 m pada 315° . Bandingkan dengan hasil perhitungan secara grafik.

Jawab : 20 m pada 197° .

2-22 Perhatikan gambar 2-19. Nyatakanlah vektor (a) \vec{P} ; (b) \vec{R} ; (c) \vec{S} ; (d) \vec{Q} dalam vektor \vec{A} dan \vec{B} .

Jawab :
 (a) $\vec{A} + \vec{B}$;
 (b) \vec{B} ;
 (c) $-\vec{A}$;
 (d) $\vec{A} - \vec{B}$

- 2-27 Dua vektor membentuk sudut 110° . Salah satu vektor panjangnya 20 satuan dan membentuk sudut 40° dengan resultan keduanya. Tentukan besar vektor kedua dan resultannya.
- 2-28 Tentukan sudut antara 2 vektor yang panjangnya 8 dan 10 satuan, jika resultannya membentuk sudut 50° dengan komponen vektor yang lebih besar. Juga tentukan besar dari vektor resultan.
- 2-29 3buah vektor dalam bidang datar, masing- masing panjangnya 6,5 dan 4 satuan. Vektor pertama dan kedua membentuk sudut 50° , dan kedua dengan ketiga membentuk sudut 75° . Tentukan besar dan arah resultannya terhadap vektor yang terbesar.

2-30 Ditentukan : 2 vektor.

$$\begin{aligned}\bar{a} &= 3\hat{x} + 4\hat{y} - 5\hat{z} \\ \bar{b} &= \hat{x} + \hat{y} + 2\hat{z}\end{aligned}$$

- Tentukan : a). besar dan arah resultannya
 b). besar dan arah $\bar{a} - \bar{b}$
 c). sudut antara \bar{a} dan \bar{b}

2-31 Ditentukan 3 buah vektor

$$\begin{aligned}\bar{a} &= -\hat{x} + 3\hat{y} + 4\hat{z} \\ \bar{b} &= 3\hat{x} - 2\hat{y} - 8\hat{z} \\ \bar{c} &= 4\hat{x} + 4\hat{y} + 4\hat{z}\end{aligned}$$

- a). Dengan perhitungan langsung tentukan apakah ada perbedaan antara perkalian-perkalian vektor : $\bar{a} \times (\bar{b} \times \bar{c})$ dan $(\bar{a} \times \bar{b}) \times \bar{c}$
 b). Tentukan : $\bar{a} \cdot (\bar{b} \times \bar{c})$ dan $(\bar{a} \times \bar{b}) \cdot \bar{c}$ apakah ada perbedaannya ?
 c). Hitung : $(\bar{c} \times \bar{a}) \cdot \bar{b}$ dan bandingkan dengan a) dan b)

3

GERAK LURUS

3-1 JARAK, KECEPATAN DAN PERCEPATAN

Gerak lurus adalah gerak titik P sepanjang lintasan lurus, di sini lintasan diambil sepanjang sumbu x.

- (a) Posisi titik P pada setiap waktu t dinyatakan sebagai **jarak** x dari suatu titik asal yang tetap O pada sumbu x. Jarak x ini positif atau negatif sesuai ketentuan tanda yang berlaku.
- (b) **Kecepatan Rata-rata** V_r dari titik P dalam selang waktu t dan t + Δt selama perpindahan posisi dari x_r ke $x + \Delta x$ adalah :

$$V_r = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_t - x_0}{t - t_0} \quad (3-1)$$

- (c) **Kecepatan sesaat** V dari titik P adalah limit kecepatan Rata-rata untuk pertambahan waktu mendekati nol. Secara matematika ditulis :

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad (3-2)$$

- (d) **Percepatan Rata-rata** a_r dari titik P dalam selang waktu t dan $t + \Delta t$ selama perubahan kecepatan dari V menjadi $V + \Delta V$ adalah

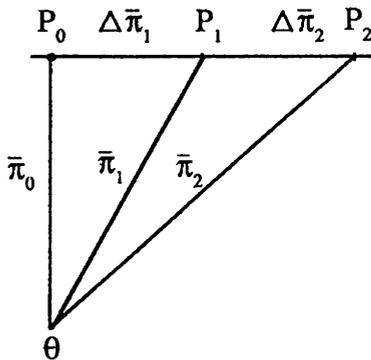
$$a_r = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_t - v_0}{t - t_0} \quad (3-3)$$

- (e) **Percepatan sesaat** a suatu titik P adalah limit percepatan Rata-rata untuk pertambahan waktu mendekati nol. Secara matematika ditulis :

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

3 – 2 GERAK LURUS BERATURAN

Gerak lurus beraturan adalah gerak titik P yang lintasannya berbentuk garis lurus dengan sifat bahwa jarak yang ditempuh tiap satuan waktu tetap.



Perhatikan Gambar 3-1, P_0 , P_1 , P_2 adalah posisi titik P pada saat $t = t_0$, t_1 dan t_2 dengan vektor posisi \vec{r}_0 , \vec{r}_1 , \vec{r}_2 dan perpindahan $\Delta \vec{r}_1$ dan $\Delta \vec{r}_2$.

Δr_1 ditempuh dalam $\Delta t_1 = t_1 - t_0$ dan Δr_2 dalam $\Delta t_2 = t_2 - t_1$

Gambar 3-1

Bila $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t$ dan $\Delta \bar{\pi}_1 = \Delta \bar{\pi}_2 = \Delta \bar{r} = r$ adalah konstan maka gerak benda disebut gerak lurus beraturan. Persamaan lintasan titik P adalah :

$$\bar{r} = \bar{r}_0 + \Delta \bar{r} = \bar{r}_0 + \Delta \bar{r} \hat{e}_r \quad (3-5)$$

di sini \hat{e}_r adalah vektor satuan perpindahan $\Delta \bar{r}$ dan besar perpindahan Δr adalah tetap dalam selang waktu Δt yang sama.

Kecepatan gerak titik P dalam selang waktu Δt adalah :

$$v = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \text{tetap} \quad (3-6)$$

atau

$$\Delta r = v \Delta t \quad (3-7)$$

Persamaan lintasan dalam vektor posisi menjadi :

$$\bar{r} = \bar{r}_0 + v \cdot t \hat{e}_r \quad (3-8)$$

Lintasan ini berupa garis lurus dan bukan pada sumbu x atau y maka komponen-komponennya adalah :

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \bar{x}_0 + v_x t \hat{i} & x \hat{i} &= x_0 \hat{i} + v_x t \hat{i} \\ \bar{y} &= \bar{y}_0 + v_y t \hat{j} & y \hat{j} &= y_0 \hat{j} + v_y t \hat{j} \end{aligned} \quad \text{atau} \quad (3-9)$$

Karena gerak ini dalam gerak satu dimensi dan pada umumnya titik θ diambil di titik P_0 maka persamaan lintasan menjadi :

$$\begin{aligned} x &= v_x t \\ \text{atau} & \\ y &= v_y t \end{aligned} \quad (3-10)$$

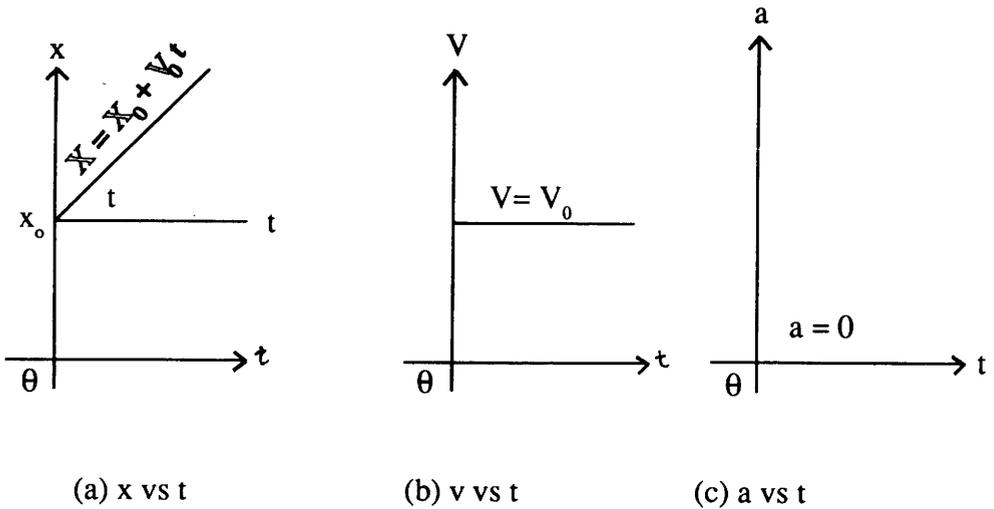
Di sini v_x dan v_y adalah v_x dan v_y Rata-Rata dan besarnya tetap. Jadi dalam gerak lurus beraturan kecepatan Rata-rata sama dengan kecepatan sesaat,

$$\text{atau } v_r = v = c \text{ (konstan)} \quad (3-11)$$

maka percepatan sesaat dalam gerak lurus beraturan :

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} (c) = 0 \quad (3-12)$$

Grafik x vs t , v vs t dan a vs t dapat dilihat dalam Gambar 3-2



Gambar 3-2. Grafik x , v , dan a fungsi t

3-3 GERAK LURUS BERUBAH BERATURAN

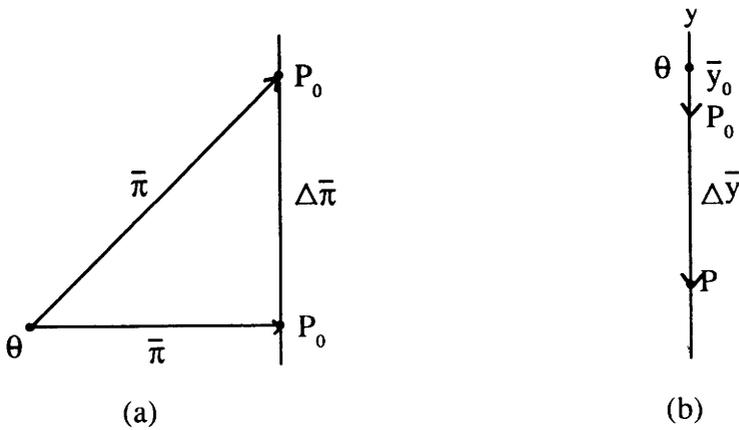
Gerak lurus Berubah Beraturan ialah gerak sebuah benda yang lintasannya berbentuk garis lurus dengan sifat bahwa jarak yang ditempuh tiap satuan waktu berubah lebih besar atau lebih kecil, artinya tidak tetap.

Di sini jarak yang ditempuh makin besar atau makin kecil artinya gerak dipercepat atau diperlambat. Contoh gerak lurus berubah beraturan adalah gerak jatuh bebas. **Gerak jatuh bebas** ialah gerak lurus dipercepat beraturan yang lintasannya vertika ke bawah sejajar sumbu Y dan biasanya arah ke bawah di ambil sebagai arah positif. Gerak jatuh bebas adalah gerak benda yang dilepaskan dari suatu tempat di atas permukaan bumi tanpa kecepatan awal.

Dari eksperimen diperoleh bahwa jarak yang ditempuh berbanding lurus dengan kwadrat dari waktu artinya :

$$Y = c t^2 \tag{3-13}$$

disini c adalah konstanta tak bergantung pada benda dan waktu. Gambar 3-3 menunjukkan lintasan gerak jatuh bebas dari titik P_0



Gambar 3.3 Lintasan Gerak Jatuh Bebas

(a) Titik tinjau 0 di luar sumbu Y

(b) Titik tinjau 0 pada sumbu Y

Persamaan lintasan untuk Gambar 3-3 (a)

$$\bar{r} = \bar{r}_0 + \Delta\bar{r} = \bar{r}_0 + c t^2 \hat{j} \quad (3-14)$$

Persamaan lintasan untuk Gambar 3-3 (b)

$$\bar{y} = \bar{y}_0 + \Delta\bar{y} \quad (3-15)$$

atau

$$y \hat{j} = (y_0 + \Delta y) \hat{j} = (y_0 + c t^2) \hat{j}$$

Karena lintasannya garis lurus, maka persamaan (3-15) pada umumnya ditulis dengan tanpa tanda vektor .

$$y = y_0 + c t^2 \quad (3-16)$$

Persamaan kecepatan benda :

$$v_y = \frac{d_y}{d_t} = 2 C t \quad (3-17)$$

Persamaan percepatan benda :

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = 2 C \quad (3-18)$$

Dari persamaan (3-17) dapat disimpulkan bahwa kecepatan Rata-rata gerak lurus berubah beraturan sangat bergantung pada interval waktu, jadi besarnya tidak sama dengan kecepatan sesaat.

Sebagaimana diketahui bahwa setiap benda yang jatuh bebas di dekat permukaan bumi mempunyai percepatan ke bawah yang disebut percepatan gaya tarik bumi atau percepatan gravitasi bumi g . Percepatan gravitasi bumi ini besarnya rata-rata :

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2 \quad (3-19)$$

Dari persamaan (3-18) dan (3-19) diperoleh :

$$\begin{aligned} a_y &= 2 c = g \\ \text{atau} \quad c &= 1/2 g \end{aligned} \quad (3-20)$$

Persamaan lintasan benda jatuh bebas menjadi :

$$y = y_0 + 1/2 g t^2 \quad (3-21)$$

$$v_y = g t \quad (3-22)$$

$$a_y = g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

Bila titik tinjau θ berimpit dengan P_0 persamaan lintasan jatuh bebas menjadi:

$$y = 1/2 g t^2 \quad (3-23)$$

dan

$$v_y = g t \quad (3-24)$$

Bila persamaan (3-24) ditulis :

$$t = \frac{v_y}{g}, \quad \text{dan disubstitusikan ke dalam persamaan (3-23) diperoleh :}$$

$$v_y^2 = 2 g y \quad (3-25a)$$

atau

$$v_y = \sqrt{2 g y} \quad (3-25b)$$

Benda jatuh bebas adalah gerak lurus berubah beraturan, maka persamaan Gerak lurus berubah beraturan tanpa kecepatan awal ($V_0 = 0$) secara umum dapat ditulis:

$$x = x_0 + 1/2 at^2 \quad \text{atau} \quad s = s_0 + 1/2 at^2 \quad (3-26.a)$$

$$v_x = at \quad v = at \quad (3-26.b)$$

$$v_x^2 = 2 a (x-x_0) \qquad v^2 = 2 a (s - s_0) \qquad (3-26c)$$

Bila mana benda bergerak dengan kecepatan awal V_0 , persamaan lintasan menjadi :

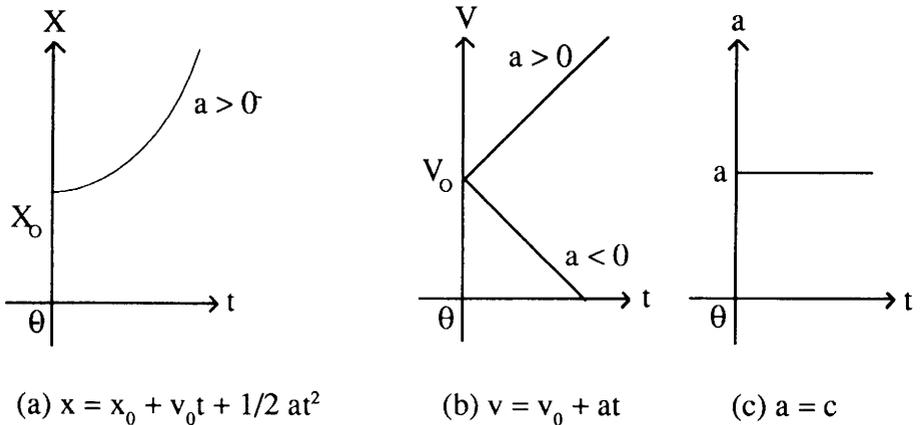
$$x = x_0 + v_0 t + 1/2 at^2 \quad \text{atau} \quad S = s_0 + v_0 t + 1/2 at^2 \qquad (3-27a)$$

$$v_x = v_0 + at \qquad v = v_0 + at \qquad (3-27b)$$

$$v_x^2 = v_0^2 + 2 a (x-x_0) \qquad v^2 = v_0^2 + 2 a (s-s_0) \qquad (3-27c)$$

$$v_r = \frac{v_0 + v_x}{2} \qquad v_r = \frac{v_0 + v}{2} \qquad (3-27d)$$

Grafik x vs t , v vs t dan a vs t dapat dilihat dalam Gambar 3-4



Gambar 3-4 Grafik Gerak berubah beraturan

Dalam Gambar 3-4 dapat dilihat bahwa bila percepatan $a > 0$, kecepatan v naik dan jarak x mempunyai titik minimum dengan bertambahnya waktu. Sebaliknya bila- mana $a < 0$, kecepatan v turun dan jarak x mempunyai titik maksimum.

SOAL YANG DIPECAHKAN

3-1 Ubah laju 0,200 cm/s menjadi km/tahun.

Jawab :

$$\begin{aligned} 0,200 \frac{\text{cm}}{\text{s}} &= (0,200 \frac{\text{cm}}{\text{s}}) (10^{-5} \frac{\text{km}}{\text{s}}) (3600 \frac{\text{h}}{\text{d}}) (24 \frac{\text{d}}{\text{year}}) \\ &= 63 \frac{\text{km}}{\text{thn}} \end{aligned}$$

3-2 Seorang pelari menempuh satu putaran sepanjang 200 m dalam waktu 25 detik.

(a) Berapakah laju rata-ratanya ?

(b) Berapakah kecepatan rata-ratanya ?

Jawab :

(a) Dari definisi :

$$\text{Laju rata-rata} = \frac{\text{Jarak yang ditempuh}}{\text{waktu yang diperlukan}} = \frac{200 \text{ m}}{25 \text{ s}} = 8,0 \text{ m/s}$$

(b) Karena titik akhir lintasan berimpit dengan titik awalnya, maka vektor perpindahan pelari itu adalah nol. Hingga

$$v = \frac{\text{perpindahan}}{\text{waktu}} = \frac{0 \text{ m}}{25 \text{ s}} = 0 \text{ m/s}$$

3-3 Benda yang mula-mula diam dipercepat dengan percepatan 8 m/s^2 dan menempuh garis lurus. Tentukan :

(a) laju pada akhir detik ke-5;

(b) laju rata-rata dalam selang waktu 5 detik pertama;

(c) jarak yang ditempuh dalam 5 detik tersebut.

Jawab :

Kita hanya memperhatikan gerak selama 5 detik pertama. Pada gerak ini diketahui bahwa $v_0 = 0$, $t = 5$, $a = 8 \text{ m/s}^2$. Karena gerak ini adalah gerak yang dipercepat beraturan, maka kelima persamaan gerak di atas dapat digunakan :

$$(a) \quad v = v_0 + at = 0 + (8 \text{ m/s}^2)(5 \text{ s}) = 40 \text{ m/s}$$

$$(b) \quad \bar{v} = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{0 + 40}{2} \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}$$

$$(c) \quad s = v_0 t + 1/2 at^2 = 0 + 1/2 (8 \text{ m/s}^2)(5 \text{ s})^2 = 100 \text{ m}$$

atau

$$s = \bar{v}t = (20 \text{ m/s})(5 \text{ s}) = 100 \text{ m}$$

3-4 Laju sebuah truk bertambah secara teratur dari 15 km/jam menjadi 60 km/jam dalam waktu 20 detik. Carilah :

- (a) laju rata-rata,
- (b) percepatan,
- (c) jarak yang ditempuh, dalam satuan meter dan detik.

Jawab : Pada gerak selama 20 detik ini berlaku :

$$v_0 = \left(15 \frac{\text{km}}{\text{jam}}\right) \left(1000 \frac{\text{m}}{\text{km}}\right) \left(\frac{1}{3600} \frac{\text{jam}}{\text{s}}\right) = 4,17 \text{ m/s}$$

$$v = 60 \text{ km/jam} = 16,7 \text{ m/s}$$

$$t = 20 \text{ s}$$

$$(a) \quad \bar{v} = 1/2(v_0 + v_f) = 1/2(4,17 + 16,7) \text{ m/s} = 10,4 \text{ m/s}$$

$$(b) \quad a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{(16,7 - 4,2)}{20 \text{ s}} = 0,63 \text{ m/s}^2$$

$$(c) \quad x = \bar{v}t = (10,4 \text{ m/s})(20 \text{ s}) = 208 \text{ m}$$

3-5 Bola jatuh bebas dari ketinggian 50 m.

- (a) Berapakah laju bola sesaat sebelum sampai di tanah ?
- (b) Berapa waktu yang diperlukan bola untuk mencapai tanah ?

Jawab :

Dengan mengabaikan gesekan udara, bola itu bergerak dipercepat beraturan hingga sampai di tanah. Percepatan yang dialaminya adalah $9,8 \text{ m/s}^2$ ke bawah. Dengan mengambil arah ke bawah sebagai arah positif, maka :

$$y = 50 \text{ m}, a = 9,8 \text{ m/s}^2, v_0 = 0$$

$$(a) \quad v^2 = v_0^2 + 2 ay = 0 + 2(9,8 \text{ m/s}^2)(50 \text{ m}) = 980 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

maka $v = 31 \text{ m/s}$

$$(b) \quad \text{Karena } a = (v - v_0)/t,$$

$$\text{maka } t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{(31 - 0) \text{ m/s}}{9,8 \text{ m/s}^2} = 3,2 \text{ s}$$

- 3-6 Seorang pemain ski dari keadaan diam meluncur ke bawah sejauh 9 m dalam waktu 3 detik. Setelah berapa waktu orang itu mencapai kecepatan 24 m/s ? Anggaphlah orang itu mengalami percepatan tetap.

Jawab :

Pertama-tama kita harus tentukan dahulu percepatan yang dialami pemain ski. Ini dapat kita peroleh dengan memakai data mengenai gerakanya selama 3 detik itu. Di sini berlaku : $t = 3 \text{ s}$, $v_0 = 0$ dan $s = 9 \text{ m}$. Maka, karena $s = v_0 t + 1/2 at^2$, diperoleh :

$$a = \frac{2s}{t^2} = \frac{18 \text{ m}}{(3 \text{ s})^2} = 2 \text{ m/s}^2$$

Harga a ini kita gunakan dalam gerak dari titik semula hingga titik di mana $v = 24 \text{ m/s}$. di sini $v_0 = 0$, $v = 24 \text{ m/s}$, $a = 2 \text{ m/s}^2$. Dari $v = v_0 + at$ diperoleh

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{24 \text{ m/s}}{2 \text{ m/s}^2} = 12 \text{ s}$$

- 3-7 Bis yang bergerak dengan laju 20 m/s mulai mengurangi kecepatannya sebanyak 3 m/s setiap detik. Berapakah jarak yang ditempuhnya sebelum sama sekali berhenti ?

Jawab :

Di sini berlaku : $v_0 = 20 \text{ m/s}$, $v = 0 \text{ m/s}$, $a = -3 \text{ m/s}^2$. Perhatikan bahwa bus itu tidak dipercepat dalam arah positif, melainkan diperlambat dalam arah itu, maka percepatannya bertanda negatif (perlambatan). Dengan memakai rumus

$$v^2 = v_0^2 + 2ax$$

kita dapatkan :

$$x = \frac{-(20 \text{ m/s})^2}{2(-3 \text{ m/s}^2)} = 67 \text{ m}$$

- 3-8 Mobil dengan laju 30 m/s mengalami perlambatan hingga dalam waktu 5 detik lajunya tinggal 10 m/s. Tentukan (a) percepatan dan (b) jarak yang ditempuh mobil dalam detik ketiga.

Jawab :

- (a) Corak dalam selang waktu 5 detik : $t = 5 \text{ s}$: $v_0 = 30 \text{ m/s}$, $v = v_0 + at$ diperoleh :

$$a = \frac{(10 - 30)}{5 \text{ s}} = -4 \text{ m/s}^2$$

$$\begin{aligned}
 x &= (\text{jarak tempuh selama 3 detik}) - (\text{jarak tempuh selama 2 detik}). \\
 &= (v_0 t_3 + 1/2 a t_3^2) - (v_0 t_2 + 1/2 a t_2^2) \\
 &= v_0(t_3 - t_2) + 1/2 a(t_3^2 - t_2^2)
 \end{aligned}$$

Dengan mengetahui $v_0 = 30 \text{ m/s}$, $a = -4 \text{ m/s}^2$, $t_2 = 2 \text{ s}$, $t_3 = 3 \text{ s}$,
diperoleh $x = (30 \text{ m/s})(1 \text{ s}) - (2 \text{ m/s}^2)(5 \text{ s}^2) = 20 \text{ m}$

- 3-9 Kecepatan kereta api berkurang beraturan dari 15 m/s hingga menjadi 7 m/s dalam jarak 90 m. (a) Tentukan percepatan. (b) Hitung yang masih dapat ditempuh kereta api itu sebelum berhenti, dengan anggapan percepatannya tetap.

Jawab :

(a) Di sini $v_0 = 15 \text{ m/s}$, $v = 7 \text{ m/s}$, $x = 90 \text{ m}$. Dari $v^2 = v_0^2 + 2ax$ diperoleh $a = -0.98 \text{ m/s}^2$

(b) Sekarang berlaku $v_0 = 7 \text{ m/s}$, $v = 0$, $a = -0.98 \text{ m/s}^2$.

Maka dari $v^2 = v_0^2 + 2ax$ diperoleh :

$$x = \frac{0 - (7 \text{ m/s})^2}{-1,96 \text{ m/s}^2} = 25 \text{ m}$$

- 3-10 Batu dilempar vertikal ke atas dan mencapai titik tertinggi 20 m. Hitung laju semulanya.

Jawab :

Misalkan arah ke atas kita ambil positif. Kecepatan batu adalah nol pada titik tertingginya. Maka $v = 0$, $y = 20$, $a = -9,8 \text{ m/s}^2$ (tanda minus ini disebabkan karena gravitasi selalu ke bawah, sedang arah ke atas sudah ditentukan sebagai arah positif). Dengan memakai hubungan $v^2 = v_0^2 + 2ay$ diperoleh

$$V_0 = \sqrt{-2(-9,8 \text{ m/s}^2)(20\text{m})} = 19,8 \text{ m/s}$$

- 3-11 Batu dilempar vertikal ke atas dengan kecepatan 20 m/s, dan ditangkap kembali sewaktu turun di titik 5,0 m di atas titik awalnya :

(a) Hitunglah kecepatan batu pada saat ditangkap.

(b) Hitung juga waktu perjalanan batu.

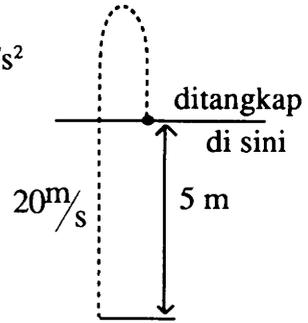
Jawab :

Lihat gambar 3-5. Ambillah arah ke atas sebagai arah positif. Selama perjalanan, dari saat batu dilempar sampai ditangkap, berlaku bahwa $v_0 = 20 \text{ m/s}$, $y = +5 \text{ m}$ (perhatikan tandanya), $a = -9,8 \text{ m/s}^2$.

(a) Dari $v^2 = v_0^2 + 2ay$ diperoleh :

$$v^2 = (20 \text{ m/s})^2 + 2(-9,8 \text{ m/s}^2)(5 \text{ m}) = 302 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v = \sqrt{\pm 302 \text{ m}^2/\text{s}^2} = -17,4 \text{ m/s}$$



gambar 3 - 5

Di sini dipakai tanda negatif mengingat arah batu pada saat ditangkap adalah ke bawah.

(b) Dari $a = (v - v_0)/t$ diperoleh :

$$t = \frac{(-17,4 - 20) \text{ m/s}}{-9,8 \text{ m/s}^2} = 3,8 \text{ m/s}$$

Perhatikan bahwa v harus diberi tanda negatif.

3-12 Bola yang dilempar vertikal ke atas, setelah 4 detik kembali ke tempat semula. Berapakah kecepatan awalnya ?

Jawab :

Ambil arah ke atas sebagai arah positif. Dari awal sampai akhir berlaku $y = 0$, $a = -9,8 \text{ m/s}^2$, $t = 4 \text{ s}$. Perhatikan bahwa titik akhir dan awal berimpitan hingga perpindahan perpindahan bola itu adalah nol.

Dari $y = v_0 t + 1/2 at^2$ diperoleh :

$$0 = v_0(4 \text{ s}) + 1/2(-9,8 \text{ m/s}^2)(4 \text{ s})^2$$

maka $v_0 = 19,6 \text{ m/s}$.

3-13 Granat ditembakkan vertikal ke atas dengan kecepatan awal 500 m/s. Dengan mengabaikan gesekan udara,

- hitunglah ketinggian maksimum yang dapat dicapai.
- waktu yang diperlukan untuk mencapai ketinggian itu,
- kecepatan sesaat pada akhir detik ke-60,
- Bila granat itu mencapai ketinggian 10 km ?

Jawab :

Ambillah arah ke atas sebagai arah positif. Pada titik tertinggi kecepatannya adalah nol.

$$(a) v^2 = v_0^2 + 2ay \text{ atau } 0 = (500 \text{ m/s})^2 + (-9,8 \text{ m/s}^2)y \text{ maka } y = 12,8 \text{ km}$$

$$(b) v = v_0 + at \text{ atau } 0 = 500 \text{ m/s} + (-9,8 \text{ m/s}^2)t \text{ maka } t = 51 \text{ s}$$

$$(c) v = v_0 + at \text{ atau } v = 500 \text{ m/s} + (-9,8)(60 \text{ s}) = -88 \text{ m/s}$$

Tanda negatif di sini berarti pada saat $t = 60 \text{ s}$, granat sedang turun.

$$(d) y = v_0 t + 1/2 at^2 \text{ atau } 10\,000 \text{ m} = (500 \text{ m/s})t + 1/2(-9,8 \text{ m/s}^2)t^2$$

$$\text{atau } 4,9 t^2 - 500t + 10\,000 = 0$$

Dengan memakai rumus akar persamaan kuadrat :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

diperoleh $t = 27 \text{ s}$ dan 75 s . Pada saat $t = 75 \text{ s}$ granat berada pada ketinggian yang sama namun sedang turun & pada saat $t = 27 \text{ s}$ granat berada pada ketinggian 10 km & sedang naik.

3-14 Benda dilepas dari balon pada ketinggian 300 m ; pada saat itu balon sedang naik dengan laju 13 m/s .

(a) Tentukan titik tertinggi yang dicapai benda yang dilepas itu;

(b) Tentukan pula ketinggian dan kecepatan benda 5 detik setelah dilepas;

(c) Setelah berapa detik sesudah dilepas benda mencapai bumi ?

Jawab :

Kecepatan awal benda pada saat dilepas adalah sama dengan kecepatan balon, yakni 13 m/s arah vertikal ke atas. Mari kita tentukan arah ke atas sebagai arah positif dan $y = 0$ di tempat pelepasan.

(a) Pada titik tertinggi kecepatan benda $v = 0$, hingga dari rumus

$$v^2 = v_0^2 + 2ay \text{ diperoleh :}$$

$$0 = (13 \text{ m/s})^2 + 2(-9,8 \text{ m/s}^2)y \text{ atau } y = 8,6 \text{ m}$$

Kedudukan tertinggi benda adalah $300 + 8,6 = 308,6 \text{ m}$

(b) Anggaplah ketinggian benda pada akhir 5 detik adalah titik akhir y . Maka dari rumus $y = v_0 t + 1/2 at^2$ diperoleh :

$$y = (13 \text{ m/s})(5 \text{ s}) + 1/2 (-9,8 \text{ m/s}^2)(5 \text{ s})^2 = 58 \text{ m}$$

Berarti bahwa ketinggiannya dihitung dari permukaan bumi adalah $300 - 58 = 242$ m. Dari persamaan $v = v_0 + at$ dapat diperoleh

$$v = 13 \text{ m/s} + (-9,8 \text{ m/s}^2) (5 \text{ s}) = -36 \text{ m/s}$$

yang berarti bahwa benda itu memang sedang jatuh dan berkecepatan 36 m/s.

- (c) Sesaat sebelum mencapai permukaan tanah, perpindahan benda adalah -300 m.

Rumus $y = v_0 t + 1/2 at^2$ menjadi $-300 \text{ m} = (13 \text{ m/s})t + 1/2 (-9,8 \text{ m/s}^2)t^2$ atau $4,9 t^2 - 13 t - 300 = 0$. Maka $t = 9,3 \text{ s}$ dan $-6,6 \text{ s}$.

Kita pakai akar yang bertanda positif saja, karena waktu dihitung dari saat $t = 0$ ke depan. Maka jawaban yang dicari adalah $t = 9,3 \text{ s}$.

3-15 Sebuah manik-manik menggelincir bebas ke bawah pada kawat licin yang tebetang di antara titik P_1 dan P_2 pada lingkaran vertikal dengan jari-jari R (Gambar 3-6). Bila manik-manik mulai dari keadaan diam di P_1 , hitunglah

- Kecepatan v setelah sampai di P_2
- Waktu untuk sampai di P_2

Jawab :

- Percepatan manik-manik dalam gerakannya lewat kawat ke bawah adalah $g \cos \theta$ dan panjang kawat $P_1 P_2 = 2R \cos \theta$ maka

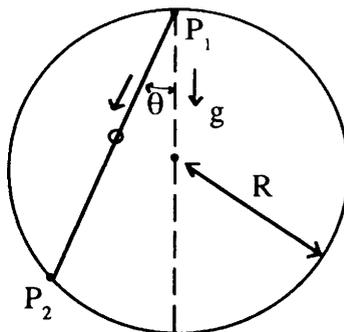
$$v^2 = 0^2 + (g \cos \theta)(2R \cos \theta)$$

atau :

$$v = 2 (\sqrt{gR}) \cos \theta$$

- Waktu yang diperlukan manik-manik untuk sampai di P_2 :

$$t = \frac{v}{a} = \frac{2\sqrt{gR} \cos \theta}{g \cos \theta} = 2\sqrt{\frac{R}{g}}$$



Gambar 3-6

3-16 Benda 1, dilepas dari keadaan diam pada puncak bidang miring yang licin, dan pada saat yang sama benda 2 di dorong ke atas dari kaki bidang dengan kecepatan sedemikian sehingga benda 1 dan 2 bertemu ditengah-tengah bidang miring.

- Tentukanlah kecepatan dorongan ke atas terhadap benda 2.
- Hitunglah kecepatan masing-masing benda pada saat bertemu.

Jawab :

a. Dalam waktu t benda 1 menempuh jarak :

$$\frac{l}{2} = (0)t + \frac{1}{2}(g \sin \theta) t^2$$

dan benda 2 menempuh jarak :

$$\frac{l}{2} = v_{02}t + \frac{1}{2}(-g \sin \theta) t^2$$

Kalau dijumlahkan kedua persamaan ini menghasilkan :

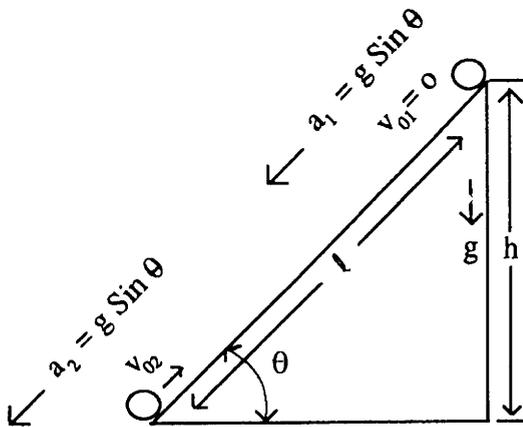
$$l = v_{02}t \text{ atau } t = l / v_{02}$$

Substitusikan harga t ini ke persamaan pertama :

$$v_{02} = g l \sin \theta = g h$$

b. $v_1^2 = (0)^2 + 2(g \sin \theta) \frac{l}{2}$ atau $v = \sqrt{gl} \sin \theta = \sqrt{gl}$

$v_2^2 = v_{02}^2 + 2(-g \sin \theta) \frac{l}{2} = gl \sin \theta - gl \sin \theta$ atau $v = 0$



Gambar 3 - 7

3-17 Sebuah partikel bergerak sepanjang sumbu x dengan persamaan lintasannya $x = 5t^2 + 1$, dengan x dalam meter dan t dalam detik.

Hitung :

- Kecepatan rata-rata antara $t = 2$ detik dan $t = 3$ detik.
- Kecepatan pada saat $t = 2$ detik
- Kedudukannya pada $t = 10$ detik dan $t = 0$ detik
- Jalan yang ditempuh dalam 10 detik.
- Percepatan rata-rata antara $t = 2$ detik dan $t = 3$ detik.
- Grafik x vs t , v vs t dan a vs t .

Jawab :

a. $x = 5t^2 + 1$

$$v_{\text{rata-rata}} = \frac{x}{t} = \frac{x_3 - x_2}{t_3 - t_2}$$
$$= \frac{(5 \cdot 3^2 + 1) - (5 \cdot 2^2 + 1)}{3 - 2}$$

$$v_{\text{rata-rata}} = \frac{46 - 21}{1} = 25 \text{ m/det}$$

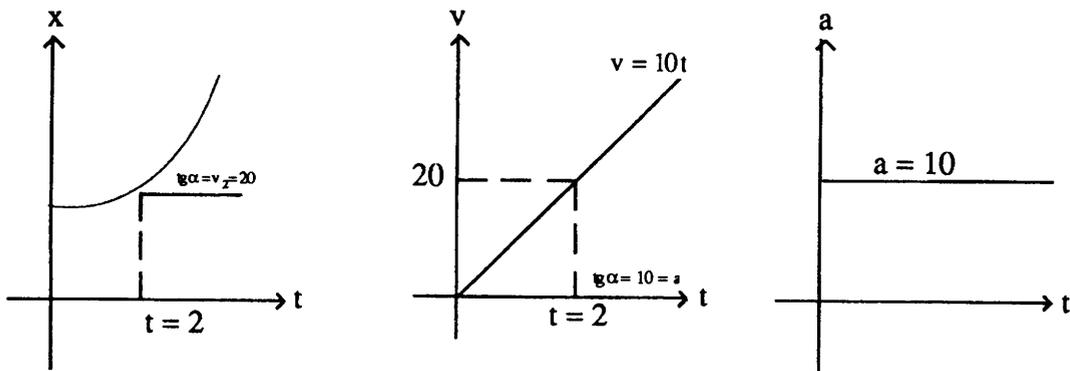
b. $v_2 = \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=2} = 10t \Big|_{t=2} = 20 \text{ m/det}$

c. $x_0 = 1 \text{ m}$
 $x_{10} = 5 \cdot 10^2 + 1 = 501 \text{ m}.$

d. Jalan yang ditempuh dalam 10 detik : $(501 - 1) \text{ m} = 500 \text{ m}.$

e. $a_{\text{rata-rata}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_3 - v_2}{t_3 - t_2}$

$$= \frac{10 \cdot 3 - 10 \cdot 2}{1} = 10 \text{ m/det}^2 \text{ (konstan, dipercepat)}$$



Gambar 3-8

- 3-18 Sebuah partikel bergerak sepanjang sumbu x dengan persamaan :
 $x = 2 t^3 + 5 t^2 + 5$; x dalam meter dan t dalam detik. Tentukan :
- Kecepatan dan percepatan setiap saat.
 - Letak, percepatan, kecepatan pada $t = 2$ dan $t = 5$ detik.
 - Kecepatan rata-rata dan percepatan rata-rata antara $t = 2$ dan $t = 5$ detik.
 - Grafik dari x vs t, v vs t dan a vs t.

Jawab :

$$x = 2 t^3 + 5 t^2 + 5$$

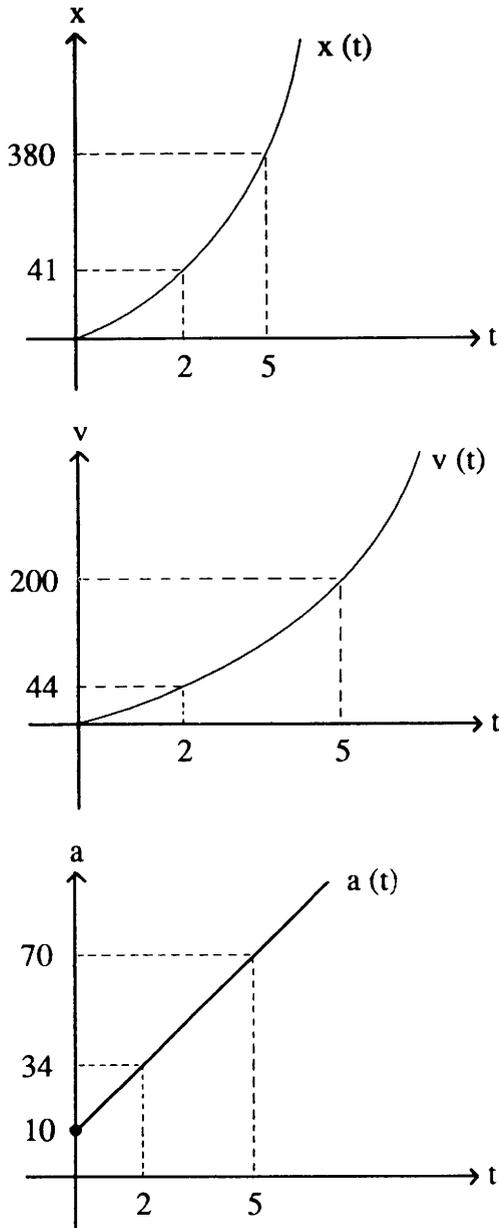
$$a. \quad v(t) = \frac{dx}{dt} = 6 t^2 + 10 t$$

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = 12 t + 10, \text{ tidak konstan}$$

$$\begin{aligned}
 b. \quad x_2 &= (2 \cdot 2^3 + 5 \cdot 2^2 + 5) = (16 + 20 + 5) \text{ m} = 41 \text{ m} \\
 x_5 &= (2 \cdot 5^3 + 5 \cdot 5^2 + 5) = (250 + 125 + 5) \text{ m} = 380 \text{ m} \\
 v_2 &= (6 \cdot 2^2 + 10 \cdot 2) \text{ m/det} = (24 + 20) \text{ m/det} = 44 \text{ m/det.} \\
 v_5 &= (6 \cdot 5^2 + 10 \cdot 5) \text{ m/det} = (150 + 50) \text{ m/det} = 200 \text{ m/det.} \\
 a_2 &= (12 \cdot 2 + 10) \text{ m/det}^2 = 34 \text{ m/det}^2 \\
 a_5 &= (12 \cdot 5 + 10) \text{ m/det}^2 = 70 \text{ m/det}^2
 \end{aligned}$$

$$c. \quad v_{\text{rata-rata}} = \frac{x_5 - x_2}{5 - 2} = \frac{380 - 41}{3} \text{ m/det} = \frac{339}{3} \text{ m/det} = 113 \text{ m/det}$$

$$\begin{aligned}
 a_{\text{rata-rata}} &= \frac{v_5 - v_2}{5 - 2} = \frac{200 - 44}{3} \text{ m/det}^2 \\
 &= \frac{156}{3} \text{ m/det}^2 = 52 \text{ m/det}^2 \text{ (percepatan).}
 \end{aligned}$$



Gambar 3 - 9

3-19. Sebuah partikel bergerak sepanjang sumbu x dengan persamaan :

$$x = t^3 - 3t^2 - 9t + 5. \text{ Tentukan :}$$

- Interval waktu mana partikel bergerak ke arah x positif dan ke x negatif.
- Waktu pada saat partikel berhenti.

- c. Waktu pada saat dipercepat.
- d. Waktu pada saat diperlambat.
- e. Gambarkan grafik x vs t , v vs t dan a vs t

Jawab :

$$x = t^3 - 3t^2 - 9t + 5$$

- a. Arah gerak ditentukan oleh arah v .
 $v > 0$ berarti bergerak ke x positif.
 $v < 0$ berarti bergerak ke x negatif.

$$\text{Jadi } v = \frac{dx}{dt} = 3t^2 - 6t - 9 = 3(t-3)(t+1)$$

Harga $t < 0$ tidak berlaku.

Jadi partikel bergerak ke arah x positif, bila $v > 0$ maka $t - 3 > 0 \rightarrow t > 3$.

partikel bergerak ke x negatif bila $v < 0 \rightarrow t - 3 < 0$

$$\rightarrow t < 3$$

- b. Partikel berhenti bila $v = 0$, $t - 3 = 0 \rightarrow t = 3$.
- c. Pada saat partikel dipercepat berarti $a > 0$; $v > 0$ dan $a < 0$, $v < 0$.

$$a = \frac{dv}{dt} = 6t - 6 > 0 \rightarrow t > 1$$

Jadi dipercepat $t > 3$ dan $t < 1$

- d. Pada saat partikel diperlambat berarti $a < 0$, $v > 0 \rightarrow t > 1$ dan
 $a > 0$, $v < 0 \rightarrow t < 3$

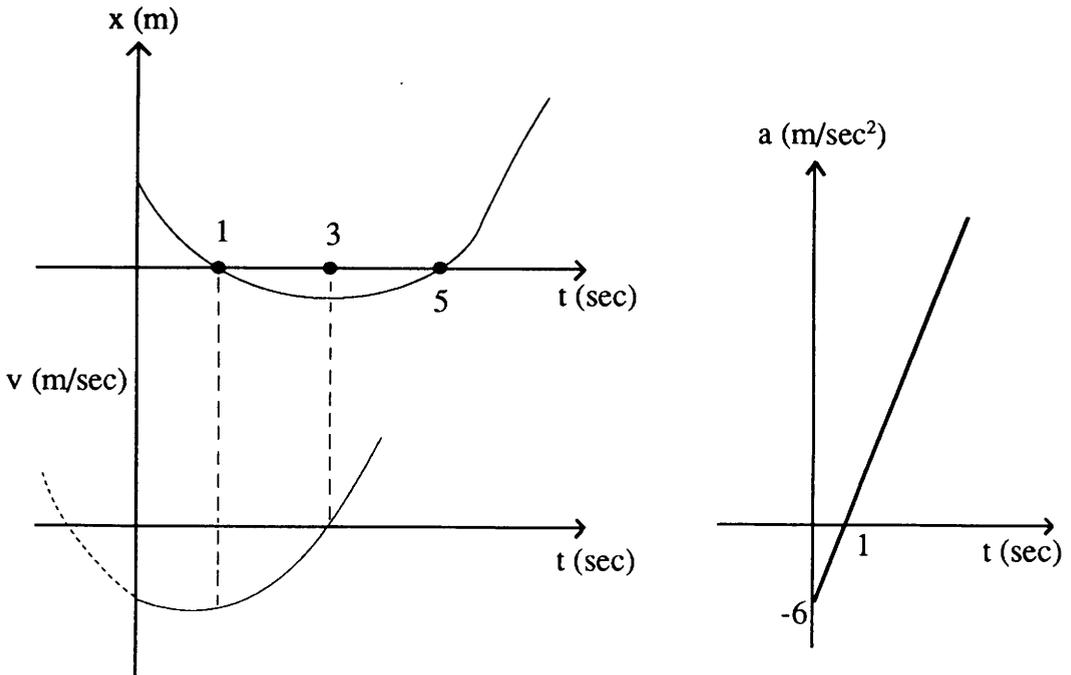
Jadi $1 < t < 3$

Kesimpulan : pada $0 < t < 1$, gerak ini dipercepat dengan kecepatan awal -9 m/det, artinya sedang bergerak ke arah x negatif. Pada $t > 1$ gerak diperlambat ke arah x positif.

Pada $t = 1$, terjadi perubahan gerak dari dipercepat menjadi diperlambat

Pada $t = 3$, partikel berhenti, selanjutnya $t > 3$ dipercepat terus.

- e. Untuk menggambarkan grafik dapat dicari dulu titik potong pada $x = 0$.
 $v = 0$ $a = 0$. Pada bentuk a) grafik yang bukan garis lurus ada perpotongan lebih dari 1 tempat t .



Gambar 3-10

3-20 Percepatan sebuah benda pada sumbu x , dengan persamaan :
 $a = (4x - 2)$. Pada $x = 0$, $v_0 = 10$ m/det.
 Tentukan kecepatan pada setiap tempat.

Jawab :

$$a = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{dx}{dx} = dv \cdot \frac{dx}{dt} \frac{1}{dx}$$

$a dx = v dv$, adalah persamaan diferensial.

$$\int (4x - 2)dx = \int v dv + c$$

$$\int 4x dx - \int 2 dx = \int v dv + c \rightarrow \frac{4}{2} x^2 - 2x = \frac{1}{2} v^2 + c$$

Jika $x = 0 \rightarrow v = 10$, maka : $0 = 1/2 \cdot 10^2 + c \rightarrow c = -50$.

Jadi $1/2 v^2 = 2x^2 - 2x + 50$

$$v^2 = 4x^2 - 4x + 100$$

$$v = 4x^2 - 4x + 100$$

3-21. Percepatan sebuah benda yang bergerak lurus $a = 4 - t^2$, pada $t = 0$, $v = 2$ m/det, dan $x = 9$ m. Tentukan $v(t)$ dan $x(t)$ dan x dalam 10 detik.

Jawab : $a = \frac{dv}{dt} \quad v = \int dv = \int a dt + c$

$$\begin{aligned} \text{Jadi } v &= \int (4 - t^2) dt + c \\ &= \int 4 dt - \int t^2 dt + c \\ &= 4t - \frac{1}{3} t^2 + c \end{aligned}$$

$$t = 0, v = 2 \rightarrow c = 2$$

$$\text{Jadi } v = -\frac{1}{3} t^3 + 4t + 2.$$

$$\begin{aligned} x &= \int v dt + c = \int (-\frac{1}{3} t^3 + 4t + 2) dt + c \\ &= \int -\frac{1}{3} t^3 dt + \int 4t dt + \int 2 dt + c \\ &= -\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} t^4 + \frac{4}{2} t^2 + 2t + c \end{aligned}$$

$$x = \frac{1}{12} t^4 + 2t^2 + 2t + c$$

$$t = 0 \rightarrow x = 9 \rightarrow c = 9$$

$$\text{Jadi } x = -\frac{1}{12} t^4 + 2t^2 + 2t + 9$$

$$x_0 = 9$$

$$\begin{aligned} x_{10} &= -\frac{1}{12} \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 9 = -\frac{1000}{12} + 200 + 20 + 9 \\ &= -604 \frac{1}{3} \text{ m (kedudukan titik pada } t = 10) \end{aligned}$$

Jalan yang ditempuh dalam 10 detik :

$$\int_0^{10} (-\frac{1}{3} t^3 + 4t + 2) dt = \frac{1}{12} t^4 + 2t^2 + 2t \Big|_0^{10} = 595 \text{ m}$$

3-22. Percepatan dari sebuah benda mempunyai persamaan : $a = -kv$, $k = \text{konstanta}$

Tentukan :

a). v setiap saat.

b). s setiap saat.

c). v sebagai fungsi tempat.

Jawab :

$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow -kv = \frac{dv}{dt} \quad \int dt = \int \frac{dv}{kv}$$

$$\text{jadi } \frac{1}{k} \int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = - \int_0^t dt$$

$$\frac{1}{k} \ln \frac{v}{v_0} = -t \rightarrow \ln \frac{v}{v_0} = -kt$$

Jadi $v = v_0 e^{-kt}$

b).
$$v = \frac{ds}{dt} v_0 e^{-kt}$$

$$\int_0^s ds = \int_0^t v_0 e^{-kt} dt$$

$$s = \frac{v_0}{k} e^{-kt} \Big|_0^t = -\frac{v_0}{k} (e^{-kt} - 1)$$

$$s = \frac{v_0}{k} (1 - e^{-kt})$$

- c). Dari hasil a dan b dapat dieliminir t hingga diperoleh hubungan v dan s.
Cara lain dengan integrasi juga.

$$a = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{ds}{ds} \qquad a = \frac{dv}{ds}$$

$$\text{Jadi } -kv = v \frac{dv}{ds}$$

$$\text{Jadi} \qquad v = \int_{v_0}^v dv = -k \int ds$$

$$v - v_0 = -k s$$

$$v = v_0 - k s.$$

SOAL LATIHAN

- 3-23 Spedometer mobil pada saat berangkat menunjukkan 22 687 km dan pada saat tiba kembali menunjukkan 22 791 km. Waktu bepergian 4 jam. Hitunglah laju rata-rata mobil dalam satuan km/jam; m/s.

Jawab: 26km/jam; 7,2 m/s.

- 3-24 Mobil berjalan selama 4 menit dengan laju 25 km/jam, kemudian selama 8 menit dengan laju 50 km/jam dan akhirnya selama 2 menit dengan laju 20 km/jam. Tentukan (a) jarak total yang ditempuh dinyatakan dalam km, dan (b) kecepatan rata-rata selama perjalanan itu dinyatakan dalam m/s.

Jawab : (a) 9 km; (b) 10,7 m/s.

- 3-25 Seorang pelari dalam waktu 50 detik dapat menempuh 1,5 lap. (1 lap = 1 kali keliling lapangan). Diameter lintasan 40 m dan kelilingnya 126 m. Tentukan (a) laju rata-rata pelari; (b) besar kecepatan rata-ratanya.

Jawab : (a) 3,78 m/s; (b) 0,80 m/s.

- 3-26 Benda bergerak lurus dipercepat beraturan dengan kecepatan awal 8 m/s. Dalam waktu 40 detik benda menempuh jarak 640 m. Dalam selang waktu 40 detik ini (a) berapakah kecepatan rata-rata benda ? (b) berapa pula kecepatan akhirnya ? dan (c) berapa percepatannya ?

Jawab : (a) 16 m/s; (b) 24 m/s; (c) 0,40 m/s².

- 3-27 Dari keadaan diam sebuah truk berjalan dengan percepatan tetap sebesar 5 m/s². Tentukan laju dan jarak yang ditempuh truk itu 4 detik setelah berangkat.

Jawab : 20 m/s; 40 m.

- 3-28 Kotak menggeser di atas bidang miring dengan percepatan tetap. Kalau kotak mula-mula diam dan dalam waktu 3 detik dapat mencapai laju 2,7 m/s, tentukan (a) percepatan dan (b) jarak yang ditempuh dalam 6 detik pertama.

Jawab : (a) 0,90 m/s²; (b) 162 m.

- 3-29 Antara dua pos penjagaan sejauh 30 m satu dari yang lain, sebuah mobil bergerak dengan percepatan yang tetap. Pada pos pertama laju mobil adalah 5,0 m/s dan mobil memerlukan waktu 4, detik agar sampai di pos kedua. Berapakah percepatan mobil, dan berapa pula lajunya setibanya di pos kedua ?

Jawab : 1,25 m/s²; 10 m/s.

- 3-30 Kecepatan mobil bertambah secara beraturan dari 6,0 m/s menjadi 20 m/s. Dalam waktu itu mobil menempuh jarak 70 m. Berapakah percepatan mobil, dan berapa pula waktu yang diperlukannya ?

Jawab : 2,6 m/s²; 5,4 s.

3-31 Dari keadaan diam pesawat dapat mengudara setelah menempuh jarak 600 m dalam waktu 12 detik. Tentukanlah (a) percepatan pesawat; (b) laju pada akhir waktu 12 detik itu; (c) jarak yang ditempuh dalam detik ke-12.

Jawab : $8,3 \text{ m/s}^2$; (b) 100 m/s ; (c) 96 m .

3-32 Kereta api dengan laju 30 m/s dapat dihentikan dalam waktu 44 detik. Tentukan percepatan yang dialaminya. Tentukan pula jarak yang ditempuh kereta antara saat mulai direm hingga berhenti sama sekali. (Jarak ini disebut "stopping distance").

Jawab : $-0,68 \text{ m/s}^2$; 660 m .

3-33 Benda yang bergerak dengan laju 13 m/s diperlambat beraturan sebanyak 2 m/s setiap detik selama 6 detik. Tentukan (a) laju akhir; (b) laju rata-rata selama waktu 6 detik tersebut; (c) jarak yang ditempuh dalam waktu 6 detik itu.

Jawab : (a) 1 m/s ; (b) 7 m/s ; (c) 42 m .

3-34 Benda jatuh bebas. (a) Berapakah percepatannya ? (b) Berapakah jarak jatuhnya dalam waktu 3 detik ? (c) Berapa pula benda setelah jatuh 70 m ? (d) Hitung waktu yang diperlukan agar benda mencapai laju 25 m/s . (e) Tentukan waktu yang diperlukan untuk jatuh sejauh 300 m .

Jawab : (a) $9,8 \text{ m/s}^2$; (b) 44 m ; (c) 37 m/s ; (d) $2,55 \text{ s}$; (e) $7,8 \text{ s}$

3-35 Kelereng yang dijatuhkan dari atas jembatan mencapai air sungai dalam waktu 5 detik. Hitunglah

- (a) laju kelereng sesaat sebelum mencapai permukaan air, dan
- (b) tinggi jembatan.

Jawab : (a) 49 m/s ; (b) 123 m .

3-36 Dari ketinggian 25 m batu dilempar vertikal kebawah dengan kecepatan 8 m/s .

- (a) Dalam berapa waktu batu mencapai tanah ?
- (b) Berapakah kecepatan batu sesaat sebelum mencapai tanah ?

Jawab : (a) $1,59 \text{ s}$;

(b) $23,5 \text{ m/s}$.

3-37 Benda jatuh bebas dari titik A, dan di titik B di bawahnya lajunya sudah 25 ft/s . Dengan mengabaikan gesekan udara, hitunglah jarak AB.

Jawab : 917 ft .

3-38 Bola dilempar vertikal ke atas dengan kecepatan 30 m/s .

- (a) Berapa lama bola itu naik?
- (b) Berapakah ketinggian yang dapat dicapai ?
- (c) Berapa waktu diperlukan agar bola setelah dilempar, kembali ditangkap ?
- (d) Bilamana kecepatan bola itu 16 m/s ?

Jawab : (a) 3,06 s; (b) 46 m;
(c) 6,1 s; (d) 1,43 s dan 4,7 s.

3-39 Sebuah benda terlepas dan jatuh dari balon. Dalam waktu 20 detik benda mencapai tanah. Tentukan tinggi balon itu :

(a) jika balon mengambang dalam udara; dan

(b) jika balon sedang naik dengan kecepatan 50 m/s sewaktu benda itu terlepas.

Jawab : (a) 1960 m;

(b) 960 m.

3-40 Dari puncak menara setinggi 224 ft batu dilempar vertikal ke atas dengan kecepatan 80 ft/s. Sesampainya di tanah berapakah kecepatannya ?

Jawab : 144 ft/s.

3-41 Sebuah lift naik ke atas dengan kecepatan 3 m/s. Pada suatu saat terlepaslah sebuah sekrup dan jatuh di lantai bawah gedung dalam waktu 2 detik.

(a) Pada ketinggian berapakah sekrup itu lepas ?

(b) Berapakah ketinggian sekrup 0,25 detik sesudah ia terlepas ?

Jawab : (a) 13,6 m ;

(b) 14,0 m.

3-42 Sebuah mobil mulai bergerak dengan percepatan 1 m/det² dalam 1 detik. Kemudian diperlambat selama 10 detik dengan 5 cm/det² kemudian direm dan mobil berhenti dalam 5 detik. Hitung jarak total yang ditempuh mobil. Buatlah grafik x , v dan a vs t . ($vs =$ versus)

3-43 Sebuah benda bergerak sepanjang garis lurus. Percepatannya adalah : $a = -2x$, dengan x dalam m dan a dalam m/det². Tentukan hubungan antara v dan x , jika diketahui pada $x = 0$, $v = 4$ m/det².

3-44 Sebuah benda yang bergerak lurus percepatannya : $a = 32 - 4v$. Keadaan permulaan diketahui $x = 0$ dan $v = 4$ pada $t = 0$. Tentukan v sebagai fungsi t dan x sebagai fungsi t , dan x sebagai fungsi v .

3-45 Sebuah mobil bergerak dalam bidang datar pada sebuah lengkungan, dengan koordinat-koordinatnya yang fungsi t sebagai berikut :

$$x = 2t^3 - 3t^2$$

$$y = t^2 - 2t + 1$$

Jika koordinat dalam meter dan t dalam detik. Tentukan :

a). letak mobil pada $t = 1$ det.

b). v_x dan v_y pada setiap saat.

c). v_x dan v_y pada $t = 1$ det.

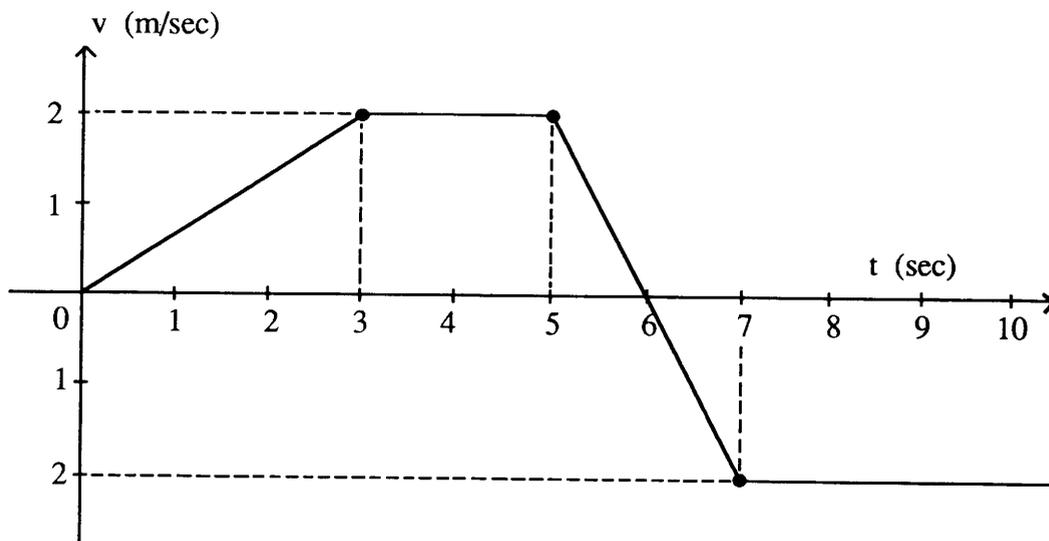
d). Kecepatan setiap saat.

e). Kecepatan pada $t = 0$

f). Saat-saat dengan $v = 0$

- g). a_x dan a_y setiap saat
- h). a_x dan a_y pada $t = 1$
- i). percepatan setiap saat
- j). a pada $t = 0$
- k). saat jika $a \parallel$ sumbu y .

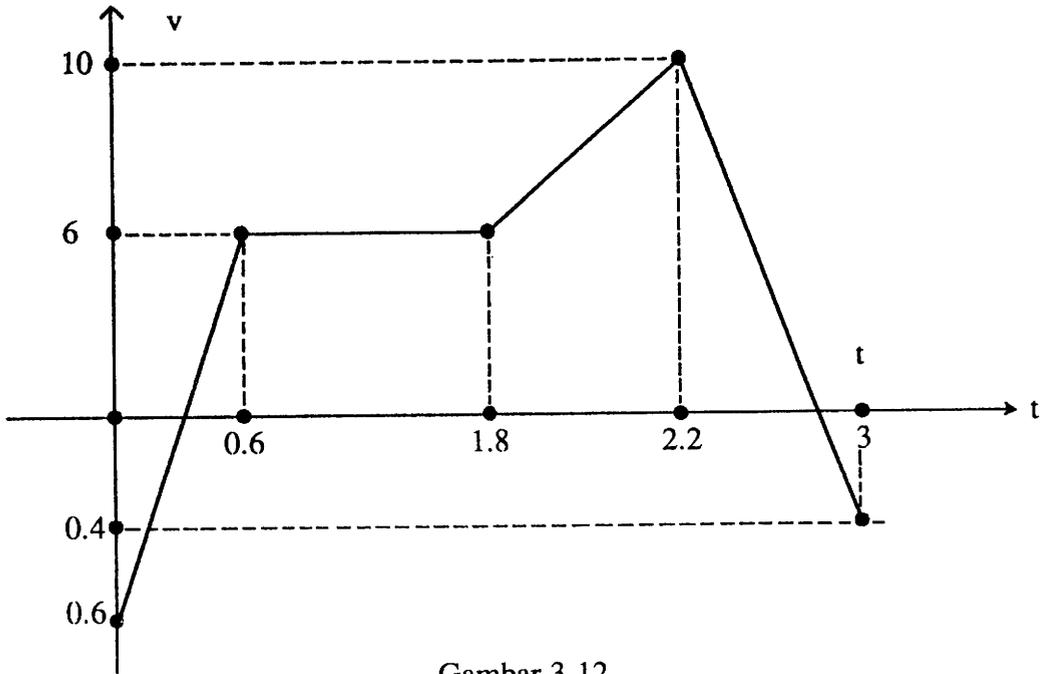
3-46



Gambar 3-11

Sebuah mobil yang bergerak sepanjang garis lurus mencatat hubungan v vs seperti pada gambar. Hitung :

- a). jarak yang ditempuh dalam 10 detik dari $t = 0$.
 - b). perpindahan pada saat $t = 10$ det
 - c). kedudukan mobil pada $t = 10$ det
 - d). pada saat mana mobil kembali ke tempat semula ?
 - e). hitung percepatan sesaat pada $t = 2$ det
- 3-48 Sebuah partikel bergerak lurus dengan percepatan $a(t) = 0,01 t^2 \text{ m/det}^2$.
- a). hitung kecepatan pada $t = 2$, jika diketahui pada $t = 0$, $v = 0$.
 - b). hitung kecepatan rata-rata antara $t = 2$ dan $t = 5$.
 - c). hitung perpindahan benda jika diketahui $t = 2$ benda pada posisi $x = 1 \text{ m}$.
 - d). tentukan kecepatan benda setelah menempuh jarak 5 m
 - e). hitung jalan yang ditempuh antara $t = 2$ dan $t = 5$.



Gambar 3-12

Sebuah partikel bergerak dengan v vs t seperti gambar.

Pertanyaan :

- kecepatan rata-rata antara $t = 0$ dan $t = 2,2$ detik.
 - kedudukan benda pada $t = 3$
 - jarak yang ditempuh dalam 3 detik
 - kapan partikel bergerak ke $x+$, $x-$, berhenti .
- 3-49 Sebuah partikel dalam medan listrik serba sama bergerak sepanjang garis lurus dengan percepatan tetap. Dari keadaan diam kecepatannya mencapai 1000 km/s pada jarak 1 cm . Tentukan a) percepatannya, b) waktu untuk mencapai kecepatan tersebut.
- 3-50 Sebuah benda diberi gaya sedemikian sehingga bergerak sepanjang sumbu x dengan persamaan lintasan :

$$x = 30 + 20 t - 15 t^2$$

di sini x dalam m dan t dalam s.

- Tentukan persamaan kecepatan v dan percepatan a . Apakah percepatannya tetap ?
- Berapakah jarak dan kecepatan awalnya ?

(c) Pada waktu dan jarak berapa dari awal kecepatannya nol ?

(d) Tentukan waktu dan posisinya pada saat kecepatannya -50 m/s.

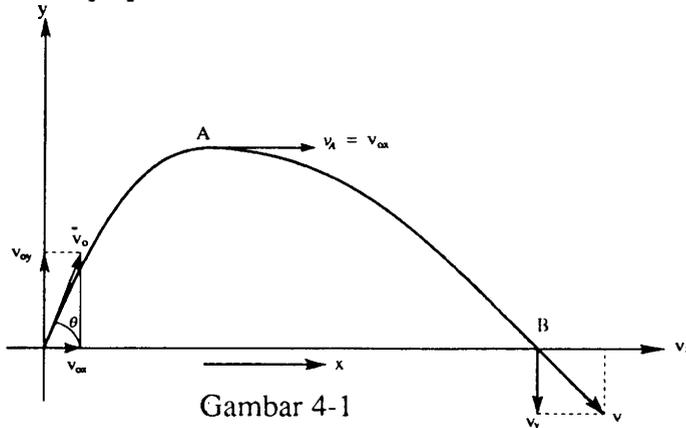
- 3-51 Seseorang berlari menuju bus yang sedang menunggu, dengan kecepatan 4 m/s. Ketika ia berada 6 m di belakang pintu ($t = 0$), bus bergerak maju dengan percepatan tetap $1,2$ m/s². a) Berapa lama orang tersebut dapat mencapai pintu bus yang sedang melaju? b) Bilamana saat itu ia berada 10 m di belakang pintu bus, apakah ia dapat mencapai bus dengan kecepatan seperti itu?

4

GERAK BENDA DALAM BIDANG DATAR DENGAN PERCEPATAN TETAP

4-1 GERAK PELURU (PROYEKTIL)

Gerak peluru adalah gerak sebuah peluru yang dilemparkan dengan arah yang tidak vertikal sehingga gerakanya hanya dipengaruhi oleh percepatan gravitasi bumi dan lintasannya berupa parabola.



Gambar 4-1

Misalkan sebuah peluru dilemparkan dari titik 0 dengan kecepatan V_0 dengan arah terhadap horizontal, maka lintasan peluru akan berada dalam satu bidang datar dan berbentuk lengkung (bukan garis lurus) berarti akan mencapai titik tertinggi (A) dan titik terjauh (B) terhadap titik pelemparan (0). (Lihat gambar II-13). Karena gerak ini berada dalam bidang datar berarti merupakan resultan dari dua gerak yaitu pada arah vertikal dan horizontal. Jika bidang datar ini adalah bidang X O Y, maka arah horizontal = arah X dan arah vertikal = arah Y. Dalam perjalanannya peluru tersebut hanya dipengaruhi oleh percepatan gravitasi bumi yang arah vertikal ke bawah, berarti // sumbu Y, sedangkan pada arah horizontal tidak ada percepatan, jadi pada permulaan geraknya pada arah vertikal peluru mendapat perlambatan, karena percepatan dan kecepatan arahnya berlawanan. Pada suatu titik jika $v_y = 0$, peluru akan berhenti dan kemudian jatuh kembali dengan dipercepat. Komponen gerak pada arah Y adalah gerak lurus dipercepat beraturan dengan kecepatan awal, sedangkan pada arah X terdapat gerak lurus beraturan. Di sini pengaruh udara diabaikan.

Gerak dalam arah sumbu x adalah gerak lurus beraturan karena percepatan $a_x = 0$ di sini :

$$V_{0x} \quad V_x = V_0 \cos \theta = \text{tetap} \quad (4 - 1)$$

dan

$$X = V_{0x} \cdot t = V_0 \cos \theta \cdot t \quad (4 - 2)$$

Gerak dalam arah sumbu Y adalah gerak lurus berubah beraturan dengan percepatan $a_y = -g$ di sini :

$$V_{0y} = V_0 \sin \theta \quad (4 - 3)$$

$$Y = V_{0y} t - 1/2 g t^2 = V_0 \sin \theta t - 1/2 g t^2 \quad (4 - 4)$$

$$V_y = V_{0y} - g t = V_0 \sin \theta - g t \quad (4 - 5)$$

Kecepatan peluru pada saat t adalah :

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \quad (4 - 6)$$

Arah kecepatan peluru menyinggung lintasannya dinyatakan dengan :

$$\text{tg } \theta = \frac{V_y}{V_x} \quad (4 - 7)$$

Di sini θ adalah sudut antara kecepatan v dengan sumbu x positif.

Peluru akan mencapai tinggi maksimum bila :

$$V_y = 0 = V_0 \sin \theta - g t$$

atau

$$t_y (\text{maks}) = \frac{V_0 \sin \theta}{g} \quad (4 - 8)$$

Sehingga dari persamaan (4 - 4) di peroleh tinggi Y maksimum :

$$Y_{\text{maks}} = \frac{V_0^2 \sin^2 \theta}{2g} \quad (4 - 9)$$

dan

$$V = V_x = V_0 \cos \theta \quad (4 - 10)$$

Pada saat peluru mencapai jarak mendatar terjauh (B) bila :

$$Y = 0 = V_0 \sin \theta t - 1/2 gt^2$$

atau

$$t_x (\text{maks}) = \frac{2 V_0 \sin \theta}{g}$$

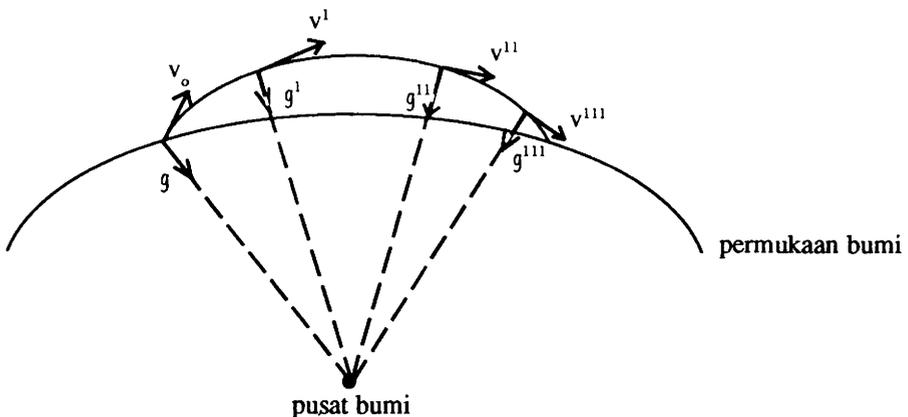
Dari persamaan (4 - 2) diperoleh jarak terjauh :

$$X_{\text{maks}} = \frac{V_0^2 \sin 2 \theta}{g} \quad (4 - 12)$$

Dari persamaan (4 - 12) ini dapat di lihat bahwa jarak mendatar terjauh diperoleh bila $\sin 2 \theta = 1$ artinya sudut lemparan (elevasi) = 45° . Syarat-syarat yang harus dipenuhi pada gerak peluru adalah :

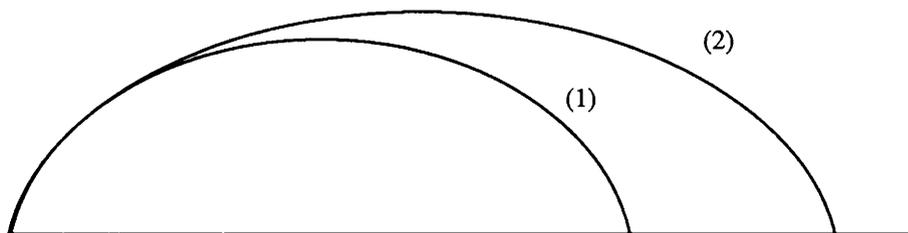
1. Jarak (range) cukup kecil sehingga kelengkungan bumi dapat diabaikan.
2. Ketinggian cukup kecil sehingga perubahan percepatan gravitasi terhadap ketinggian dapat diabaikan.

Untuk jarak jauh, keadaan lintasan dapat digambarkan sebagai berikut :



Gambar 4 - 2

Arah semua g ke pusat bumi. Lintasan ini tidak lagi parabola, tapi elips. Jika gerak peluru dipengaruhi gesekan udara lintasannya berubah.



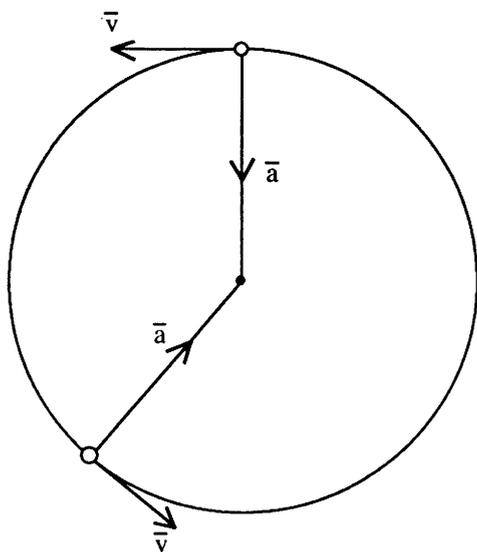
Gambar 4 - 3

Lintasan (1) : lintasan sebenarnya di udara.

Lintasan (2) : lintasan di vakum.

4-2 GERAK MELINGKAR BERATURAN

Sebuah benda yang bergerak melingkar dengan laju V yang tetap dikatakan benda melakukan gerak melingkar beraturan.



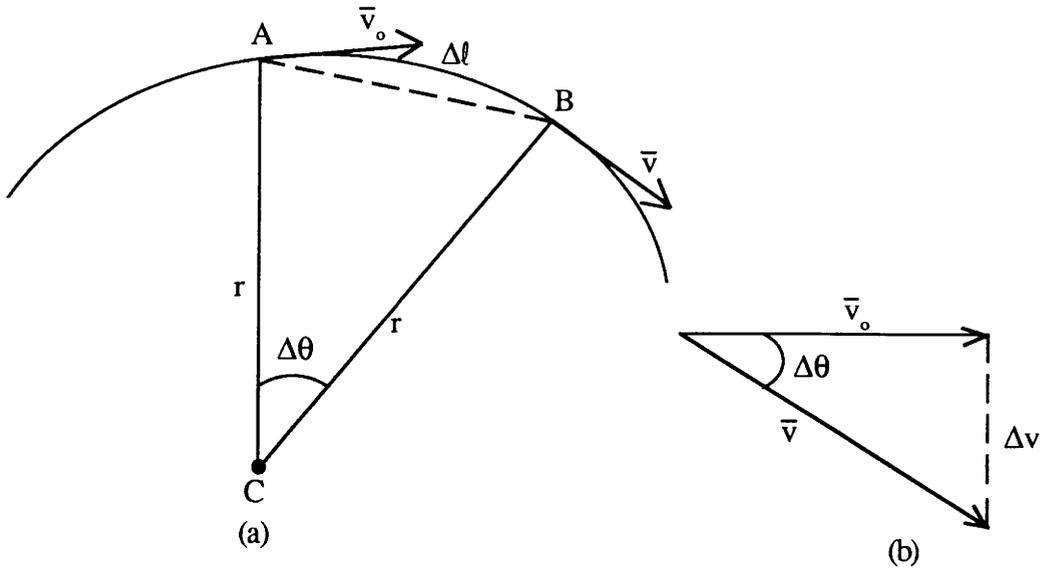
Gambar 4 - 4

Gerak bulan dalam mengitari bumi begitu pula bumi dalam mengitari matahari adalah contoh dari gerak melingkar beraturan. Walaupun besar kecepatan (laju) tetap, tetapi arahnya selalu berubah (Gambar 4 - 4). Karena percepatan didefinisikan sebagai harga perubahan kecepatan, maka perubahan dalam arah kecepatan menunjukkan suatu percepatan pula. Dengan demikian, suatu benda yang melakukan gerak melingkar beraturan adalah sepecepatan.

Percepatan di definisikan sebagai :

$$\bar{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t} = \frac{d\bar{v}}{dt}$$

di sini \bar{v} adalah perubahan kecepatan dalam interval waktu singkat Δt . Dalam waktu Δt partikel dalam Gambar 4 - 5 a bergerak dari titik A ke B menempuh jarak $\Delta \ell$ melewati sudut kecil $\Delta \theta$. Perubahan vektor kecepataannya adalah $\bar{v} - \bar{v}_0 = \Delta \bar{v}$. Bila \bar{v}_0 dipindahkan ke ruas kanan, persamaan menjadi $\bar{v} = \bar{v}_0 + \Delta \bar{v}$. Di sini $\Delta \bar{v}$ adalah suatu vektor seperti ditunjukkan dalam gambar 4-5B. Dalam diagram ini dapat diartikan bahwa bilamana t sangat kecil (mendekati nol), maka $\Delta \ell$ dan $\Delta \theta$ juga sangat kecil, \bar{v} hampir sejajar dengan \bar{v}_0 dan $\Delta \bar{v}$ akan menjadi tegak lurus pada keduanya. Dengan demikian $\Delta \bar{v}$ menuju ke arah pusat lingkaran. Sesuai dengan definisi percepatan di atas, percepatan \bar{a} mempunyai arah yang sama dengan arah $\Delta \bar{v}$, yaitu menuju ke pusat lingkaran pula. Oleh karena itu percepatan \bar{a} disebut **percepatan sentripetal** dan diberi tanda \bar{a}_c .



Gambar 4-5

Arah percepatan telah diperoleh yaitu menuju ke pusat lingkaran, sekarang kita hitung berapa besar percepatan sentripetal a_c tersebut.

Lihat segitiga ABC dan segitiga yang dibentuk oleh vektor \bar{v}_0 , \bar{v} dan $\Delta \bar{v}$ dalam gambar 4-5. Kedua segitiga tersebut sebangun, maka :

$$\frac{\Delta V}{V} \approx \frac{\Delta \ell}{r} \text{ atau } \Delta V \approx \frac{V}{r} \Delta \ell$$

Untuk $\Delta t \rightarrow 0$, tali busur AB sama panjang dengan busur Δl . Besar percepatan a_c didefinisikan sebagai :

$$a_c = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v}{r} \frac{\Delta l}{\Delta t}$$

dan karena

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta l}{\Delta t} \quad \text{maka} \quad a_c = \frac{v^2}{r}$$

Suatu benda yang bergerak melingkar beraturan dengan jari-jari r dan laju v mempunyai percepatan centri petal $a_c = v^2/r$. Besar percepatan ini tergantung pada jari-jari r . Untuk gerakan satelit yang mengitari bumi percepatan sentripetalnya adalah percepatan gravitasi bumi \bar{g} .

4-3 GERAK MELINGKAR BERUBAH BERATURAN

Bilamana laju dari benda yang bergerak melingkar berubah, berarti ada percepatan tangensial \bar{a}_T , seperti halnya percepatan sentripetal \bar{a}_c . Percepatan tangensial menimbulkan perubahan besar kecepatan :

$$\bar{a}_T = \frac{dv}{dt} \tag{4-14}$$

sedangkan percepatan sentripetal menimbulkan perubahan arah kecepatan dan besarnya :

$$\bar{a}_c = \frac{v^2}{r}$$

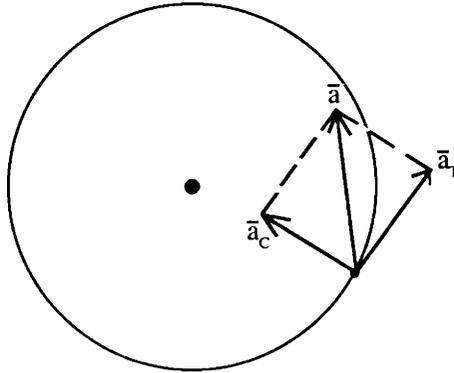
Percepatan tangensial selalu menyinggung lingkaran dan arahnya sejajar dengan kecepatan bilamana lajunya bertambah (gambar 4 - 6). Sebaliknya arah \bar{a}_T akan berlawanan dengan \bar{v} bilamana lajunya berkurang. Dengan demikian \bar{a}_T dan \bar{a}_c selalu saling tegak lurus dan arahnya berubah terus menerus sepanjang benda bergerak melingkar.

Percepatan total benda :

$$a = \bar{a}_T + \bar{a}_c \tag{14-5a}$$

dan besarnya :

$$a = \sqrt{a_T^2 + a_c^2} \tag{4-15b}$$



Gambar 4-6 Gerak Melingkar Berubah Aturan

4-4 BESARAN ANGULAR

Perpindahan Angular (perpindahan sudut) biasanya dinyatakan dalam Radian, derajat atau putaran.

$$1 \text{ putaran} = 360^\circ = 2\pi \text{ Rad} \text{ atau } 1 \text{ Rad} = 57,3^\circ$$

Satu radian adalah sudut datar pada pusat lingkaran di antara dua buah jari-jari r yang mencakup busur s sepanjang jari-jari pada keliling lingkaran. Maka :

$$S = r \theta \quad (4-16)$$

Satu Rad sebagai ukuran sudut merupakan suatu bilangan dan sebenarnya tidak memiliki satuan.

Kecepatan sudut (ω) sebuah benda adalah perubahan koordinat sudut, yakni perpindahan sudut θ , per satuan waktu. Jika θ berubah dari θ_0 menjadi θ_t dalam waktu t , maka kecepatan sudut rata-rata adalah :

$$\omega_r = \frac{\theta_t - \theta_0}{t} \quad (4-17)$$

Satuan ω_r adalah Rad/s, °/s, atau putaran per menit (rpm) Yakni satuan sudut dibagi satuan waktu t , dapat juga :

$$\omega \text{ (dalam rad/s)} = 2\pi f \quad (4-18)$$

di sini f adalah frekwensi putaran dinyatakan dalam putaran/detik.

Percepatan sudut (α) benda adalah perubahan sudut benda per satuan waktu. Jika kecepatan sudut benda berubah beraturan dari harga ω_0 menjadi ω_t dalam waktu t , maka :

$$\alpha = \frac{\omega_t - \omega_0}{t} = \frac{d\omega}{dt} \quad (4-19)$$

Satuan adalah Rad/s² atau putaran/s² dan seterusnya.

Gaya centripetal adalah gaya (yang tidak mempunyai gaya reaksi) yang harus bekerja pada massa m yang bergerak melingkar, agar massa itu mengalami percepatan centripetal $a_c = V^2/r$. Dari hubungan $F = m a$ diperoleh :

$$F_c = m \frac{V^2}{r} \quad (4-20)$$

4- 5 HUBUNGAN ANTARA BESARAN ANGULAR DAN BESARAN TANGENSIAL

Persamaan Gerak Melingkar Berubah Beraturan adalah analog dengan persamaan gerak lurus berubah beraturan yakni :

Gerak Lurus	Gerak Melingkar
$V_r = \frac{V_0 + V_t}{2}$ $S = V_r t$ $V_t = V_0 + at$ $V_t^2 = V_0^2 + 2as$ $S = V_0 t + \frac{1}{2} at^2$	$\omega_r = \frac{\omega_0 + \omega_t}{2}$ $\theta = \omega_r t$ $\omega_t = \omega_0 + \alpha t$ $\omega_t^2 = \omega_0^2 + 2\alpha t$ $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$

Apabila roda dengan jari-jari r berputar pada porosnya, maka suatu titik pada tepi roda digambarkan dengan menyatakan panjang busur S yang ditempuhnya, kecepatan tangensial v dan percepatan tangensial a_T . Besaran-besaran ini berhubungan dengan besaran-besaran θ , ω dan α yang menggambarkan perputaran roda itu melalui hubungan-hubungan berikut :

$$s = r \theta$$

$$V = \omega r$$

$$a_T = r \alpha$$

Asal θ , ω dan α dinyatakan dalam Rad, Rad/s dan rad/s^2 dengan mudah dapat di lihat, bahwa sebenarnya adalah panjang tali yang melilit pada tepi roda atau jarak tempuh roda seandainya roda itu dapat menggelinding tanpa slip. Dalam hal ini v dan a_T adalah kecepatan dan percepatan pusat perputaran roda.

SOAL YANG DIPECAHKAN

- 4-1. Seorang penerbang menerbangkan pesawatnya dengan kecepatan 15 m/s dalam arah datar pada ketinggian 100 m. Lihat Gambar 4.7. Berapa meter di depan sasaran karung beras harus dilepas agar karung tepat mengenai sasarannya ?

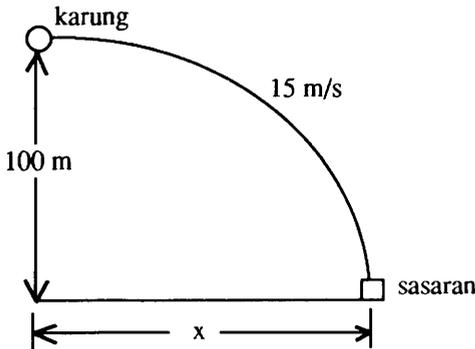
Jawab :

Dengan memakai persamaan $Y = V_{oy}t + \frac{1}{2}a_y t^2$ dari persamaan ini diperoleh

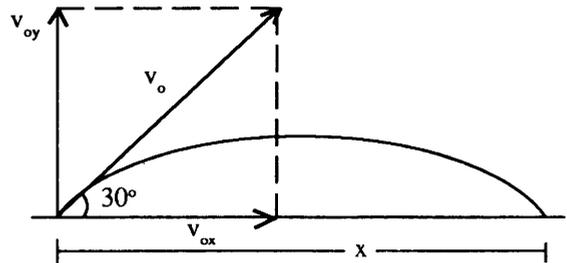
$$100\text{m} = 0 + \frac{1}{2}(9,8\text{m/s}^2)t^2 \text{ atau } t = 4,5 \text{ s}$$

Dengan persamaan $X = V_x t$ diperoleh $(15 \text{ m/s})(4,5 \text{ s}) = 68 \text{ m}$

Jadi 68 m di depan sasaran, karung harus dilepas.



Gambar 4.7



Gambar 4.8

- 4-2. Bola tenis dilempar dengan kecepatan awal 100m/s yang membentuk sudut 30° ke atas. Lihat Gambar 4-8. Berapa jauh dari titik awal, bola akan mencapai ketinggiannya semula ?

Jawab :

Dalam soal ini bagian vertikal dipisahkan dari bagian horisontalnya. Dengan arah ke atas dihitung positif diperoleh

$$V_{ox} = V_o \cos 30^\circ = 86,6 \text{ m/s} \text{ dan } V_{oy} = V_o \sin 30^\circ = 50 \text{ m/s}$$

Dalam arah vertikan $y = 0$ sebab bola kembali ke ketinggian semulanya. Maka

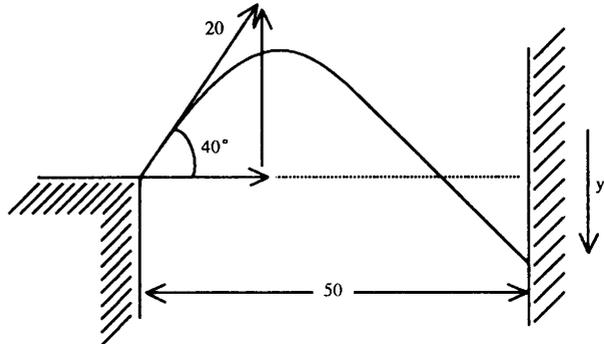
$$Y = V_{oy}t + 1/2 a_y t^2 \text{ atau } 0 = (50 \text{ m/s}) + 1/2(-9.8 \text{ m/s}^2)t$$

hingga $t = 10.2 \text{ s}$.

Dalam arah mendatar, $V_{ox} = V_{fx} = V = 87 \text{ m/s}$. Maka

$$X = \bar{V}_x t = (87 \text{ m/s})(10.2\text{s}) = 890 \text{ m}$$

- 4-3 Bola dilempar dari atap bangunan lain sejauh 50 ft dari bangunan pertama. Kecepatan awal: 20 ft/s pada sudut 40°. Di mana (di atas atau di bawah ketinggian semula) bola akan mengenai bangunan yang lebih tinggi itu?Lihat gambar berikut :



Kita peroleh

$$V_{ox} = (20 \text{ ft/s}) \cos 40^\circ = 15,3 \text{ ft/s}$$

$$V_{oy} = (20 \text{ ft/s}) \sin 40^\circ = 12,9 \text{ ft/s}$$

Perhatikan gerak dalam arah datar. Untuk gerak ini berlaku

$$V_{ox} = V_{fx} = V_x = 15,3 \text{ ft/s}$$

Dari persamaan $X = V_x t$ diperoleh

$$50 \text{ ft} = (15,3 \text{ ft/s})t \text{ atau } t = 3,27 \text{ s}$$

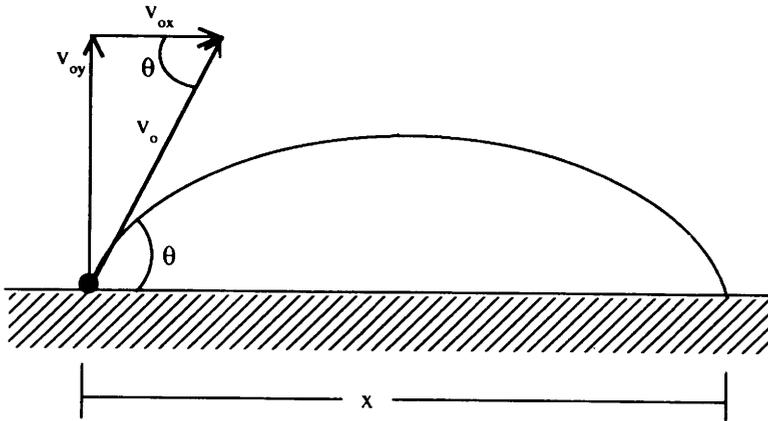
Dengan arah ke bawah sebagai arah positif :

$$Y = V_{oy}t + 1/2 a_y t^2 = (-12,9 \text{ ft/s})(3,27 \text{ s}) + 1/2(32,2 \text{ ft/s}^2)$$

$$= 130 \text{ ft}$$

Jarak Y positif, maka bola mengenai bangunan 130 ft di bawah ketinggiannya semula.

- 4-4 (a) Tentukan jarak tembak meriam yang memuntahkan granat dengan kecepatan awal V_o pada sudut elevasi θ .
- (b) Tentukan sudut elevasi meriam yang granatnya berkecepatan awal 1200 ft/s dapat mengenai sasaran sejauh 15.000 ft pada ketinggian yang sama. Lihat gambar berikut :



Jawab :

- (a) Misalkan waktu yang diperlukan granat adalah t . Maka $X = V_{ox}t$ atau $t = X/V_{ox}$.

Perhatikan gerak dalam arah vertikal saja; ambillah arah ke atas sebagai arah positif. Pada saat granat mengenai sasaran : perpindahan vertikal = 0, maka $0 = V_{oy}t + 1/2 (-g)t^2$. Dari sini diperoleh $t = 2V_{oy}/g$. Tetapi telah ditemukan $t = X/V_{ox}$, maka

$$\frac{X}{V_{ox}} = \frac{2V_{oy}}{g} \text{ atau } X = \frac{2V_{ox} V_{oy}}{g} = \frac{2 (V_0 \cos \theta) (V_0 \sin \theta)}{g}$$

Dengan mengingat bahwa $2 \sin \theta \cos \theta = \sin 2\theta$, diperoleh

$$X = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

Jarak tembak maksimum dicapai pada $\theta = 45^\circ$, karena dengan demikian $\sin 2\theta$ bernilai maksimum, yakni 1.

- (b) Dari hasil di atas :

$$\sin 2\theta = \frac{gx}{V_0^2} = \frac{32 (15000)}{(1200)^2} = 0,333$$

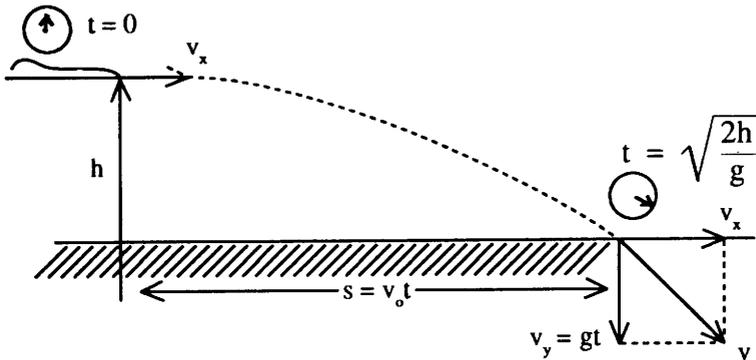
Maka $2\theta = \arcsin 0,333 = 19,5^\circ$ atau $\theta = 9,7^\circ$

4-5 Kapal terbang berada dalam ketinggian terbang dengan kecepatan 500 km/jam dan pada ketinggian 1500 m bila kapal terbang menjatuhkan bom.

- Berapa lama bom akan mencapai tanah ?
- Berapa jarak horizontal bom mencapai tanah (dihitung dari titik awal) ?
- Berapa kecepatan bom ketika mengenai tanah ?

Jawab :

Lihat gambar berikut :



- (a) Kecepatan dari bom tidak mempunyai pengaruh pada gerakan vertikalnya (lihat gambar). Karena itu bom mencapai tanah pada waktu yang sama seperti sebuah bom yang dijatuhkan dari keadaan diam pada ketinggian 1500 m, yaitu sesudah :

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 1500 \text{ [m]}}{9,8 \text{ [m/s}^2\text{]}}} = 17,55 \text{ [detik]}$$

- (b) Komponen horizontal (mendatar) dari kecepatan bom adalah : 500 [km/jam]

$$V_x = \frac{500 \text{ [km/jam]}}{3600 \text{ [dt/jam]}} \times 1000 \text{ [m/km]} = 138,9 \text{ [m/detik]}$$

Dalam waktu $t = 17,5$ detik bom akan menempuh jarak horizontal (mendatar) sejauh $s = V_x t = 138,9 \text{ [m/det]} \times 17,5 \text{ [det]} = 243 \text{ [m]}$.

- (c) Kecepatan akhir bom mempunyai komponen horizontal :

$$V_x = 138,9 \text{ [m/detik]} \text{ dan komponen vertikal :}$$

$$V_y = gt = 9,8 \text{ /det}^2 \times 17,5 \text{ det} = 171,5 \text{ [m/det]}$$

Sehingga besar kecepatan akhir adalah :

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 220,5 \text{ [m/detik]}$$

- 4-6 Sebuah bola dilemparkan dengan kecepatan 10 m/detik pada sudut 30° di atas horizontal.

- (a) Berapa jauh jarak bola agar mencapai si penerima ?

Jawab :

$$R = \frac{V_o^2}{g} \sin 2\theta = \frac{(10 \text{ m/det})^2}{9,8 \text{ [m/det}^2\text{]}} \times \sin 60^\circ = 8,8 \text{ [m]}$$

(b) Berapa waktu bola itu melayang ?

Jawab :

$$T = \frac{2 V_0 \sin \theta}{g} = \frac{2 \times 10 \text{ [m/det] } \times \sin 30^\circ}{9,8 \text{ [m/det}^2 \text{]}} = 1,02 \text{ [detik]}$$

4-7 Senapan mainan ditembakkan dengan sudut 60° di atas horizontal.

(a) Bila kecepatan awal peluru adalah 12 m/detik, berapa jauh peluru bergerak untuk mencapai posisi mendatar yang sama ?

Jawab :

Disini $2\theta = 120^\circ$ dan tabel trigonometri hanya meliputi sudut dari 0° sampai 90° . Akan tetapi, kita ingat dari tabel 2-1 bahwa :

$$\sin (90^\circ + \theta) = \cos \theta$$

Dengan demikian :

$$\sin 120^\circ = \sin (90^\circ + 30^\circ) = \cos 30^\circ = 0,866$$

Jadi :

$$R = \frac{V_0^2}{g} \sin 2\theta = \frac{(12 \text{ m/det})^2}{9,8 \text{ [m/det}^2 \text{]}} \times 0,866 = 12,72 \text{ [m]}$$

(b) Berapa waktu peluru tersebut melayang ?

Jawab :

$$T = \frac{2 V_0 \sin \theta}{g} = \frac{2 \times 12 \text{ [m/det] } \times \sin 60^\circ}{9,8 \text{ [m/det}^2 \text{]}} = 2,12 \text{ [detik]}$$

4-8 Nyatakanlah (a) 28° ; (b) $1/4$ putaran/det; (c) $2,18 \text{ Rad/s}^2$ dalam besaran sudut yang lain.

Jawab :

(a)

$$\begin{aligned} 28^\circ &= (28^\circ) \frac{1 \text{ perputaran}}{360^\circ} = 0,078 \text{ putaran} \\ &= (28^\circ) \frac{2 \text{ rad}}{3} = 0,49 \text{ Rad.} \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \frac{\text{putaran}}{\text{det}} &= 0,25 \frac{\text{putaran}}{\text{det}} \cdot \frac{360}{1 \text{ putaran}} = 90^\circ/\text{det} \\ &= 0,25 \frac{\text{putaran}}{\text{det}} \cdot \frac{2 \pi \text{ Rad}}{1 \text{ putaran}} = \frac{\pi \text{ Rad}}{2 \text{ s}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(c)} \quad 2,18 \text{ Rad/s}^2 &= 2,18 \frac{\text{Rad}}{\text{s}^2} \cdot \frac{360^\circ}{2\pi \text{ Rad}} = 125^\circ/\text{s}^2 \\
 &= 2,18 \frac{\text{Rad}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1 \text{ putaran}}{2\pi \text{ Rad}} = 0,35 \frac{\text{putaran}}{\text{det}^2}
 \end{aligned}$$

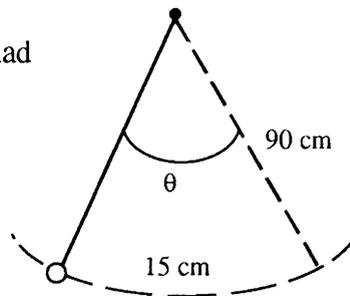
4-9 Berapakah sudut dinyatakan dalam rad dan derajat yang ditempuh bandul matematik seperti ditunjukkan pada Gambar 4-9.

Jawab :

Karena $s = r\theta$ hanya berlaku kalau θ dinyatakan dalam Rad, maka

$$\theta_{\text{Rad}} = \frac{\text{panjang busur } s}{\text{jari-jari } r} = \frac{0,15 \text{ m}}{0,90 \text{ m}} = 0,167 \text{ Rad}$$

$$\theta_{\text{derajat}} = (0,167 \text{ Rad}) \cdot \frac{360^\circ}{2\pi \text{ Rad}} = 9,55^\circ$$



Gambar 4.9

4-10 Kipas angin dengan 900 rpm (putaran per menit).

(a) Berapakah kecepatan sudut titik dibaling-baling ?

Berapakah kecepatan tangensial titik ujung baling-baling kalau panjang baling-baling adalah 20 cm ?

Jawab :

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad \omega &= 900 \text{ putaran/min} = 15 \text{ putaran/s} = 94 \frac{\text{Rad}}{\text{s}} \\
 &\text{untuk semua titik pada baling-baling}
 \end{aligned}$$

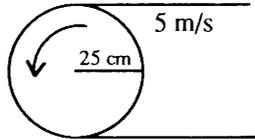
(b) asal ω dinyatakan dalam Rad/s, maka

$$v = \omega r = 94 \frac{\text{Rad}}{\text{s}} (0,20 \text{ m}) = 18,8 \text{ m/s}$$

Perhatikan bahwa satuan Rad, dapat hilang begitu saja di dalam persamaan. Hal ini disebabkan karena Rad bukan satuan dalam arti sesungguhnya, melainkan berupa satuan tambahan tidak berdimensi.

4-11 Tali melilit pada roda berjari-jari 25 cm. Lihat Gambar 4-10. Kalau suatu titik pada tali itu mempunyai kecepatan 5,0 m/s hitunglah kecepatan rotasi roda itu.

Jawab :



Gambar 4. 10

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{5 \text{ m/s}}{0,25} = 20 \text{ Rad/s} = 3,2 \text{ putaran / detik}$$

Perhatikan bahwa satuan Rad di sini muncul begitu saja. Kita tahu bahwa hasil bagi di atas harus bersatuan Rad/s, karena rumus $v = r\omega$ hanya berlaku kalau sudut dinyatakan dalam Rad.

4-12 Roda berjari-jari 40 cm berputar melalui poros tetap, dan dalam 20 detik dapat mencapai kecepatan 900 rpm dari keadaan diam.

- (a) Berapakah percepatan sudut roda itu ?
- (b) Berapa pula percepatan tangensial pada tepi roda ? Diketahui roda dipercepat beraturan

Jawab :

- (a) Karena percepatannya tetap, maka dapat dipakai hubungan
 $\alpha = (\omega_f - \omega_0)/t$ Maka diperoleh

$$\alpha = \frac{\frac{900 \text{ putaran}}{60 \text{ s}} - 0 \frac{\text{putaran}}{\text{s}}}{20 \text{ s}} = 0,75 \text{ putaran / s}^2$$

- (b) Agar rumus $a = r\alpha$ dapat dipakai, α harus dinyatakan dalam Rad/s^2 :

$$0,75 \frac{\text{putaran}}{\text{s}^2} = 0,75 \frac{\text{putaran}}{\text{s}^2} \frac{2\pi \text{ Rad}}{1 \text{ putaran}} = 4,7 \frac{\text{Rad}}{\text{s}^2}$$

$$\text{Hingga } a = r\alpha = (0,40 \text{ m}) 4,7 \frac{\text{Rad}}{\text{s}^2} = 1,88 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

4-13 Suatu katrol berjari-jari 5 cm dalam waktu 2 detik kecepatan sudutnya berubah dari 30 putaran/detik menjadi 20 putaran/detik.

- (a) Berapakah percepatan sudut yang dialami katrol?
- (b) Berapa putaran ditempuh katrol itu dalam waktu 2 detik tersebut?
- (c) Seandainya katrol dipakai untuk menggulung tali, berapakah panjang tali digulung dalam waktu itu ?

Jawab :

$$(a) \quad \alpha = \frac{\omega_f - \omega_o}{t} = \frac{(20 - 30) \text{ putaran/detik}}{2 \text{ detik}} = -5 \text{ putaran /detik}^2$$

$$(b) \quad \theta = \omega t = \frac{1}{2}(\omega_f + \omega_o)t = \frac{1}{2}(50 \text{ putaran/detik})(2 \text{ detik}) = 50 \text{ putaran.}$$

(c) θ harus dinyatakan dalam rad agar rumus $s = \theta r$ dapat digunakan :

$$\theta = 50 \text{ putaran} = 314 \text{ Rad, maka :}$$

$$s = \theta \cdot r = (314 \text{ Rad})(0,05 \text{ m}) = 15,7 \text{ m}$$

4-14 Ban mobil berjari-jari 30 cm. Kalau mobil dari keadaan diam dapat dipercepat beraturan hingga dalam waktu 8 detik kecepatannya mencapai 15 m/s, berapakah percepatan sudut ban dan dalam waktu tersebut di atas, ban telah berputar berapa kali ?

Jawab :

Kita tahu $a = (v_f - v_o)/t$ maka

$$a = \frac{15 \text{ m/s}}{8 \text{ s}} = 1,875 \text{ m/s}^2$$

Kita tahu pula $a = r \alpha$ maka

$$\alpha = \frac{a}{r} = \frac{1,875 \text{ m/s}^2}{0,30 \text{ m}} = 6,2 \text{ rad/s}^2$$

Perhatikan bahwa satuan Rad muncul begitu saja.

Dari $\theta = \omega_o t + 1/2 \alpha t^2$ diperoleh

$$\theta = 0 + 1/2(6,2 \text{ Rad/s}^2)(8 \text{ s})^2 = 200 \text{ Rad}$$

$$\theta = (200 \text{ Rad}) \frac{1 \text{ putaran}}{25 \text{ Rad}} = 32 \text{ putaran}$$

4-15 Alat pengering mesin cuci berputar pada kecepatan 900 putaran/menit (rpm) dan diperlambat beraturan hingga berputar pada 300 rpm. Ini tercapai dengan alat berputar 50 kali. Tentukan

(a) percepatan sudut alat;

(b) waktu di mana perlambatan tersebut terjadi.

Jawab :

Dengan mudah kita dapati bahwa 900 rpm = 15 putaran/detik dan 300 rpm = 5 putaran/detik.

(a) Dari rumus $\omega_f^2 = \omega_o^2 + 2 \alpha \theta$, diperoleh :

$$\alpha = \frac{\omega_f^2 - \omega_o^2}{2 \theta} = \frac{(15^2 - 5^2) (\text{putaran / detik})^2}{2 (50)} = 2 \text{ putaran / detik}^2$$

(b) Karena $\omega_f = 1/2(\omega_o + \omega_f) = 10$ putaran/detik,

$$\theta = \bar{\omega} t \text{ menghasilkan :}$$

$$t = \frac{\theta}{\omega} = \frac{50 \text{ putaran}}{10 \text{ putaran / detik}} = 5 \text{ detik}$$

4-16 Batu 200 g diikat pada ujung tali dan diputar hingga menempuh lingkaran datar yang berjari-jari 1,20 m dengan kecepatan 3 putaran setiap detik. (Bahwasanya lingkaran itu datar berarti gravitasi telah diabaikan). Tentukan

- (a) percepatan batu dan
- (b) tegangan dalam tali itu.

Jawab :

- (a) Perlu diperhatikan bahwa batu tidak mengalami percepatan tangensial melainkan mengalami percepatan dalam arah radial, jadi mengalami percepatan sentripetal .

$$a_{sp} = \frac{V^2}{r} = \omega^2 r$$

Karena $\omega = 3$ putaran/detik = 6π Rad/s, maka

$$\begin{aligned} F_{sp} &= m a_{sp} = (0,20 \text{ kg})(426 \text{ m/s}^2) \\ &= 85 \text{ N} \end{aligned}$$

Gaya sentripetal ini tak lain adalah tegangan dalam tali.

4-17 Ulangi soal 909 dengan batu 2 lb dan panjang tali 4 ft.

Jawab :

(a) $a_{sp} = \omega^2 r = (6 \pi \text{ Rad/s})^2 (4 \text{ ft}) = 1420 \text{ ft/s}^2$

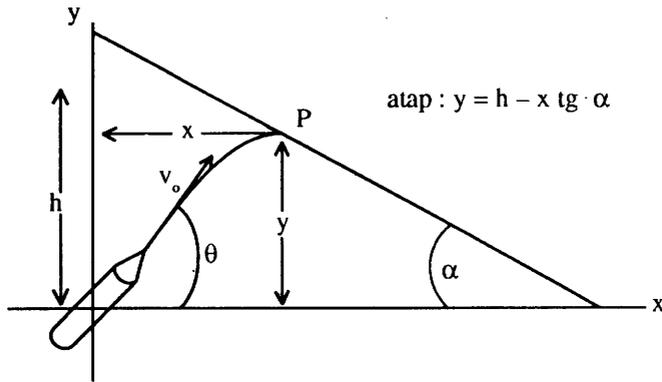
(b) $F_{sp} = \frac{\text{berat}}{g} a_{sp} = \frac{2 \text{ lb}}{32 \text{ ft/s}^2} (1420 \text{ ft/s}^2) = 88 \text{ lb}$

4-18 Sebuah proyektil ditembakkan ke atas dengan kecepatan V_o pada sudut elevasi (gambar 4-11).

- (a) Tentukan posisi $P(x,y)$ pada atap gedung itu dan waktunya pada saat proyektil menumbuknya.
- (b) Tentukan besar dan arah \bar{v} di titik P.

Disini $\theta = 35^\circ$, $v^\circ = 40 \text{ m/s}$, $= 30^\circ$ dan $h = 15 \text{ m}$

Jawab : (a) 12,28 m ; 7,90 m (b) 38,0 m/s ; 30,46°



Gambar 4-11

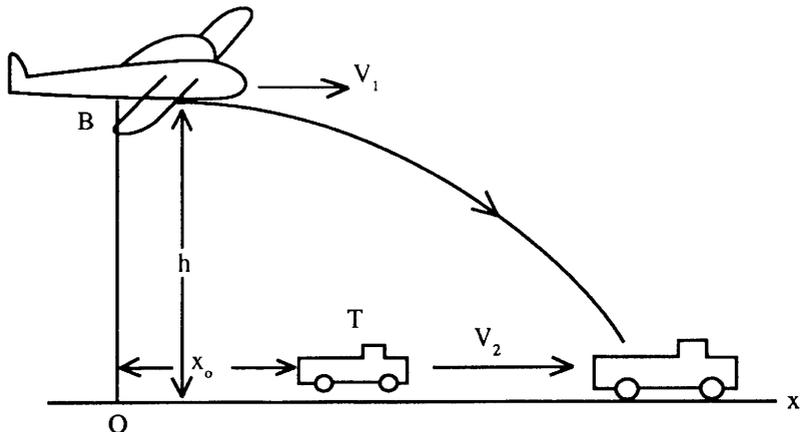
SOAL LATIHAN

4-19 Dalam soal 4-18, sudut dapat di atur. Tentukan harga agar proyektil menumbuk atap dalam waktu minimum.

Jawab : $90^\circ - \alpha$

4-20 Sebuah pesawat bomber terbang rendah (Gambar 4-12) pada kecepatan $V_1 = 72 \text{ m/s}$ dan ketinggian 100 m . Dari atas pusat sumbu O. Sebuah bom B dilepaskan dan mengenai truk T yang sedang bergerak dengan kecepatan tetap V_2 sepanjang jalan (sumbu X). Pada saat bom dilepaskan, posisi truk pada jarak $X_0 = 125 \text{ m}$ dari O. Hitung kecepatan V_2 dan waktu jelajah bom b

Jawab : $44,33 \text{ m/s}$; $4,52 \text{ s}$



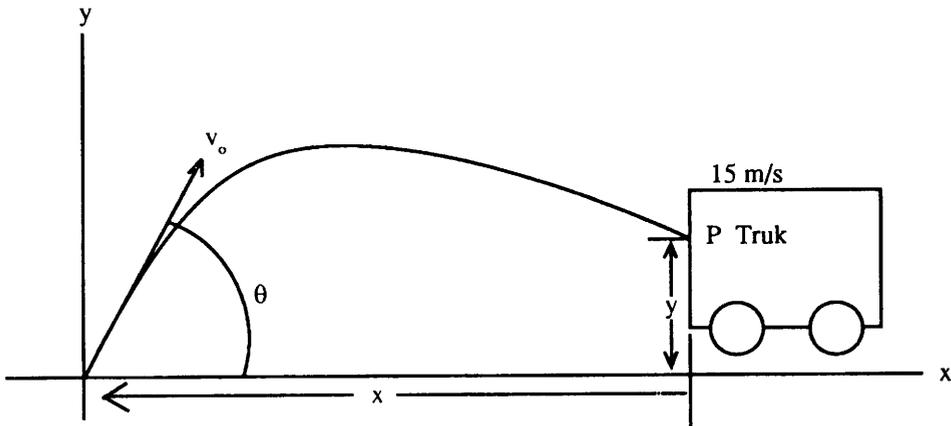
Gambar 4-12

4-21 Sebuah peluru ditembakkan dengan kecepatan awal $V_0 = 30 \text{ m/s}$ pada sudut $\theta = 23^\circ$. Sebuah truk sedang bergerak sepanjang sumbu x dengan kecepatan tetap 15 m/s pada saat peluru ditembakkan dan pada jarak $x = 45 \text{ m}$ di belakangnya (Gambar 4 - 13)

- Hitung waktu yang di perlukan peluru agar mengenai truck, bila truck sangat tinggi
- Apa yang terjadi bila tinggi truck hanya 2 m ?

Jawab : (a) $2,61 \text{ s}$

(b) 36 cm ke depan di bagian atas

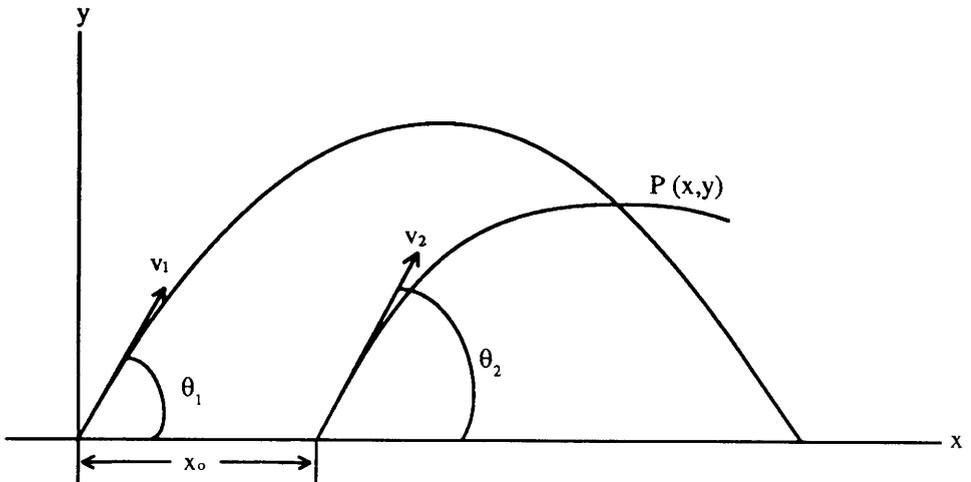


Gambar 4 - 13

4-22 Sebuah peluru di tembakkan dari pusat salib sumbu x - y dengan kecepatan awal $V_1 = 100 \text{ m/s}$ pada sudut $\theta = 30^\circ$. Sebuah peluru yang lain ditembakkan pada saat yang sama dari suatu tempat di sumbu- X pada jarak $X_0 = 60 \text{ m}$ dari pusat sumbu, dengan kecepatan awal $V_2 = 80 \text{ m/s}$ pada sudut θ_2 . Kedua peluru di perhitungkan akan bertumbukkan di suatu titik $P(x,y)$. (Gambar 4-14)

Jawab :

- Tentukan besar sudut θ_2
(jawab: $38,68^\circ$)
- Tentukan waktu dan posisi P pada saat kedua peluru bertumbukan.
(Jawab : $2,48 \text{ s}$; $215,14 \text{ m}$, $93,97 \text{ m}$)
- Hitunglah komponen kecepatan masing-masing peluru saat akan bertumbukan.
(Jawab: $86,60 \text{ m/s}$, $25,66 \text{ m/s}$; $62,45 \text{ m/s}$, $25,65 \text{ m/s}$ _



Gambar 4-14

- 4-23 Sebuah partikel bergerak dalam bidang XY mempunyai komponen-komponen kecepatan yang dinyatakan dengan :

$$\frac{dx}{dt} = V_x = b_1 + c_1 t$$

$$\frac{dy}{dt} = V_y = b_2 + c_2 t$$

Di sini x dan y dalam meter dan t dalam detik.

- Apakah satuan dan dimensi dari konstanta b_1 dan b_2 ?
 - Tentukan x dan y sebagai fungsi waktu.
 - Hitung besar dan arah percepatan dan kecepatan total a dan v.
 - Tuliskan kecepatan v dalam bentuk vektor.
- 4-24 Gerakan partikel dalam bidang XY dinyatakan dengan :

$$x = 25 + 6 t^2 \quad Y = -50 - 20 t + 8 t^2$$

- Tentukan harga awal : x_o, y_o, v_{x_o} dan V_o
 - Hitung besar dan arah percepatan partikel \bar{a} .
 - Nyatakan persamaan lintasan partikel sebagai y fungsi x
- 4-25 Gerakan partikel dalam bidang XY dinyatakan dengan :

$$X = 10 + 12 t - 20 t^2 \quad Y = 25 + 15 t + 30 t^2$$

- Hitunglah harga x_o, y_o, v_{x_o} dan v_{y_o}
- Hitunglah besar dan arah kecepatan awal v_o
- Hitunglah a_{x_o}, a_{y_o} dan \bar{a}
- Apakah lintasan partikel berupa garis lurus ?

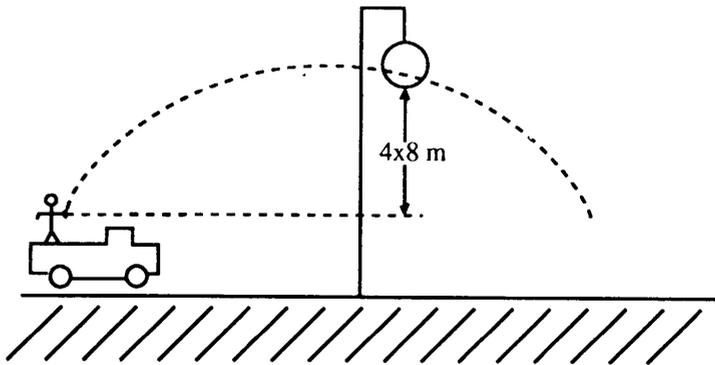
4-26 Sebuah partikel bergerak dalam bidang XY sepanjang lintasan yang dinyatakan dengan $Y = 10 + 3x + 5x^2$. Komponen kecepatan pada sumbu X, $V_x = 4$ m/s adalah konstan dan pada $t=0$, $X = x_0 = 6$ m. a) Tentukan Y dan X sebagai fungsi t. b) Hitung Y_0 dan V_{y0} c) Hitunglah komponen-komponen percepatan partikel a_y dan a_x .

4-27 Sebuah kendaraan bergerak dengan kecepatan konstan 9 m/s. Seorang di atasnya ingin melemparkan sebuah bola melalui sebuah lingkaran yang diam yang tingginya 4,8 m di atas tinggi tangannya. Pada saat melalui lingkaran arah bola itu harus tegak lurus lingkaran (horizontal). Bola itu dilemparkan dengan kecepatan 12 m/s dihitung terhadap diri sendiri.

- Berapa komponen vertikal dari kecepatan mula-mula bola.
- Berapa second setelah bola dilemparkan akan melalui lingkaran.
- Pada jarak berapa di depan lingkaran ia harus melemparkan bola.

Jawab:

- 9,70 m/s
- 1 detik
- 16,06 m



Gambar 4-15

- 4-28 Kelereng jatuh dari tepi meja dengan kecepatan 20 cm/s.
- Dalam waktu berapakah kelereng mencapai lantai kalau tinggi meja adalah 80 cm ?
 - Pada jarak berapakah, terhitung dari tepi meja, kelereng mencapai lantai ?

Jawab:

- 0, 404 s;
- 8, 1 cm.

4-29 Dari atap bangunan setinggi 170 m benda dilempar ke bawah dengan sudut 30° (dari arah datar) dengan kecepatan 40 m/s.

- (a) Berapa waktu diperlukan sebelum sampai di tanah ?
- (b) Tentukan jarak datar antara kaki bangunan dan titik di mana benda jatuh
- (c) Hitung sudut antara vektor kecepatan dan arah horizontal di titik di mana benda mencapai tanah.

Jawab :

- (a) 4,2 s;
- (b) 145 m;
- (c) 60° .

4-30 Baseball dilempar horizontal dengan ketinggian 3 ft, dan berhasil dipukul seorang "batter" hingga bola melayang dengan kecepatan 132 ft/s pada sudut 26° (dari arah datar). Seorang "fielder", yang berada 382 ft dari "batter", mencoba menangkap bola itu dengan tangan terentang 7 ft di atas tanah. Namun tidak berhasil. Pada jarak berapakah di atas tangan "fielder" itu bola meninggalkan lapangan ?

Jawab: 15 ft.

4-31 Buktikan peluru akan mencapai titik maksimum tiga kali lebih tinggi apabila ditembakkan dengan sudut elevasi 30° . Jangkauan horisontal peluru dalam kedua keadaan di atas adalah sama.

4-32 Bola di lempar dengan sudut 30° dari arah datar dengan kecepatan v_0 . Bola bersarang di talang rumah sejauh 20 m. Kalau tinggi talang 5 m, berapakah v_0 ?

Jawab : 20 m/s.

4-33 Ubahlah

- (a) 50 putaran menjadi Radian;
- (b) 48π Rad menjadi putaran;
- (c) 72 rps menjadi Rad/s;
- (d) 1500 rpm menjadi Rad/s;
- (e) 22 Rad/s menjadi rpm ;
- (f) 2 Rad/s menjadi $^\circ$ /detik.

Jawab :

- | | |
|------------------------|---------------------------|
| (a) $3/4$ Rad; | (b) 24 putaran; |
| (c) 452 Rad/s; | (d) 157 Rad/s |
| (e) 210 putaran/menit; | (f) $114,6^\circ$ /detik. |

4-34 Nyatakanlah laju 40 °/det menjadi

- (a) putaran/det;
- (b) putaran/menit
- (c) Rad/s.

Jawab:

- (a) 0,111 putaran/det; (b) 6,67 putaran/menit;
- (c) 0,698 rad/s.

4-35 Roda-gila berputar pada 480 rpm. Berapakah kecepatan sudut sembarang titik roda itu ? Dan berapa pula kecepatan tangensial titik sejauh 30 cm dari pusat roda ?

Jawab : 50 Rad/s; 15,1 m/s.

4-36 Tepi gurinda harus berkecepatan 6 m/s. Kalau jari-jari gurinda 9 cm,

- (a) Berapakah kecepatan sudutnya?
- (b) Seandainya roda ini menggulung benang di tepinya, berapa panjang benang tergulung dalam waktu 3 detik, kalau roda berputar dengan kecepatan tersebut di atas ?

Jawab : (a) 66,7 Rad/s = 10,6 putaran/det.

(b) 18 m.

4-37 Bumi berbentuk bola dengan jari-jari 6370 km dan berputar satu kali dalam waktu 24 jam. Berapa besarkah sudut yang ditempuh setiap titik di bumi dalam waktu 6 jam ? Berapakah kecepatan titik di katulistiwa?

Jawab: 1,57 Rad ; 463 m/s

4-38 Roda berjari-jari 2,5 ft yang berputar dengan kecepatan 120 rpm dipercepat hingga berputar pada 660 rpm dalam waktu 9 detik. Tentukan :

- (a) percepatan sudut tetap yang dialaminya dinyatakan dalam putaran/detik² maupun dalam Rad/s²;
- (b) percepatan tangensial titik pada tepi.

Jawab:

(a) 1 putaran/detik² = 6,28 Rad/s²

(b) 15,7 ft/s²

4-39 Dalam waktu 16 detik kecepatan sudut roda berkurang secara beraturan dari 12 Rad/s menjadi 4 Rad/s. Hitunglah percepatan sudut roda dan jumlah putaran yang ditempuh dalam waktu tersebut.

Jawab: - 0,5 Rad/s²; 20,4 putaran

4-40 Ban mobil (jari-jari 30 cm) mula-mula berputar pada 8 putaran/detik, lalu diperlambat beraturan hingga dalam waktu 14 detik dapat berhenti. Berapakah putaran ditempuh ban dalam waktu itu ? Dan berapa pula jarak yang ditempuh mobil?

Jawab: 56 putaran; 106 m

4-41 Roda yang berputar pada kecepatan 6 putaran/detik mengalami percepatan sudut sebesar 4 Rad/s^2 . Berapakah waktu diperlukan agar kecepatan sudut sebesar 26 putaran/detik dicapai, dan berapa pula jumlah putaran telah dilakukan roda dalam waktu itu?

Jawab: 502 putaran; 31,4 detik

4-42 Tali yang dililitkan pada tepi roda berdiameter 20 cm ditarik dengan kecepatan 75 cm/s. Kalau tali sepanjang 9,0 m telah tertarik, berapa kalikah roda itu telah berputar ? Berapa waktu diperlukan untuk ini?

Jawab: 14,3 putaran; 12 detik

1-43 Benda bermassa 1,5 kg berputar dengan kecepatan 2 putaran/detik pada jari-jari 25 cm. Hitunglah:

- (a) kecepatan tangensial benda;
- (b) percepatan benda;
- (c) gaya sentripetal gerak melingkar ini.

Jawab:

- (a) 3,14 m/s ;
- (b) $39,4 \text{ m/s}^2$ ke titik pusat.
- (c) 59 N

4-44 Benda 20 lb berputar dengan kecepatan 4 putaran/detik pada jari-jari 5 ft. Hitunglah :

- (a) kecepatan tangensial benda ;
- (b) percepatan benda ;
- (c) gaya sentripetal gerak melingkar ini

Jawab:

- (a) 126 ft/s ;
- (b) 3160 ft/s^2 ke titik pusat ;
- (c) 1960 lb

4-45 (a) Berapakah percepatan radial suatu titik pada katulistiwa?
(b) Berapa pula untuk titik di kutub utara? jari-jari bumi 6370 km

Jawab:

- (a) $0,0337 \text{ m/s}^2$;
- (b) nol

4-46 Mobil pada kecepatan 5 m/s mengambil tikungan berjari-jari 8 m pada jalan datar. Agar mobil tidak slip, berapakah koefisien gesekan antara ban mobil dan permukaan jalan ?

Jawab: 0,32

4-47 Suatu kotak diletakkan pada jarak 2,0 m dari titik pusat pelataran berbentuk lingkaran yang dapat berputar. Koefisien gesek statik antara kotak dan pelataran diketahui 0,25. Pelataran diputar dengan perlahan-lahan. Pada kecepatan sudut berapakah kotak akan mulai menggeser?

Jawab: 1,107 Rad/s.

4-48 Batu dimasukkan dalam ember yang diputar pada jari-jari 60 cm. Berapakah kecepatan minimum batu agar masih dapat melewati titik tertinggi lingkaran tanpa jatuh keluar dari ember?

Jawab: 2,4 m/s

4-49 Beban bandul matematik sepanjang 80 cm, diberi simpangan hingga beban itu terangkat 20 cm. Beban kemudian dilepas. Kalau beban 50 g itu melewati titik terendah lintasannya.

(a) Berapakah lajunya pada saat itu :

(b) Berapakah tegangan dalam tali bandul?

Jawab:

(a) 1,98 m/s (b) 0,735 N

4-50 Satelit mengelilingi bumi pada ketinggian 200 km, maka menempuh lingkaran dengan jari-jari 6570 km. Tentukan kecepatan satelit, dan tentukan pula waktu yang diperlukan berputar satu kali. Diketahui massa bumi adalah $6,0 \times 10^{24}$ kg (petunjuk: gaya sentri petal = gaya tarik gravitasi)

Jawab: 7800 m/s; 88 menit

4-51 Sebuah roda dengan garis tengah 70 cm mula-mula dalam keadaan diam, bergerak dengan percepatan konstan, mencapai kecepatan angular 100 Rad/s dalam 20 second. Ditanyakan percepatan sudut dan besar sudut yang ditempuh.

Jawab: 5 Rad/s² ; 1000 Rad

4-52 Kecepatan sudut dari sebuah roda berkurang dengan teratur dari 1000 rpm menjadi 400 rpm dalam 5 second. Ditanyakan percepatan sudut dan banyak sudut putaran dalam 5 second. Berapa second lagi waktu yang diperlukan supaya roda itu berhenti berputar ?

Jawab : -4 Rad/s^2 ; 58,3 putaran; 3,3 detik

4-53 Sebuah roda dengan garis tengah 30 inch berputar pada sumbunya dengan kecepatan sudut mula-mula 2 putaran/second dan percepatan 3 putaran/s².

Ditanyakan:

- Kecepatan sudut setelah 6 second.
- Berapa besar sudut putaran roda dalam waktu 6 second ?
- Berapa kecepatan tangensial dari sebuah titik yang terdapat di pinggir roda setelah roda berputar 6 second ?
- Berapa percepatan resultannya ?

Jawab:

- (a) 40 Rad/s (b) 132 Rad
(c) 50 ft/s (d) 14000 in/s²

4-54 Sebuah titik pada tepi sebuah roda yang jari-jarinya 16 cm, mempunyai posisi sudut yang dinyatakan dalam persamaan: $\theta = 12 - 9t - 3t^2 + t^3$ (θ dalam radian, t dalam second). Ditanyakan :

- Persamaan untuk kecepatan sudut dan percepatan sudut
- pada saat manakah percepatan resultan sama arahnya dengan jari-jari. Berapa besar percepatan ini ?
- Pada saat manakah percepatan resultan menyinggung lingkaran. Berapa besar percepatan ini ?

Jawab:

- a) $-9 - 6t + 3t^2$; $-6 + 6t$ b) 1 detik
c) 3 detik

4-55 Sebuah batu dengan massa 1 kg diikat dengan seutas tali yang panjangnya 1 meter. Batu diputar di atas lingkaran permukaan horizontal, tegangan maksimum tali 500 N. Berapa kecepatan tali maksimum agar tali tidak putus

Jawab: 22,4 m/s

5 HUKUM-HUKUM NEWTON TENTANG GERAK

5-1 GAYA DAN MASSA

Pengetahuan dasar dari dinamika benda titik adalah pengertian tentang gaya, yaitu penyebab perubahan gerak, dan massa yaitu ukuran dari inersia. **Inersia** adalah kecenderungan benda untuk tetap dalam keadaan diam atau bergerak lurus beraturan. Semua pengamatan akan memenuhi hukum Newton bila bergantung pada kerangka (sistem) pengamatan yang inersial, yaitu sistem yang memenuhi hukum Newton, dan sebaliknya.

Contoh : Sebuah botol yang berdiri di dalam sebuah mobil yang bergerak beraturan tidak akan jatuh, tapi bila tiba-tiba dipercepat atau direm, maka botol akan jatuh sekalipun botol tidak disentuh atau diberi gaya. Botol ini tidak memenuhi hukum Newton karena berada dalam kerangka (sistem) yang dipercepat atau diperlambat.

Pengertian gaya paling mudah ialah kekuatan dari luar, berupa **dorongan** atau **tarikan** yang dilakukan oleh otot-otot kita. Dengan mendorong atau menarik, kita dapat mengubah kecepatannya, makin besar dorongan, perubahan makin besar, menimbulkan percepatan. Jadi **gaya** adalah penyebab perubahan gerak, atau perubahan kecepatan, yang menyebabkan adanya **percepatan**.

5-2 HUKUM-HUKUM NEWTON

Hukum Newton menyatakan hubungan antara gaya, massa dan gerak benda. Hukum ini berdasarkan pada prinsip Galileo yaitu : untuk merubah kecepatan , diperlukan pengaruh luar, yaitu gaya luar, tetapi untuk mempertahankan kecepatan tak perlu gaya luar sebagai dinyatakan dalam hukum Newton I.

HUKUM NEWTON I :

Sebuah benda akan berada terus dalam keadaan diam atau bergerak lurus beraturan, kecuali apabila dan hanya bila ada gaya atau kekuatan dari luar yang bekerja pada benda tersebut. Hukum ini merupakan pernyataan kesetimbangan (statis dan dinamis).

HUKUM NEWTON II :

Percepatan yang diperoleh benda bila dikerjakan gaya padanya akan berbanding lurus dengan resultan gaya-gaya yang bekerja pada benda tersebut, dengan suatu konstanta perbandingan yang merupakan ciri khas dari benda.

$$\vec{a} = k \vec{F}, \quad k = \text{konstanta perbandingan} = \frac{1}{m}, \text{ merupakan ciri khas dari benda}$$

jika m = massa benda.

$$\text{Jadi } \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \text{ atau } \vec{F} = m \vec{a}, \text{ massa adalah skalar, arah } \vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}; \quad \vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Jadi gaya adalah perubahan momentum per satuan waktu. Massa adalah ukuran dari inersia, ini berarti bila 2 benda dengan $m_1 > m_2$ diberi gaya F yang sama, maka $a_1 < a_2$. Dengan perkataan lain massa (inersia) yang lebih besar mendapat percepatan yang lebih kecil untuk gaya yang sama. Hukum ini merupakan hukum yang berlaku pada gerak pusat massa.

HUKUM NEWTON III : (berlaku untuk sistem 2 benda)

Dua benda yang berinteraksi akan menyebabkan gaya pada satu benda karena benda kedua (aksi) yang sama dan berlawanan arah dengan gaya pada benda kedua - karena benda pertama.

Singkatnya ditulis : Gaya aksi = - gaya reaksi.

Benda yang diikat dengan tali dan ditarik, maka timbul gaya T pada benda (aksi) dan T' pada tali sebagai reaksi dari T. T dan T' sama besar, berlawanan arah.

Selain ketiga hukum ini masih ada satu hukum Newton lagi ialah **hukum tarik menarik (gravitasi)**.

5.3 SATUAN GAYA

Gaya adalah besaran vektor dan satuannya adalah Newton, dapat dilihat pada tabel di bawah ini.

Sistem	Satuan	Nama Khusus	Definisi
S.I	$\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{det}^{-2}$	Newton (N)	1N = Gaya yang bekerja pada benda dengan massa 1 kg, menyebabkan percepatan 1 m/det ² .
c.g.s	$\text{gr}\cdot\text{cm}\cdot\text{det}^{-2}$	dyne (dn)	1 dn = gaya yang bekerja pada benda dengan massa 1 gram menyebabkan percepatan 1 cm/det ² .
British (f.p.s)	$\text{pound}\cdot\text{ft}\cdot 1\text{ lb sec}^{-2}$	pounda 1 (pdl)	1 pdl = gaya yang bekerja pada benda dengan massa (pound) menyebabkan percepatan 1 ft/sec ²
Praktis		kgf, lbf	1 kgf adalah gaya yang sama dengan berat benda dengan massa 1 kg. Adanya kgf dan lbf menyebabkan adanya satuan baru unik massa, jika gaya dinyatakan dalam persamaan $F = m a$.
Dalam satuan Inggris satuan massa adalah	1 lb = 0,0311 slug	slug	1 slug adalah massa suatu benda yang mendapatkan percepatan sebesar 1 ft sec ⁻² bila dikerjakan gaya 1 lbf. (1 lbf = 1 slug.ft. sec ⁻²)

5-4 BERAT

Berat benda adalah gaya tarik bumi; $\vec{w} = mg$, g = percepatan gravitasi bumi.

Jadi berat adalah gaya, yaitu gaya berat berarti suatu besaran vektor. Arah vektor ini adalah arah gaya tarik bumi yaitu ke pusat bumi, dalam hal ini, vertikal ke bawah. Jika sebuah benda jatuh bebas, percepatannya adalah $= g$ (percepatan gravitasi bumi) dan gaya yang bekerja pada benda ini adalah berat W .

5-5 MACAM-MACAM GAYA

Untuk sistem 2 benda titik terdapat gaya-gaya :

1. Gaya interaksi
2. Gaya kontak.

GAYA INTERAKSI

Gaya interaksi ialah gaya yang ditimbulkan oleh satu benda pada benda lain walaupun letaknya berjauhan.

Misalnya : Gaya gravitasi
Gaya listrik
Gaya magnet.

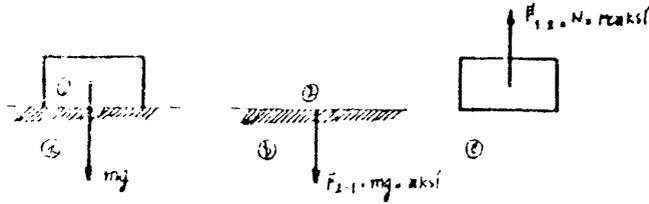
Medan : adalah ruang yang merupakan daerah pengaruh gaya. Akibatnya benda-benda yang berada dalam suatu medan (medan gravitasi, medan listrik, medan magnet) akan menderita gaya (gaya gravitasi, gaya listrik, gaya magnet).

GAYA KONTAK.

Gaya kontak adalah gaya yang terjadi hanya pada benda-benda yang bersentuhan.

Macam-macam gaya kontak : a. Gaya normal
b. Gaya gesekan
c. Gaya tegang tali.

- a). **Gaya normal** : ialah gaya reaksi dari gaya berat yang dikerjakan benda terhadap bidang tempat benda terletak (benda melakukan aksi, bidang melakukan reaksi). Arah gaya normal N selalu tegak lurus pada bidang.



Gambar 5-1

- (a) : Benda (1) berada di atas bidang (2)
 - (b) : Gaya aksi pada bidang
 - (c) : Gaya reaksi pada benda
- $N > 0$ artinya benda menekan bidang tempat benda terletak.
 $N = 0$ artinya benda meninggalkan bidang lintasannya.
 $N < 0$ tidak mungkin.

- b). **Gaya gesekan** : ialah gaya yang melawan gerak relatif dua benda.
 Macam-macam gaya gesekan :
 - (i). Gaya gesekan antara zat padat dan zat padat.
 - (ii). Gaya gesekan antara zat padat dan zat alir (fluida).

Arah gaya gesekan selalu sejajar dengan bidang tempat benda berada dan berlawanan arah dengan arah gerak benda, jadi gaya gesekan melawan gerak (menghambat).

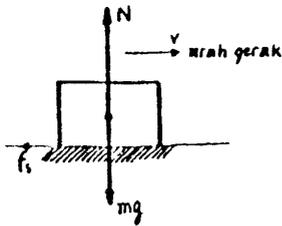
GAYA GESEKAN ANTAR ZAT PADAT

Sebuah benda di atas meja didorong, artinya diberi kecepatan, maka benda akan bergerak di atas meja, jika dorongan dihentikan, gerak benda akan lambat dan akhirnya berhenti, karena geraknya ada yang menghambat atau melawan yaitu gaya gesekan luncur sebagai akibat kehilangan momentum. **Gaya gesekan** adalah gaya yang disebabkan karena adanya interaksi antara molekul-molekul benda-benda yang saling bergerak (relatif) berupa gaya-gaya adesi dan kohesi. Gejala ini sukar dan bergantung pada banyak faktor misalnya : keadaan permukaan, kecepatan relatif dan lain-lain. Besar gaya gesekan f berbanding lurus dengan gaya normal N dengan suatu konstanta perbandingan μ yang dinamakan **koefisien gesekan**. Gaya gesekan pada gerak relatif antara dua benda yang bersinggungan adalah **gaya gesekan luncur (kinetik)** :

$$f = \mu_k N$$

Gaya gesekan luncur selalu melawan gerak benda, jadi berlawanan arah dengan arah kecepatan. Pada umumnya ada dua macam koefisien gesekan. Koefisien gesekan statik yang berlaku pada saat benda masih diam, maka $f_s = \mu_s N$, adalah **gaya gesekan statik**, merupakan gaya terkecil yang diperlukan agar benda dapat bergerak. **Koefisien gesekan luncur** μ_k yang berlaku pada saat benda sedang bergerak maka $f_k = \mu_k N$, adalah

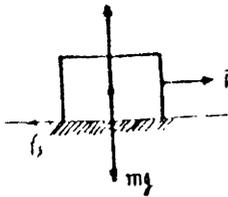
gaya gesekan untuk mempertahankan gerak relatif kedua benda. Gaya gesekan adalah suatu konsep statistik karena gaya gesekan merupakan resultan (jumlah) dari banyak sekali interaksi antar molekul-molekul dua benda yang bersinggungan.



Gambar 5-2

$$\mu_s > \mu_k \longrightarrow f_s > f_k$$

Sebuah benda dalam keadaan diam, karena adanya kontak antara benda dan bidang tempat di mana benda berada, maka akan ada hambatan untuk melawan gerak relatif benda dan bidang.



Gambar 5-3

Misal pada gambar 5-3, sebuah benda ditarik oleh gaya P, tapi benda belum bergerak, karena ada yang melawan P yaitu f_s . Jika p diperbesar terus hingga akhirnya benda bergerak, maka gaya gesekan pada saat benda mulai bergerak $= f_k < f_s$. Jadi memang dalam keadaan diam gaya gesekan lebih besar dari pada dalam keadaan bergerak.

$$\Sigma F = m a$$

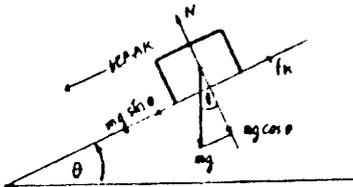
$$p - f_k = m a$$

Benda pada bidang miring : $m g \sin\theta - f_k = m a$

Jika benda bergerak lurus beraturan

($a = 0$) maka :

$$f_k = m g \sin\theta$$



Gambar 5 - 4

Sifat-sifat gesekan (friksi) secara empiris :

- I. Gaya maksimum dari friksi statik dan friksi kinetik antara 2 permukaan kering yang bersinggungan.
 - 1. Secara pendekatan tak tergantung pada luas bidang yang bersinggungan, sebab semua benda tak dapat dianggap benda **rigid** (tak dapat berubah bentuk jika ada gaya yang bekerja pada benda).

II. Gaya friksi kinetik antara 2 permukaan kering dapat bergantung pada kecepatan relatif antara kedua benda yang bersinggungan. Sebab molekul pada permukaan yang bersinggungan bergetar lebih hebat bila kecepatan lebih besar.

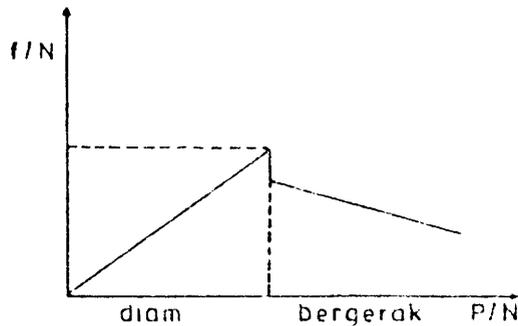
Kesimpulan :

Untuk benda-benda yang tidak rigid (yang dapat berubah bentuk = berdeformasi) gaya friksi tergantung pada :

1. luas bidang yang bersinggungan
2. kecepatan relatif antara benda-benda yang bersinggungan. Lihat gambar 5-5, perhatikan tabel berikut :

p	f	keadaan
0	0	diam
$\mu_s N$	p	diam, tidak bergerak
$\mu_s N$	p	diam, mulai akan bergerak
$\mu_k N$	p	gerak lurus beraturan
$\mu_k N$	$= \mu_k N$	gerak lurus dipercepat

Jadi gaya friksi pada saat benda mulai akan bergerak : $f = f_s = \mu_s N$, selanjutnya setelah benda bergerak $f = f_k = \mu_k N$. Keterangan tadi dapat digambarkan sebagai berikut :



Gambar 5 - 5

Gaya gesekan antara zat padat dan zat cair (fluida) (fluida friction).

Benda bergerak dalam cairan dengan kecepatan v , mengalami gaya gesekan f yang tergantung pada :

1. Macam cairan (fluida)
2. Bentuk atau ukuran dari benda yang bergerak dalam cairan tersebut.

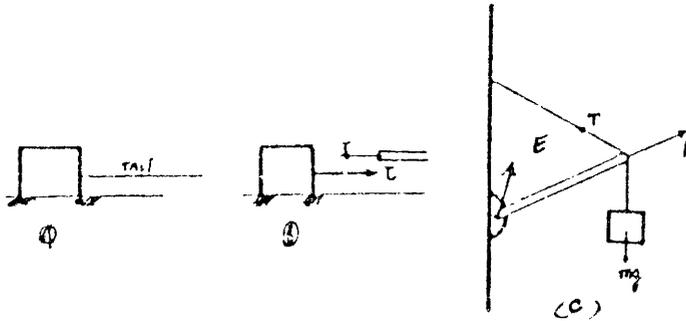
Koefisien gesekan fluida disebut **koefisien viskositas** (η). Untuk benda padat berbentuk bola dalam cairan (fluida) berlaku **hukum Stokes** yang berbunyi :

Jika sebuah benda bergerak dalam fluida dengan kecepatan tetap, maka gaya gesekannya $f = 6\pi \eta r.v$, dengan r = jari-jari bola dan v = kecepatan bola (tetap).

c. **Gaya tegang tali** : adalah gaya reaksi pada tali, pegas, batang yang terjadi karena ujung-ujungnya dihubungkan dengan benda lain.

Gaya tegang tali adalah gaya yang bekerja pada penampang tali yang dapat diambil pada setiap tempat pada tali, artinya satu bagian tali dianggap tak bermassa, sehingga gaya tegang tali pada setiap tempat sama besarnya.

Gaya tegang tali pada batang dinamakan **gaya penopang**, selalu bekerja pada arah batang, dan ini merupakan komponen gaya engsel. (gaya pada batang karena engsel).



Gambar 5 - 6

SOAL YANG DIPECAHKAN

5-1 Carilah berat benda yang massanya (a) 3 kg; (b) 200 gram (c) 0,70 slug.

Hubungan umum antara massa m dan berat w adalah $w = mg$. Dalam rumus ini dapat dipakai kombinasi satuan berikut:

Dalam SI (atau sistim mks):

m dinyatakan dlm kg; $g = 9,8 \text{ m/s}^2$; dan

w diperoleh dalam newton.

Dalam sistim imperial:

m menyatakan dalam slug; $g = 32,2 \text{ ft/s}^2$; dan

w diperoleh dalam pon (lb)

g tersebut di atas adalah percepatan grafitasi bumi; percepatan disebabkan gaya grafitasi di sesuatu tempat adalah berbeda dari percepatan grafitasi di tempat lain.

Jawab :

$$(a) \quad w = (3\text{kg})(9,8\text{m/s}^2) = 29,4 \text{ kg.m/s}^2 = 29,4 \text{ N}$$

$$(b) \quad w = (0,02 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) = 1,96 \text{ N}$$

$$(c) \quad w = (0,70 \text{ slug})(32,2\text{ft/s}^2) = 22,5 \text{ slug.ft/s}^2 = 22,5 \text{ lb}$$

5-2 Berapa massa benda yang beratnya di bumi

(a) 25 N ?

(b) 5000 dine ?

(c) 80 lb ?

seperti pada soal 5-1 kita pakai hubungan $w = mg$

$$(a) \quad m = \frac{25 \text{ N}}{9,8 \text{ m/s}^2} = 2,55 \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{m} = 2,55 \text{ kg}$$

$$(b) \quad m = \frac{5000 \times 10^5 \text{ N}}{9,8 \text{ m/s}^2} = 5,1 \times 10^{-3} \text{ kg} = 5,1 \text{ g}$$

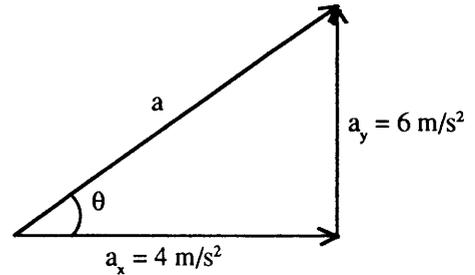
$$(c) \quad m = \frac{80 \text{ lb}}{32,2 \text{ ft/s}^2} = 2,48 \text{ lb. slug}$$

5-3 Gaya tunggal yang bekerja pada benda komponennya $F_x=20 \text{ N}$ dan $F_y=30 \text{ N}$. Berapakah percepatannya ? Massa benda 5kg.

Kita pakai $\sum F_x = ma_x$ dan $\sum F_y$ untuk memperoleh

$$a_x = \frac{\sum F_x}{m} = \frac{20 \text{ N}}{5 \text{ kg}} = 4 \text{ m/s}^2$$

$$a_y = \frac{\sum F_y}{m} = \frac{30 \text{ N}}{5 \text{ kg}} = 6 \text{ m/s}^2$$



Gambar 5. 8

Kedua komponen percepatan ini tampak pada Gambar 5-8, jelas bahwa

$$a = \sqrt{(4)^2 + (6)^2} \text{ m/s}^2 = 7,2 \text{ m/s}^2$$

$$\text{dan } \theta = \arctan 6/4 = 56^\circ$$

- 5-4 Benda 600 N akan diberi percepatan sebesar $0,70 \text{ m/s}^2$. Berapakah gaya yang diperlukan ?

Jawab :

Misalkan berat di atas adalah berat di bumi, dengan rumus $w = mg$ diperoleh

$$m = \frac{w}{g} = \frac{600 \text{ N}}{9,8 \text{ m/s}^2} = 61 \text{ kg}$$

Dengan mengetahui massa benda (61 kg) dan percepatan yang diinginkan ($0,70 \text{ m/s}^2$) gaya yang diperlukan adalah $F = ma = (61 \text{ kg}) (0,70 \text{ m/s}^2) = 43 \text{ N}$

- 5-5 Gaya tetap bekerja pada benda 5 kg dan karenanya kecepatan benda turun dari 7 m/s menjadi 3 m/s dalam waktu 3 detik. Berapakah gaya itu?

Jawab :

Kita harus menemukan dahulu percepatan benda, yang adalah tetap, sebab gayanya diketahui adalah tetap. Dari Bab 4 :

$$a = \frac{v_f - v_0}{t} = \frac{-4 \text{ m/s}}{3 \text{ s}} = -1,33 \text{ m/s}^2$$

Dengan rumus $F = ma$, di mana $m = 5 \text{ kg}$, diperoleh $F = (5 \text{ kg}) (-1,33 \text{ m/s}^2) = -6,7 \text{ N}$. Apa arti tanda minus ini ? Tanda minus di sini berarti bahwa gaya itu berupa suatu hambatan, jadi berlawanan arah dengan arah gerak.

- 5-6 Berapa gaya diperlukan agar mobil 200 lb dipercepat 8 ft/s^2 pada jalan yang datar? Semua gaya gesek yang menghambat geraknya mobil diabaikan.

Jawab :

Yang diketahui adalah berat mobil yakni 2000 lb. Cara yang lazim dipakai dalam mempergunakan sistem Imperial ialah dengan menggantikan m menjadi w/g. Maka :

$$F = ma = \frac{w}{g} a = \frac{2000 \text{ lb}}{32,2 \text{ ft/s}^2} (8 \text{ ft/s}^2) = 497 \text{ lb}$$

- 5-7 Mobil 600 kg melaju di atas jalan datar.

- (a) Gaya hambatan tetap berapakah akan berhasil menghentikannya dalam jarak 70 m ?
(b) Berapakah nilai minimum koefisien gesek antara ban dan permukaan jalan agar hal ini tercapai?

Jawab :

- (a) Mula-mula, kita harus temukan percepatan yang dialami mobil. Ini kita peroleh dari persamaan gerakanya. Karena diketahui bahwa $v_o = 30 \text{ m/s}$, $v_f = 0$ dan $x = 70 \text{ m}$, dengan memakai $v_f^2 = v_o^2 + 2ax$ diperoleh :

$$a = \frac{v_f^2 - v_o^2}{2x} = \frac{0 - 900 \text{ m}^2/\text{s}^2}{140 \text{ m}} = -6,43 \text{ m/s}^2$$

Dari $F = ma$ diperoleh $F = (600 \text{ kg})(-6,43 \text{ m/s}^2) = -3860 \text{ N}$

- (b) Gaya di atas adalah gaya gesek antara ban dan permukaan jalan. Maka besar gaya gesek pada ban adalah $f = 3860 \text{ N}$. Koefisien gesekan $\mu = f/Y$; di sini Y adalah gaya normal. Dalam soal ini permukaan jalan menekan pada mobil dengan gaya sebesar berat mobil, hingga :

$$Y = w = mg = (600 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) = 5900 \text{ N}$$

Maka

$$\mu = \frac{f}{Y} = \frac{3860}{5900} = 0,66$$

Agar mobil dapat dihentikan dalam jarak 70 m koefisien gesek sekecil-kecilnya harus 0,66.

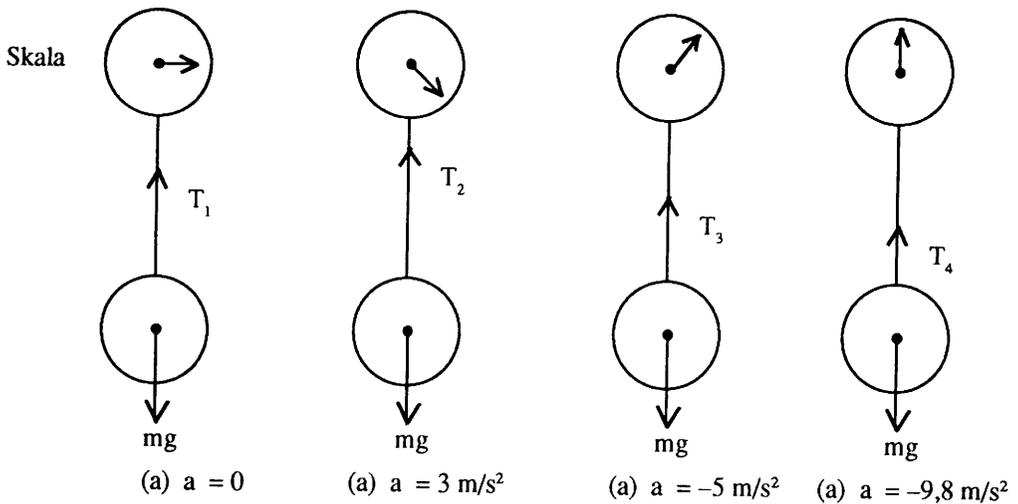
- 5-8 Lok 8000 kg yang menarik kereta api 40000 kg pada pelataran yang datar dapat menimbulkan percepatan $a_1 = 1,20 \text{ m/s}^2$. Seandainya lok itu dipasang pada kereta api 16000 kg berapakah percepatan yang dihasilkan?

Jawab :

Dengan gaya tarik yang sama, percepatan yang timbul adalah berbanding terbalik dengan massa total. Maka

$$a_2 = \frac{m_1}{m_2} a_1 = \frac{8000 \text{ kg} + 40000 \text{ kg}}{8000 \text{ kg} + 16000 \text{ kg}} (1,20 \text{ m/s}^2) = 2,40 \text{ m/s}^2$$

5-9 Benda 6 kg digantungkan pada pegas melalui seutas tali (=bacaan pada neraca) jika percepatan itu (a) nol; (b) 3 m/s² ke atas; (c) 5 m/s²; (d) 9,8 m/s² kebawah. lihat Gambar 5-9 bawah.



Gambar 5-9

Pada setiap keadaan di atas berat benda menarik benda itu ke bawah sedangkan tegangan dalam tali menariknya ke atas. Kedua gaya inilah yang bekerja pada benda, dan gaya tarik ke bawah adalah :

$$mg = (6 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) = 58,8 \text{ N}$$

kita pakai rumus $F = ma$; di sini F adalah gaya resultan pada benda. Dengan mengambil arah ke atas sebagai arah positif:

$$(a) T_1 - 58,8 \text{ N} = (6 \text{ kg})(0 \text{ m/s}^2) \quad \text{atau} \quad T_1 = 58,8 \text{ N}$$

$$(b) T_2 - 58,8 \text{ N} = (6 \text{ kg})(3 \text{ m/s}^2) \quad \text{atau} \quad T_2 = 77 \text{ N}$$

$$(c) T_3 - 58,8 \text{ N} = (6 \text{ kg})(-5 \text{ m/s}^2) \quad \text{atau} \quad T_3 = 29 \text{ N}$$

$$(d) T_4 - 58,8 \text{ N} = (6 \text{ kg})(-9,8 \text{ m/s}^2) \quad \text{atau} \quad T_4 = 0 \text{ N}$$

Perhatikan kasus (d) Di sini sistem mengalami percepatan jatuh bebas. Nyata bahwa dalam keadaan demikian tali tidak akan tegang, maka $T = 0$ dan benda seolah-olah tanpa bobot. (karena neraca menunjuk nol). Perhatikan pula bahwa T haruslah lebih besar dari mg kalau sistem dipercepat ke atas, dan lebih kecil dari mg kalau dipercepat ke bawah.

5-10 Misalkan benda pada Gambar 5-2 beratnya 50 lb. Tentukan percepatan sistim kalau diketahui tegangan dalam tali adalah :

- (a) 50 lb;
- (b) 75 lb;
- (c) 40 lb;
- (d) nol.

Dalam soal ini berat benda diketahui, begitu pula tegangan dalam tali, nmun percepatan yang tidak diketahui:

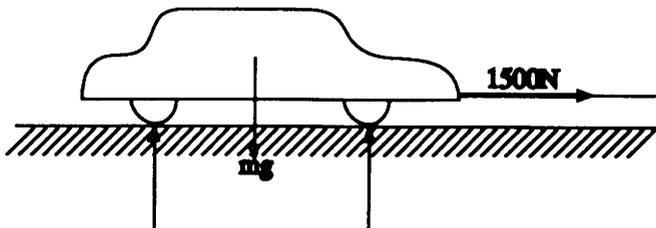
Jawab ·

- (a) $50 \text{ lb} - 50 \text{ lb} = \frac{50 \text{ lb}}{32 \text{ ft/s}^2} a$ atau $a = 0 \text{ ft/s}^2$
- (b) $75 \text{ lb} - 50 \text{ lb} = \frac{50 \text{ lb}}{32 \text{ ft/s}^2} a$ atau $a = 16 \text{ ft/s}^2$ (ke atas)
- (c) $40 \text{ lb} - 50 \text{ lb} = \frac{50 \text{ lb}}{32 \text{ ft/s}^2} a$ atau $a = -6.4 \text{ ft/s}^2$ (ke bawah)
- (d) $0 - 50 \text{ lb} = \frac{50 \text{ lb}}{32 \text{ ft/s}^2} a$ atau $a = -32 \text{ ft/s}^2$
(percepatan jatuh bebas)

5-11 Mobil 700 kg mogok di jalanan datar. Kabel mobil derek yang dipakai untuk menyeretnya akan putus jika tegangan di dalamnya melebihi 1500 N. Maka berapakah percepatan sebesar-besarnya yang dapat diterima mobil mogok dari mobil derek itu ?

Gaya-gaya yang bekerja pada mobil ditunjukkan gambar 5-10. Yang berperan adalah komponen x, sebab komponen y saling meniadakan.

$\sum F_x = ma_x$ menjadi $1500\text{N} = (700 \text{ kg})a$
maka $a = 2,14 \text{ m/s}^2$



Gambar 5-10

5-12 Kabel peluncur hanya dapat menahan tegangan 300 N. Orang 45 kg pd ujung kabel diturunkan dengan menurunkan kabel itu. Hitunglah percepatan minimum yang dialami orang itu.

$$\text{Berat orang } w = mg = (45 \text{ Kg}) (9,8 \text{ m/s}^2) = 441 \text{ N.}$$

Karena kabel hanya dapat menahan 300 N, terdapat gaya resultan (sisa) $441 \text{ N} - 300 \text{ N} = 141 \text{ N}$. Maka a minimum :

$$a = \frac{F}{m} = \frac{141 \text{ N}}{45 \text{ kg}} = 3,1 \text{ m/s}^2$$

5-13 Tali dipasang pada katrol tanpa gesekan. Pada kedua ujungnya digantungkan massa 7 kg dan 9 kg. Lihat gambar 5-11, yang menunjukkan mesin Atwood. Tentukan percepatan yang dialami kedua massa itu. Tentukan pula tegangan dalam tali.

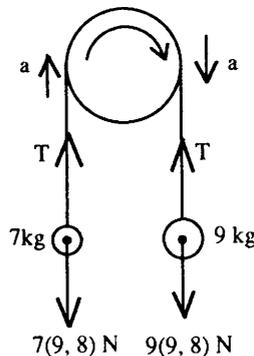
Jawab :

Karena gesekan dalam katrol diabaikan, maka tegangan dalam kedua ujung tali adalah sama. Gambar 5-11 menunjukkan gaya-gaya yang bekerja pada masing-masing massa.

Dalam soal-soal di mana benda terikat pada tali, kerap kali arah gerak diambil sebagai arah positif. Di sini arah ke atas adalah positif untuk massa 7 kg, dan untuk massa 9 kg arah positif adalah arah turun (dengan demikian percepatan akan positif untuk kedua massa itu). Karena tali dianggap tidak mulur, percepatan kedua massa adalah sama. Dengan megetrapkan rumus $\sum F_y = ma_y$ pada masing-masing massa diperoleh :

$$T - (7)(9,8) \text{ N} = (7 \text{ kg}) a \text{ dan } (9)(9,8) \text{ N} - T = (9 \text{ kg}) a$$

Setelah dijumlahkan : $(9 - 7)(9,8) \text{ N} = (16 \text{ kg}) a$ atau $a = 1,23 \text{ m/s}^2$. Harga ini, dimasukkan dalam masing-masing persamaan di atas, akan menghasilkan $T = 77 \text{ N}$.



Gambar 5-11

Cara lain

Anggaplah kedua massa itu sebagai satu sistem. Gaya penggerak sistem adalah

$$F = (9 - 7)(9,8)N$$

yang tidak lain adalah ma , maka :

$$(9 - 7)(9,8) N = [(7+9)kg]a$$

Maka $a = 1,23 \text{ m/s}^2$

Untuk mendapatkan T , kita harus membebaskan salah satu benda (tidak peduli yang mana); kemudian memakai persamaan $F_{\text{resultan}} = ma$. Tampak bahwa cara kedua ini baik sekali, jika tegangan tidak perlu dihitung.

- 5-14 Kotak 70 N digeser oleh gaya 400 N. Lihat Gambar 5-12. Koefisien gesekan antara kotak dan lantai adalah 0,50 dalam keadaan kotak bergerak. Berapakah percepatan kotak ?

Jawab :

Nyata bahwa dalam arah y ada keseimbangan :

$$Y = mg = (70 \text{ kg}) (9,8 \text{ m/s}^2) = 686 \text{ N}$$

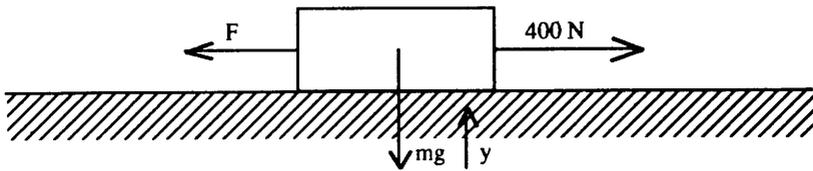
Gaya gesek f dapat dihitung dari rumus :

$$f = Y = (0,50) (686 \text{ N}) = 343 \text{ N}$$

Dari $\sum F_x = ma_x$ dengan arah positif = arah gerak :

$$400 \text{ N} - 343 \text{ N} = (70 \text{ kg})a. \text{ Maka } a = 0,81 \text{ m/s}^2$$

$$400 \text{ N} - 343 \text{ N} = (70 \text{ kg})a \text{ atau } a = 0,81 \text{ m/s}^2$$



Gambar 5-12

- 5-15 Kotak 70 N ditarik gaya 400 N dengan sudut 30° . Kalau koefisien gesek adalah 0,50, tentukan percepatan kotak.

Jawab :

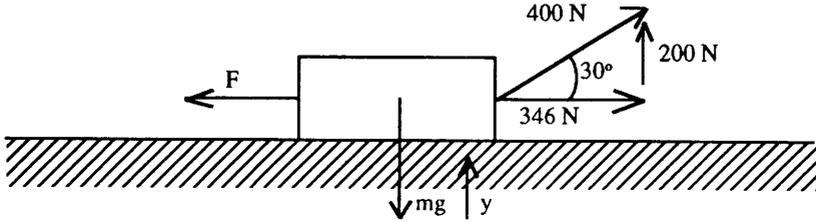
Karena benda tidak meninggalkan lantai, maka $\sum F_y = ma_y = 0$ Dari Gambar 5-13 tampak

$$Y + 200 \text{ N} - mg = 0$$

Karena $mg = (70 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) = 686 \text{ N}$, maka $Y = 486 \text{ N}$

$$f = \mu Y = 0,50(486 \text{ N}) = 243 \text{ N}$$

Dalam arah x berlaku $\sum F_x = ma_x$ atau $(346 - 243) \text{ N} = (70 \text{ kg})a_x$,
maka $a_x = 1,47 \text{ m/s}^2$



Gambar 5-13

- 5-16 Lihat gambar 5-14. Benda 100 lb ada di atas lantai datar, dan koefisien gesek kinetik antara benda dan lantai adalah 0,25. Gaya horisontal sebesar 40 lb bekerja pada benda selama 3 detik. Berapakah kecepatan benda pada akhir detik ketiga itu ?

Jawab :

Gaya-gaya yang bekerja pada benda ditunjukkan Gambar 5-7. Dalam arah y benda seimbang. Maka :

$$\sum F_y = may = 0 \text{ atau } -100 \text{ lb} + Y = 0$$

hingga $Y = 100 \text{ lb}$, maka $f = \mu Y = 25 \text{ lb}$

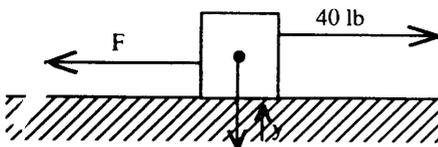
Dari $\sum F_x = ma_x$ diperoleh

$$40 \text{ lb} - 25 \text{ lb} = (100/32)a_x$$

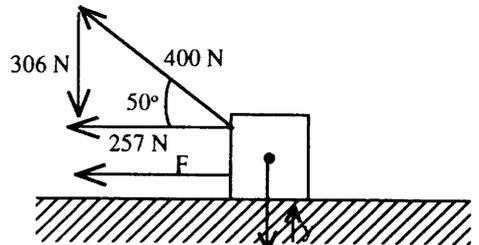
dengan m telah diganti w/g. Maka $a_x = 4,8 \text{ ft/s}^2$

Kecepatan pada akhir $t = 3 \text{ s}$, diperoleh dari $v_f = v_o + at$. Dengan $v_o = 0$ diperoleh

$$V_f = v_o + at = 0 + (4,8 \text{ ft/s}^2)(3\text{s}) = 14,4 \text{ ft/s}$$



Gambar 5-14



Gambar 5-15

- 5-17 Gaya 400 N mendorong kotak di atas lantai kasar yang mendatar (lihat Gambar 5-15). Dalam waktu 4 detik kotak yang mula-mula diam dapat mencapai kecepatan 2,0 m/s. Berapakah koefisien gesekan antara kotak dan lantai ?

Jawab :

Kita cari dahulu f dari persamaan $f=ma$, sedangkan a dapat kita ketahui dari persamaan gerak. Diketahui bahwa $v_o = 0$, $v_f = 2 \text{ m/s}$, dan $t = 4 \text{ s}$. Dari $v_f = v_o + at$ diperoleh:

$$a = \frac{v_f - v_o}{t} = \frac{2 \text{ m/s}}{4 \text{ s}} = 0,50 \text{ m/s}^2$$

Dari persamaan $\sum F_x = ma_x$, dengan $a_x = 0,50 \text{ m/s}^2$, diperoleh (lihat Gambar 5-15)

$$257 \text{ N} - f = (25 \text{ kg})(0,50 \text{ m/s}^2)$$

maka $f = 245 \text{ N}$.

Kemudian kita pakai $f = f/Y$. Berapakah Y ? Karena kotak tidak pernah meninggalkan lantai, berlaku $F_y = 0$ atau $Y - 306 \text{ N} - (25)(9,8) \text{ N} = 0$ atau $Y = 551 \text{ N}$, maka :

$$\mu = \frac{f}{Y} = \frac{245}{551} = 0,44$$

5-18 Benda 20 kg berada di atas bidang miring (lihat Gambar 5-16). Koefisien gesek kinetik antara kotak dan bidang adalah 0,30. Tentukan percepatan yang dialami benda waktu menggeser ke bawah.

Jawab :

Pada soal-soal bidang miring lazim diambil sumbu x - y seperti terlihat pada gambar. Percepatan yang dicari, dapat ditentukan dari persamaan $\sum F_x = ma_x$. Marilah kita tentukan gaya gesek f dahulu .

$$F_y = ma_y = 0 \text{ menghasilkan } Y - 0,87 \text{ mg} = 0 \text{ atau}$$

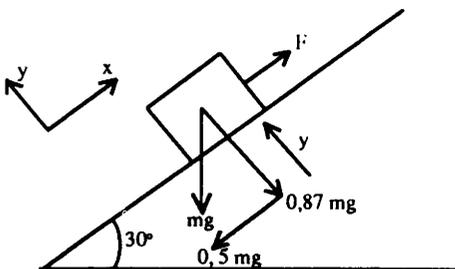
$$Y = (0,87)(20 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) = 171 \text{ N}$$

Karena $f = Y = (0,30)(171 \text{ N}) = 51 \text{ N}$

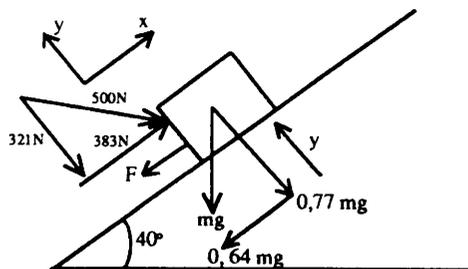
Dari $\sum Y_x = ma_x$ diperoleh

$$f - 0,5 \text{ mg} = ma_x, \text{ atau } 51 \text{ N} - (0,5)(20)(9,8) \text{ N} = (20 \text{ kg}) a_x$$

maka $a_x = -2,35 \text{ m/s}^2$. Percepatan gerak turun itu adalah $2,35 \text{ m/s}^2$



Gambar 5-16



Gambar 5-17

5-19 Di bawah pengaruh gaya 500 N benda 25 kg ternyata dapat menggeser ke atas dengan percepatan $0,75 \text{ m/s}^2$. (Lihat Gambar 5-17). Berapakah koefisien gesekan antara benda dan bidang miring itu ?

Jawab :

Semua gaya dan komponennya tampak pada Gambar 5-17. Perhatikan benar cara memilih letak sumbu x dan y. Karena benda bergerak ke atas, maka gaya gesek, yang merupakan hambatan, berarah ke bawah.

Mula-mula f dicari dari persamaan $\Sigma F_x = ma_x$. Dari Gambar 5-17 nyata bahwa

$$383 \text{ N} - f - (0,64)(25)(9,8) \text{ N} = (25 \text{ kg})(0,75 \text{ m/s}^2)$$

maka $f = 207 \text{ N}$

Kita juga harus menentukan Y. Dari hubungan $F_y = ma_y$, diperoleh

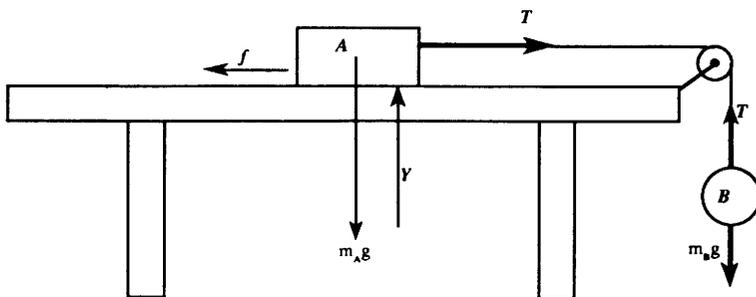
$$Y - 321 \text{ N} - (0,77)(25)(9,8) \text{ N} = 0 \text{ atau } Y = 510 \text{ N}$$

maka :

$$\mu = \frac{f}{Y} = \frac{207}{510} = 1,41$$

5-20 Pada Gambar 5-18 diketahui bahwa koefisien gesek antara benda dan meja adalah 0,20, selain massa $m_A = 25 \text{ kg}$ dan $m_B = 15 \text{ kg}$. Berapa jauh B akan turun dalam waktu 3 detik setelah dilepas ?

Jawab :



Gambar 5-18

Benda A tidak bergerak dalam arah vertikal, maka gaya normal padanya adalah :

$$Y = m_A g = (25 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) = 245 \text{ N}$$

hingga

$$f = \mu Y = (0,20)(245 \text{ N}) = 49 \text{ N}$$

Selanjutnya, percepatan sistem harus dicari dahulu. Untuk itu kita terapkan rumus $F = ma$ pada masing-masing benda. Dengan mengambil arah gerak sebagai arah positif :

$$T - f = m_A a \quad \text{atau} \quad T - 49 \text{ N} = (25 \text{ kg})a$$

dan

$$m_B g - T = m_B a \quad \text{atau} \quad -T + (15)(9,8) \text{ N} = (15 \text{ kg})a$$

Besaran T dapat dieliminasi dengan menjumlahkan kedua persamaan. Kita peroleh $a = 2,45 \text{ m/s}^2$.

Persoalan sekarang adalah persoalan kinematika dengan

$$a = 2,45 \text{ m/s}^2, v_o = 0 \quad \text{dan} \quad t = 3 \text{ detik:}$$

$$Y = v_o t + \frac{1}{2} a t^2 = 0 + \frac{1}{2} (2,45 \text{ m/s}^2) (3 \text{ s})^2 = 11,0 \text{ m}$$

B jatuh sejauh 11,0 m dalam tiga menit pertama.

- 5-21 Di samping gaya T, gaya tarik datar berapakah diperlukan pada benda A agar ia bergerak ke kiri dengan percepatan $0,75 \text{ m/s}^2$?

$$\text{Diketahui} = 0,20, m_A = 25 \text{ kg}, m_B = 15 \text{ kg.}$$

Jawab :

Pada Gambar 5-18 gaya tarik P harus digambar pekerja pada benda 4 ke kiri, sedangkan arah gaya gesek f harus dibalik; f menuju ke kanan, karena benda bergerak ke kiri. Seperti halnya pada soal 5-20, disini $f = 49 \text{ N}$.

Rumus $F = ma$ kita terapkan pada kedua benda, dan arah gerak kita ambil sebagai arah positif.

Maka

$$P - T - 49 \text{ N} = (25 \text{ kg}) (0,75 \text{ m/s}^2) \quad \text{dan} \quad T - (15) (9,8) \text{ N} = (15 \text{ kg}) (0,75 \text{ m/s}^2)$$

T dihitung dari persamaan terakhir ini; kemudian disubstitusikan dalam persamaan pertama untuk mendapatkan gaya P. Hasilnya: 226 N.

- 5-22 Koefisien gesekan statik antara peti dan lantai truk adalah 0,60. Agar peti tidak menggeser berapakah percepatan maksimum truk?

Jawab :

Satu-satunya gaya horizontal yang dialami peti adalah gaya gesek. Kalau peti tepat pada saatnya akan menggeser berlakulah $f = \mu_s w$, dengan w adalah berat peti.

Kalau gerak truk dipercepat, gaya gesek di atas haruslah memberi percepatan yang sama pada peti, jika tidak demikian peti dan truk akan memiliki percepatan yang berbeda, berarti akan bergerak satu terhadap yang lain. Apabila peti tepat pada saatnya bergeser, berlaku $\sum F_x = ma_x$, yang apabila diterapkan pada peti menjadi

$$f = m_{\text{box}} a \text{ atau } \mu_s w = m_{\text{box}} a$$

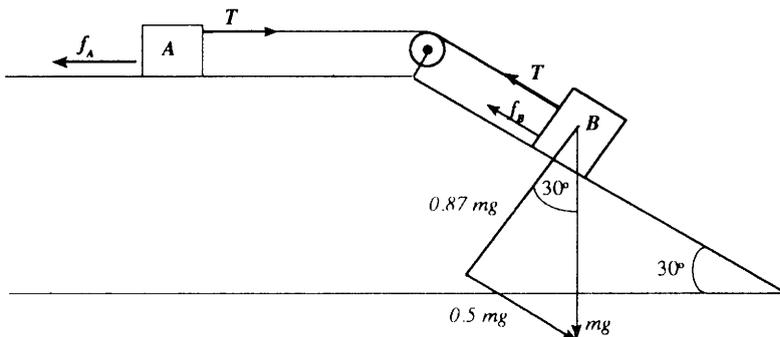
Dengan $m_{\text{peti}} = w/g$ persamaan ini menjadi

$$a = \frac{\mu_s w}{w/g} = \mu_s g = (0,60) (9,8 \text{ m/s}^2) = 5,9 \text{ m/s}^2$$

5-23 Benda A dan B bermassa sama 40 kg. Kedua benda menggeser dengan koefisien gesekan = 0,15.

Hitung percepatan benda dan tegangan dalam tali penghubung.

Jawab :



Gambar 5-19

Dari rumus $f = \mu Y$, diperoleh $f_A = (0,15)(mg)$ dan $f_B = (0,15)(0,87 mg)$

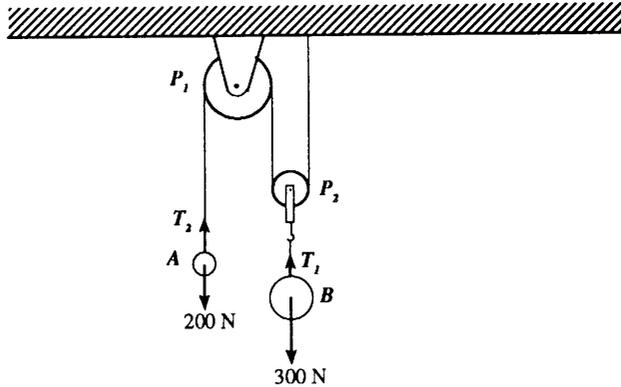
Dengan $m = 40 \text{ kg}$ $f_A = 59 \text{ N}$ dan $f_B = 51 \text{ N}$.

Dengan rumus $\sum F_x = m_{Ax}$ diterapkan pada masing-masing benda, diperoleh : (dengan arah gerak diambil sebagai arah positif):

$$T - 59 \text{ N} = (40 \text{ kg})a \text{ dan } 0,5 mg - T - 51 \text{ N} = (40 \text{ kg})a$$

Dari kedua persamaan ini diperoleh $a = 1,08 \text{ m/s}^2$ dan $T = 102 \text{ N}$.

5-24 Berat benda A dan B pada Gambar 5-20 adalah 200 N dan 300 N. Katrol P_1 dan P_2 dianggap tidak bermassa dan tidak mengalami gesekan, dengan P_1 tertambat pada dinding, namun P_2 dapat bergerak naik turun. Tentukan tegangan T_1 dan T_2 dan percepatan masing-masing benda.



Gambar 5-20

Jawab :

Jelas bahwa benda B akan naik, sedangkan benda A akan turun. Mengapa ? Perhatikan katrol P_2 . Gaya-gaya yang bekerja padanya adalah tegangan $2T_2$ ke atas dan tegangan T_1 ke bawah. Maka $T_1 = 2T_2$: gaya yang menarik B ke atas adalah dua kali lebih besar dari pada gaya yang menarik pada A ke atas.

Misalkan percepatan A adalah a (ke bawah), maka percepatan B adalah $1/2 a$ ke atas (mengapa demikian?)

Dengan arah gerak diambil positif persamaan $\sum F_y = ma_y$ untuk masing-masing benda menghasilkan :

$$T_1 - 300 \text{ N} = m_b (1/2a) \quad \text{dan} \quad 200 \text{ N} - T_2 = m_A a$$

Ingat bahwa $m = w/g$, maka $m_A = (200/9,8) \text{ kg}$ dan $m_b = (300/9,8) \text{ kg}$. Juga $T_1 = 2T_2$. Substitusikan ini ke dalam kedua persamaan di atas, maka T_1, T_2 dan a dapat ditentukan. Hasilnya :

$$T_1 = 327 \text{ N} \quad T_2 = 164 \text{ N} \quad a = 1,78 \text{ m/s}_2$$

5-25 Tentukan massa bumi yang berbentuk bola dengan $R = 6370 \text{ km}$.

Jawab :

Misalkan M adalah massa bumi, dan m massa sesuatu benda di permukaan bumi. Berat benda itu mg , yang tak lain adalah gaya tarik bumi pada benda itu, jadi sama dengan $G (Mm)/R^2$. Jadi

$$mg = G \frac{Mm}{r^2}$$

$$M = \frac{gr^2}{G} = \frac{(9,8 \text{ m/s}^2) (6,37 \times 10^6 \text{ m})^2}{6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 / \text{kg}^2}$$

$$= 6,0 \times 10^{24} \text{ kg}$$

5-26 Pada gambar bola B berputar pada ujung tali yang diikat di titik O. Bola berputar pada keadaan seperti ditunjukkan gambar. Berapakah kecepatan bola?

Gaya-gaya yang bekerja pada bola adalah berat bola mg , dan tegangan dalam tali T . Tegangan T ini mempunyai dua peran: (1) ia harus mengimbangi berat bola dengan komponen vertikalnya $T \cos 30^\circ$; (2) komponen horisontalnya merupakan gaya sentripetal yang dialami bola. Maka

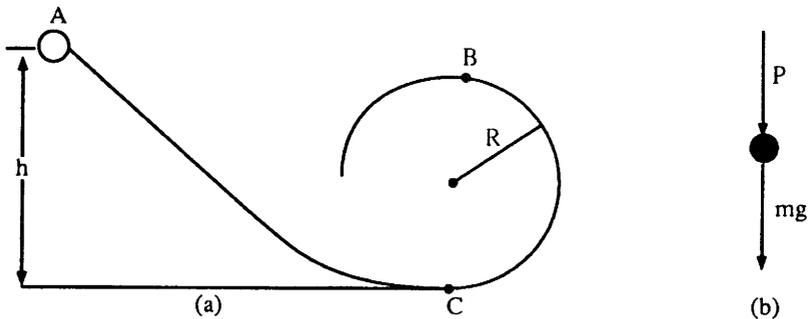
$$T \cos 30^\circ = mg \qquad T \sin 30^\circ = \frac{mv^2}{r}$$

Dari sini :

$$\frac{mg \sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{mv^2}{r} \quad \text{atau} \quad v = \sqrt{rg (0,577)}$$

Karena $r = \overline{BC} = (0,24 \text{ m}) \sin 30^\circ = 0,12 \text{ m}$ dan $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ maka $v = 0,82 \text{ m/s}$.

5-27 Sebutir manik-manik 20 g dari keadaan diam di titik A menggeser tanpa mengalami gesekan melalui kawat ke titik B. Kalau $h = 25 \text{ cm}$ dan $R = 5 \text{ cm}$. Hitunglah gaya yang diderita manik-manik dari kawat di titik B.



Gambar 5-21

Kita tentukan dahulu kecepatan di titik B. Manik-manik itu telah turun sebanyak $(h - 2R)$ hingga kehilangan EPG sebanyak $mg(h - 2R)$. Ini tidak lain

adalah EK benda di titik B, maka $\frac{1}{2}mv^2 = mg(h - 2R)$, dengan v adalah kecepatan manik-manik di titik B, diperoleh :

$$v = \sqrt{2g(h - 2R)} = \sqrt{2(9,8 \text{ m/s}^2)(0,15)}$$

$$= 1,715 \text{ m/s}$$

Gambar menunjukkan adanya dua buah gaya bekerja pada manik-manik di titik B, yakni (1) berat manik-manik mg dan (2) gaya tekan dari kawat pada manik-manik yang diperlukan agar benda itu dapat bergerak melingkar.

$$\text{Maka: } mg + P = \frac{mv^2}{R}$$

atau :

$$P = \frac{mv^2}{R} - mg = (0,02 \text{ kg}) \left[\left(\frac{1,715^2}{0,05} - 9,8 \right) \text{ m/s}^2 \right]$$

$$= 0,98 \text{ N}$$

Kawat harus melakukan gaya 0,98 N pada manik-manik, agar benda ini dapat bergerak melingkar melewati titik B.

5-28 Gambar 5 – 22 menunjukkan benda 0,9 kg pada ujung tali 2,5 m diputar dalam lingkaran vertikal.

- (a) Berapakah kecepatan minimum harus dimiliki benda di titik atas (v_t) agar benda tidak jatuh meninggalkan lintasan lingkaran itu ?
- (b) Dalam keadaan demikian, berapakah kecepatan benda sesampainya di titik terendah lingkaran (v_b) ?, dan berapakah tegangan dalam tali T_b ?

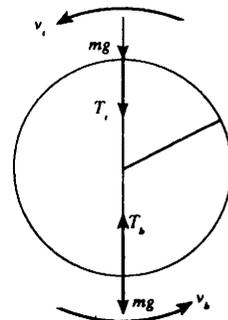
Jawab :

Gambar 5-22 menunjukkan bahwa sewaktu benda di titik atas, ada dua gaya yang bekerja padanya:

- (a) berat benda mg , dan (2) tegangan (=tarikan) tali T_t . Resultan kedua gaya ini merupakan gaya sentripetal pada benda.

$$\frac{mv_t^2}{r} = mg + T_t \quad \text{atau} \quad v_t = \sqrt{rg}$$

Dengan $r = 2,5$ dan $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, diperoleh $v_t = 4,95 \text{ m/s}$



Gambar 5 – 22

- (b) Beda tinggi antara titik terendah dan titik tertinggi adalah $2r$. Maka, apabila kecepatan di titik atas adalah $v_t = 4,95 \text{ m/s}$ dan kecepatan di titik bawah adalah v_b , dapat kita tulis :

EK di titik bawah = EK di titik atas + EPG di titik atas

$$1/2 mv_b^2 = 1/2 mv_t^2 + mg (2r)$$

Dalam persamaan terakhir permukaan nol untuk EPG telah diambil titik bawah lingkaran. Perhatikan bahwa massa benda m dapat dicoret. Dengan $v_t = 4,95 \text{ m/s}$, $r = 2,5 \text{ m}$ dan $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, diperoleh $v_b = 11,1 \text{ m/s}$.

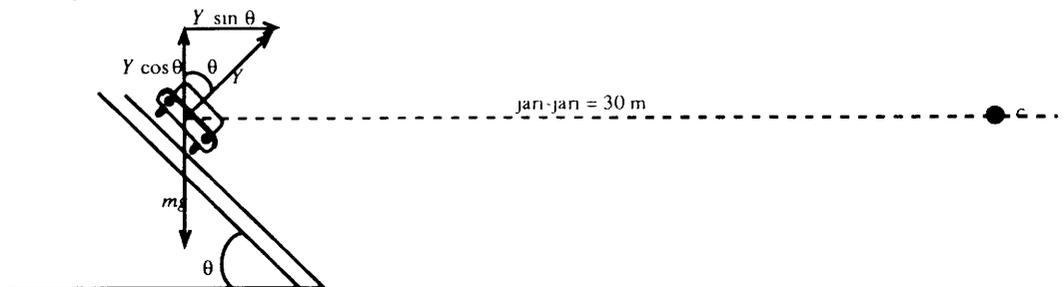
- (c) Dari gambar 9 – 5 juga tampak, bahwa apabila benda ada di titik bawah, terdapat gaya $T_b - mg$ bekerja padanya. Gaya ini tak lain adalah gaya sentripetal pada benda yang diperlukan agar benda bergerak melingkar :

$$T_b - mg = \frac{mv_b^2}{r}$$

dengan $m = 0,9 \text{ kg}$, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, $v_b = 11,1 \text{ m/s}$ dan $r = 2,5 \text{ m}$ diperoleh

$$T_b = m \left(g + \frac{v_b^2}{r} \right) = 53 \text{ N}$$

- 5-29 Tikungan jalan dengan jari-jari 30 m harus dibangun miring agar mobil dapat melaju dengan kecepatan 13 m/s tanpa terpelanting keluar meskipun tidak ada gesekan antara ban dan permukaan jalan. Berapakah sudut miring permukaan jalan?



Gambar 5-23

Keadaan tanpa gesekan ini tergambar pada Gambar 5 – 23 di atas. Ada dua gaya yang bekerja pada mobil: (1) berat mobil mg , dan (2) gaya normal Y dari permukaan jalan pada mobil. Gaya normal Y ini mempunyai dua tugas: (1) komponen vertikalnya $Y \cos$ bertugas mengimbangi berat mobil; (2) komponen horisontalnya adalah gaya sentripetal yang dialami mobil. Dapatlah ditulis :

$$Y \cos \theta = mg \quad \text{dan} \quad Y \sin \theta = \frac{mv^2}{r}$$

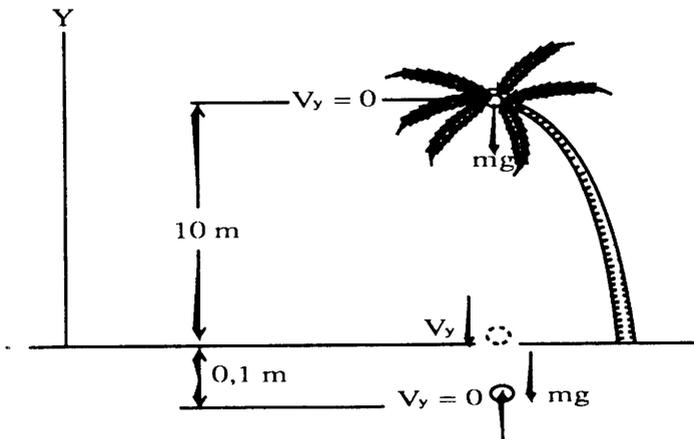
Dengan membagi persamaan kedua dengan persamaan pertama, diperoleh :

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{v^2}{gr} = \frac{(13 \text{ m/s})^2}{(9,8 \text{ m/s}^2)(30 \text{ m})} = 0,575$$

Jadi permukaan tikungan harus dimiringkan sebanyak 30°

- 5-30 Sebuah kelapa dengan massa 0,5 kg jatuh dari pohonnya setinggi 10 m sampai di bawah dan berhenti setelah menembus pasir sedalam 0,1 m. Hitunglah gaya penahan F_r pasir, bila gaya ini dianggap konstan. (gambar 5-24)

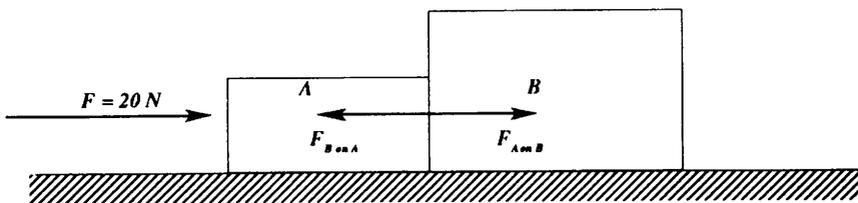
Jawab: 494,9 N



Gambar 5-24

- 5-31 Balok kayu A dan B masing-masing dari 4 kg dan 6 kg dalam keadaan bersinggungan berada pada permukaan horizontal yang licin (Gambar 5-25). Gaya luar sebesar 20 N dikenakan pada balok A. (a) Berapakah besar percepatan balok (b) Berapakah besar gaya yang dilakukan balok A terhadap balok B, begitu juga balok B terhadap balok A.

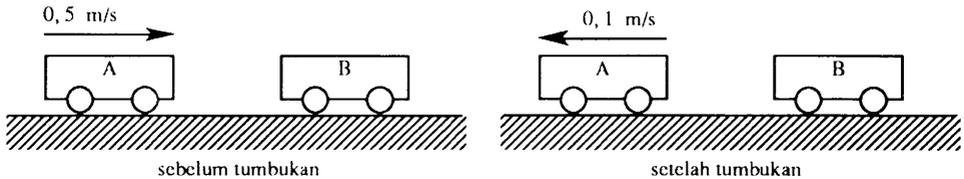
Jawab: 12 N



Gambar 5-25

5-32 Dua gerbong ditempatkan pada rel horizontal yang lurus. Gerbong A di dorong sehingga terjadi tumbukan yang mengakibatkan gerbong A berbalik dengan kecepatan seperti dalam Gambar 5-26. Jika waktu berlangsungnya tumbukan selama 0,02 s dan $m_A = 300 \text{ kg}$, hitunglah gaya interaksi rata-rata antara A dan B.

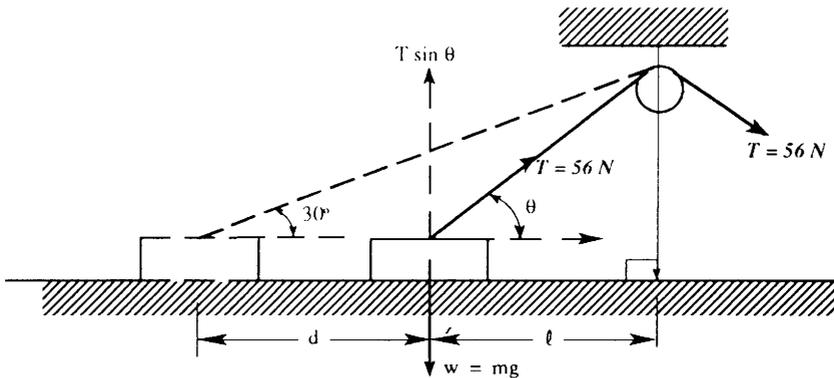
Jawab: -9000 N



Gambar 5-26.

5-33 Sebuah kotak dengan massa 4 kg diam di atas bidang horizontal yang licin, ditarik dengan tali melewati katrol yang licin dan ringan (gambar 5-27). Mula-mula kotak berada pada jarak mendatar 4 cm dari katrol dan tali membuat sudut 30° terhadap horizontal. Sebuah tarikan yang konstan sebesar 56 N dilakukan pada tali dan kotak bergerak. Pada jarak berapa dari posisi semula kotak tepat pada saat akan meninggalkan permukaan bidang ?

Jawab: $1,6 \text{ m}$



Gambar 5-27

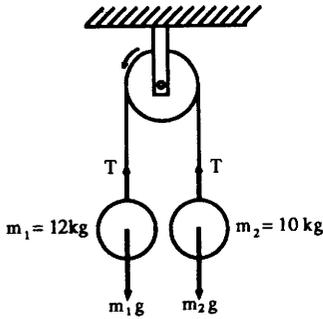
5-34 Dua benda dengan massa 10 kg dan 12 kg dihubungkan dengan tali melewati katrol tetap yang lain (Gambar 5-28)

- Hitunglah kecepatan benda diakhir detik ketiga
- Jarak yang ditempuh dalam 3 detik
- Jika pada akhir detik ketiga tali putus, hitunglah jarak yang ditempuh oleh benda-benda itu.

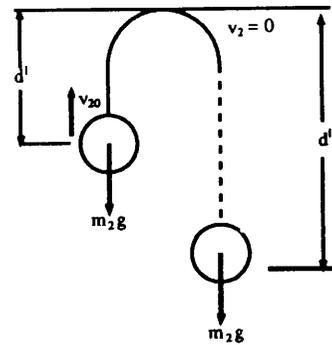
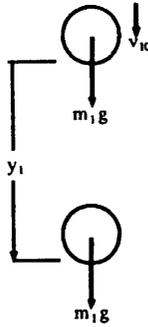
Jawab: (a) 2,67 m/s

(b) 4 m

(c) 182,4 m dan 159,6 m



(a)



(b)

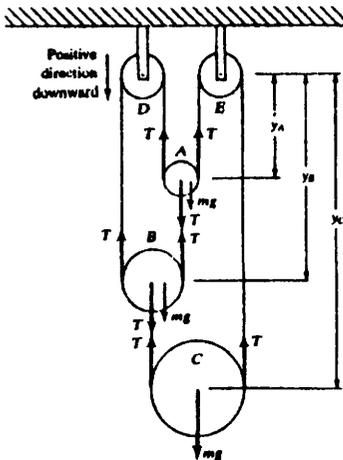
Gambar 5-28

5-35 Sistem katrol dalam Gambar 5-29, katrol bebas A,B,C masing-masing massanya 1 kg. D dan E adalah katrol tetap. Tali dianggap ringan dan katrol tetap D dan E licin dan massanya dapat diabaikan. Hitunglah tegangan tali percepatan katrol.

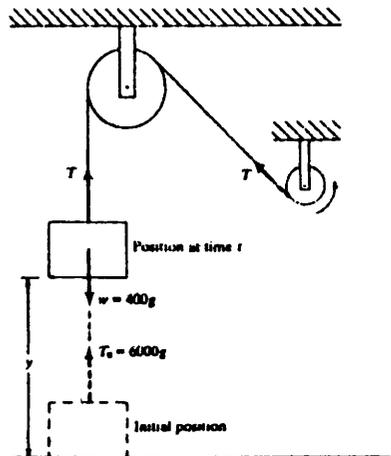
Jawab: 6,5 N dan 3,3 m/s²

5-36 Sebuah benda yang massanya 400 kg tergantung pada ujung bawah dari rantai vertikal dan sedang dalam penarikan vertikal ke atas (Gambar 5-30). Mula-mula benda dalam posisi diam di lantai dan gaya tarik rantai adalah 6000 g (N). Gaya tarik menjadi lebih kecil secara uniform sebesar 360 g (N) untuk setiap meter benda naik keatas. Berapa kecepatan benda jika benda telah naik 10 m.

Jawab: 43,2 m/s



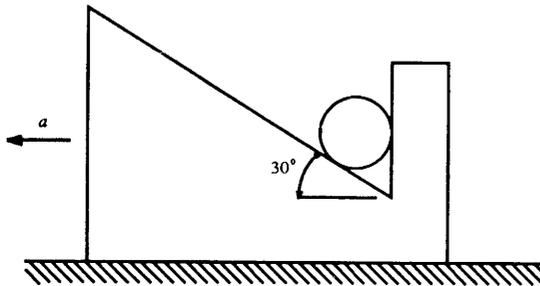
Gambar 5-29



Gambar 5-30

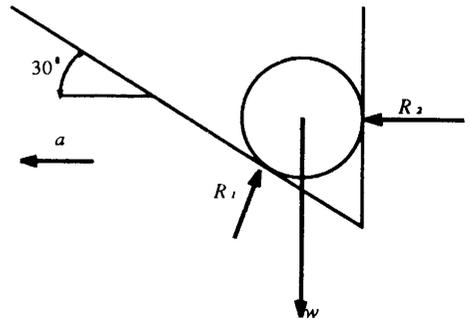
37 Jika pada sistem dalam Gambar 5-31 & 5-32 diberikan percepatan sebesar $4,9 \text{ m/s}^2$, hitunglah gaya-gaya yang bekerja pada bola. Di sini massa bola 1 kg dan dianggap tidak ada gesekan.

Jawab: $11,27 \text{ N}$; $10,58 \text{ N}$



(a)

Gambar 5-31

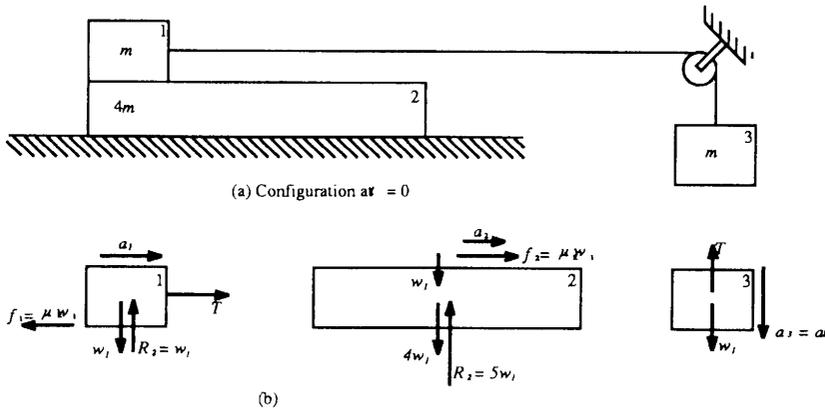


(b)

Gambar 5-32

5-38 Dalam Gambar 5-33, balok 1 panjangnya seperempat panjang balok 2 dan beratnya juga seperempat balok 2. Koefisien gesekan antara balok 1 dan 2 adalah $\mu = 0,2$ dan antara balok 2 dengan permukaan bidang dianggap tidak ada gesekan. Balok 1 dan balok 3 massanya sama. Setelah sistem setimbang, hitunglah jarak yang telah ditempuh balok 2 jika hanya seperempat bagian balok 1 yang masih berada di atas balok 2.

Jawab : $1/7,47$



Gambar 5-33

5-39 Sebuah benda mempunyai massa 150 kg dalam keadaan diam di atas bidang miring dengan kemiringan 30° terhadap horizontal seperti ditunjukkan dalam Gambar 5-34. Sudut gesekan statik antara benda dan bidang 15° . Berapa besar gaya horizontal P diperlukan untuk menahan benda agar tidak meluncur ke bawah ?

Jawab: 394,3 N

5-40 Tentukan besar gaya P yang diperlukan agar sistem dalam Gambar 5-35 pada saatnya akan bergerak. Di sini koefisien gesekan statik 0,25 dan katrol dianggap licin.

Jawab: 97,0 N

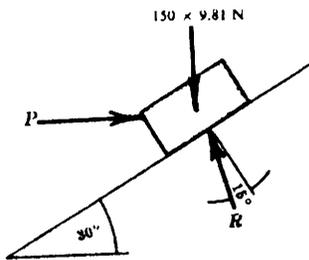
5-41 Berapa besar gaya P tekecil agar sistem pada Gambar 5-36 akan mulai bergerak ?

a) Di sini koefisien gesekan dianggap 0,20.

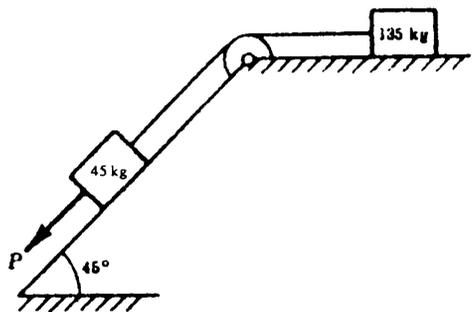
Jawab: 737,1 N

b) Benda A dan B massanya 10 kg dan 30 kg dihubungkan dengan tali lewat katrol yang licin dan ringan. Koefisien gesekan antara benda dan bidang besarnya 0,30 (Gambar 5-37).

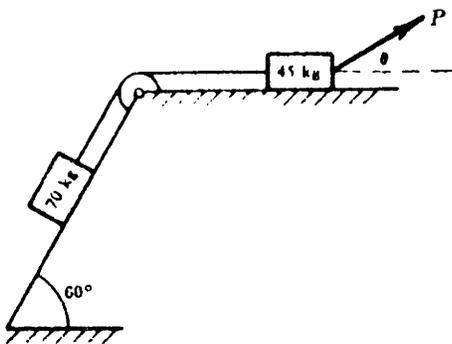
Tentukan besar kecepatan benda setelah 4 detik



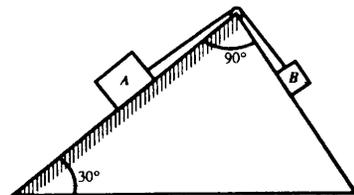
Gambar 5-34



Gambar 5-35



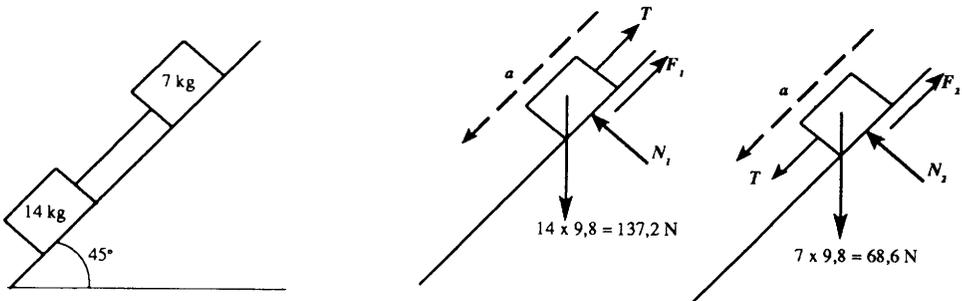
Gambar 5-36



Gambar 5-37

5-42 Dua buah benda mempunyai massa 14 kg dan 7 kg. Dihubungkan dengan tali, ditahan berada di atas bidang miring dengan kemiringan 45° Gambar 5-38).

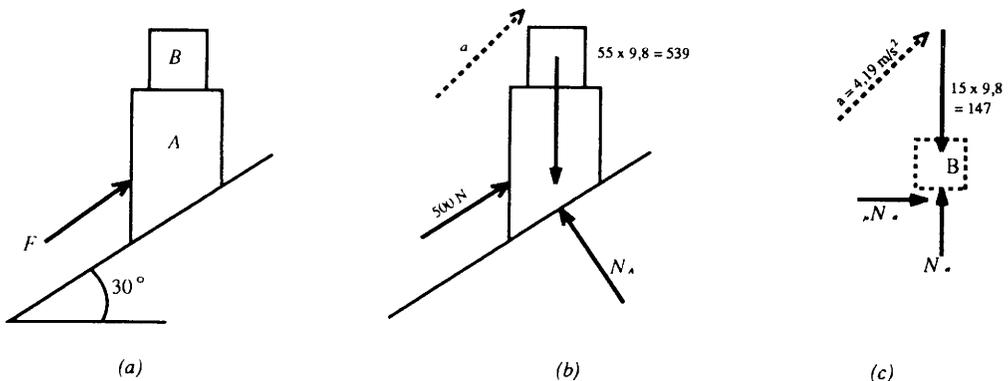
Koefisien gesekan antara massa 14 kg, dengan bidang adalah $1/4$ dan massa 7 kg, dengan bidang adalah $3/8$. Jika sistem dilepas, berapa besar tegangan tali T ?



Gambar 5-38

5-43 Dalam Gambar 5-39 benda A diberi gaya P dan permukaan bidang licin. Tentukan koefisien gesekan terkecil antara benda A dan B agar tidak terjadi slip. Di sini $P = 500 \text{ N}$, $m_A = 40 \text{ kg}$ da $m_B = 15 \text{ kg}$.

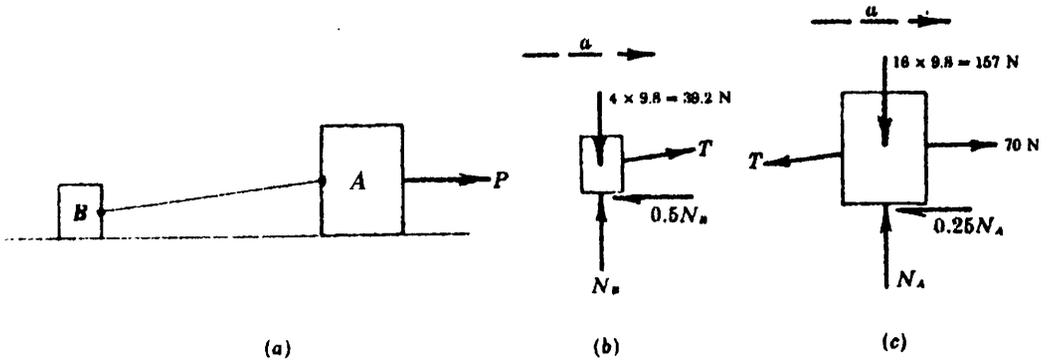
Jawab: 0,30



Gambar 5-39

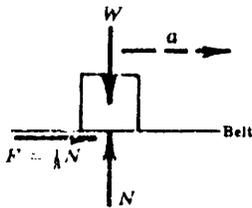
5-44 Sebuah gaya horizontal $P = 70 \text{ N}$ dilakukan pada massa $A = 16 \text{ kg}$ seperti dalam Gambar 5-40. Koefisien gesekan antara A dan bidang adalah $0,25$, B mempunyai massa 4 kg dan koefisien gesekannya dengan bidang adalah $0,50$. Tali penghubung antara A dan B membentuk sudut 10° dengan horizontal. Tentukan besar tegangan tali.

Jawab: 20,5 N

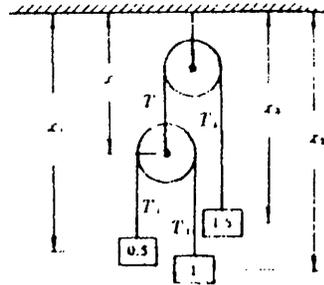


Gambar 5-40

- 5-45 Sebuah kotak jatuh di atas pita yang sedang berjalan dengan kecepatan 3 m/s. Jika kotak pada awalnya diam dan koefisien gesekannya dengan pita adalah $1/3$, berapa lama kotak bergeser sebelum kemudian berhenti. (Gambar 5-41)
 Jawab : 0,92 S

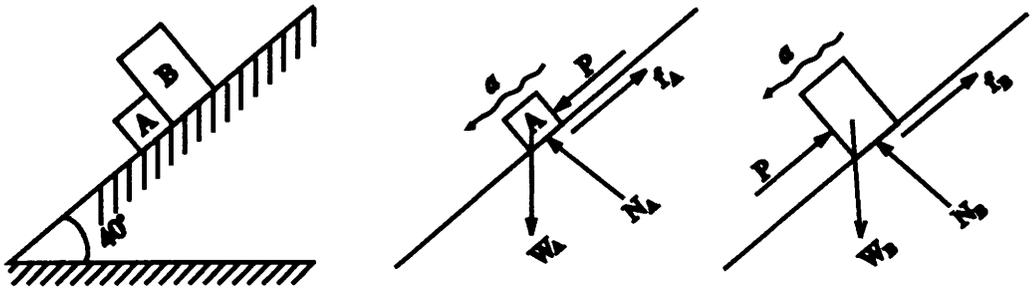


Gambar 5-40



Gambar 5-41

- 5-46 Dalam sistem katrol dan timbangan seperti terlihat dalam Gambar 5-41, X_1 , X_2 , X_3 adalah posisi dari massa 0,5 kg, 1 kg dan 1,5 kg dalam setiap gerakan setelah sistem dilepas. Massa katrol dan tali diabaikan dan dianggap tidak ada gesekan. Tentukan tegangan tali T_1 dan T_2 .
 Jawab: 6,92 N dan 13,85 N
- 5-47 Dalam Gambar 5-42 massa A dan B masing-masing 7,5 kg dan 27,5 kg Koefisien gesekan antara A dan bidang adalah 0,25 dan antara B dengan bidang adalah 0,10. Berapa besar gaya antara A dan B selama pergerakan menuruni bidang P adalah gaya aksi reaksi antara A dan B.
 Jawab: $P = 6,64$ N



Gambar 5-42

5-48 Sebuah benda dengan massa 5 kg diikat pada sebuah tali dan ditarik ke atas dengan percepatan 2 m/s^2 .

- Berapa besar tegangan pada tali ?
- Setelah benda bergerak ke atas, tegangan pada tali diubah menjadi 49 N. Bagaimanakah gerak benda itu selanjutnya ?
- Kalau tali itu dikendorkan sama sekali, benda itu masih terlihat naik 2 m, lalu diam. Dengan kecepatan berapakah benda itu bergerak ?

Jawab: a) 59 N

b) $a=0$

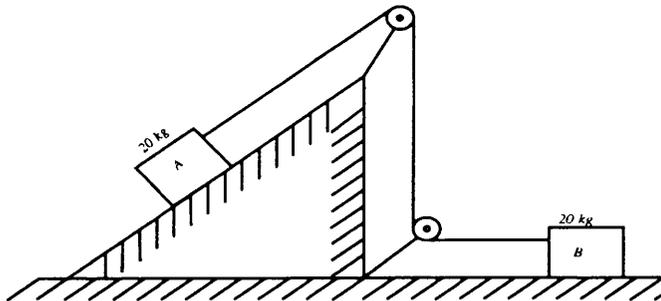
c) $v_0 = 6,252 \text{ m/s}$

5-49 Dua buah benda masing-masing dengan massa 20 kg terletak pada permukaan bidang yang licin (Gambar 5-43). Kalau katrol dianggap licin dan beratnya dapat diabaikan, hitunglah :

- Waktu yang diperlukan benda A untuk bergerak 1 m dengan kecepatan awal nol.
- Tegangan pada tali yang menghubungkan dua benda itu

Jawab: a) 0,81 detik

b) 58,8 N

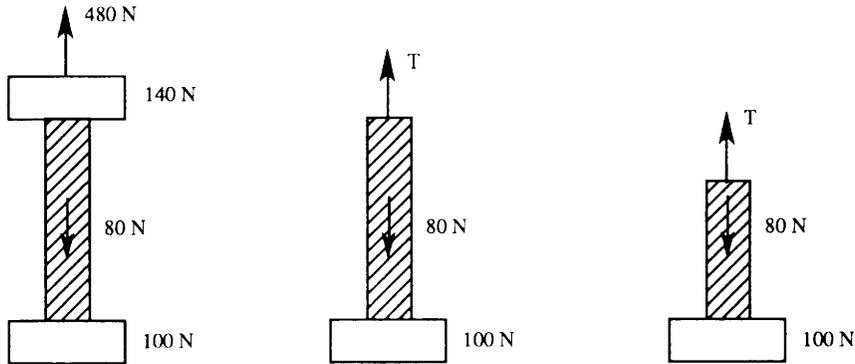


Gambar 5-43

5-50 Dua buah benda seperti dalam Gambar 5-44 dihubungkan dengan tali yang beratnya 80 N. Tali itu uniform. Sebuah gaya ke atas sebesar 480 N dikerjakan pada sistem ini.

- a) Berapakah percepatan pada sistem ?
- b) Berapakah tegangan pada ujung atas tali ?
- c) Berapakah tegangan di tengah-tengah tali ?

Jawab: a) 5 m/s^2 b) 270 N c) 210 N



Gambar 5-44

5-51 Orang 75 kg berdiri di atas neraca dalam elevator. Berapa pembacaan neraca bila :

- a) naik dengan kecepatan konstan 3 m/detik ?
- b) naik dengan kecepatan konstan 0,5 m/det² ?
- c) turun dengan kecepatan konstan 3 m/detik ?
- d) turun dengan kecepatan konstan 0,5 m/det² ?
- e) Jatuh bebas karena kabel rusak ?

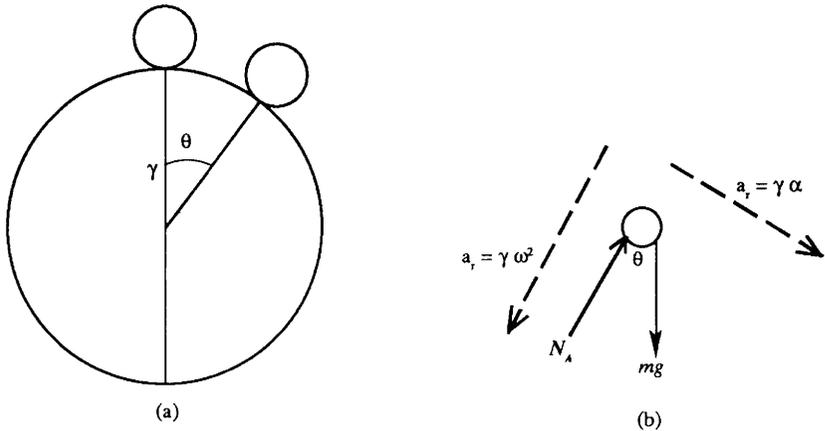
Jawab: a) 75 kg b) 78,8 kg
 c) 75 kg d) 71,2 kg

5-52 Orang 80 kg berdiri di atas neraca dalam elevator . Ketika elevator mulai, neraca menunjukkan 700 N.

- a) apakah elevator bergerak keatas atau kebawah?
- b) apakah kecepatannya konstan? jika ya, berapa?
 Jika tidak, berapa percepatannya?

Jawab : a) ke bawah b) tidak; $1,05 \text{ m/s}^2$

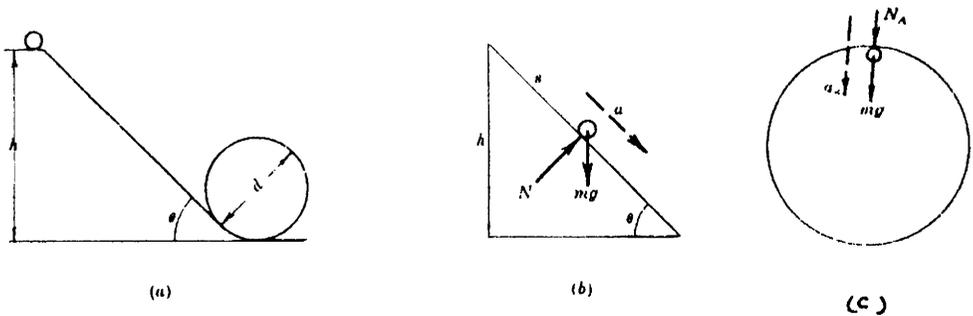
5-53 Sebuah partikel mempunyai massa m berada di bagian atas yang licin dengan jari-jari r (Gambar 5-45) anggap partikel bergerak dari keadaan diam, di mana partikel akan meninggalkan bola?



Gambar 5-45

5-54 Sebuah partikel mempunyai massa m menggelincir pada talang yang licin dan masuk ke dalam talang melingkar yang diameternya d (Gambar 5-46). Tentukan tinggi h tempat awal partikel meluncur agar partikel dapat membuat satu lingkaran penuh.

Jawab: $h = 5d/4$

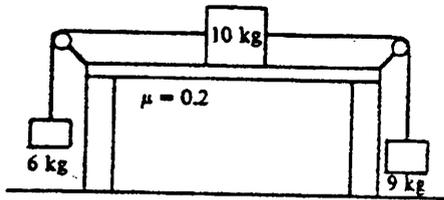


Gambar 5-46

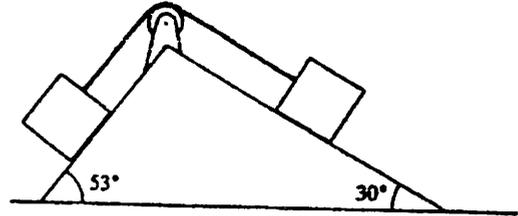
5-55 Perhatikan Gambar 5-47. Diketahui koefisien gesek antara meja dan benda 10 kg adalah 0,2. Tentukan

- (a) percepatan sistem;
- (b) tegangan dalam tali kiri dan kanan.

Jawab: a) $0,39 \text{ m/s}^2$; b) $61 \text{ N}; 85 \text{ N}$.



Gambar 5-47



Gambar 5-48

5-56 Massa kedua benda pada Gambar 5-48 adalah sama. Koefisien gesek statik dan dinamik untuk kedua benda adalah sama yakni 0,30.

- Buktikan bahwa sistem setelah dilepas, tetap dalam keadaan seimbang;
- Jika sistem diberi kecepatan awal 0,90 m/s ke kiri, sejauh berapakah sistem bergerak sebelum kembali diam? Andaikan kedua bidang miring itu cukup panjang.

Jawab: (b) 0,296 m

5-57 Jari-jari bumi kira-kira 6370 km. Benda dengan massa 20 kg dibawa ke ketinggian 160 km di atas muka bumi.

- Pada ketinggian ini berapakah massa benda?
- Berapakah berat benda itu (berapa besar gaya tarik bumi) pada ketinggian ini?

Jawab: (a) 20 kg;

(b) 186,5 N

5-59 Jari-jari bumi 6370 km, sedangkan jari-jari planet mars 3440 km. Benda di bumi beratnya 200 N. Berapakah beratnya bila diukur di planet mars, dan berapakah percepatan gravitasi planet mars pada benda itu? Massa planet mars adalah 0,11 massa bumi.

Jawab: 75 N ; 3,7 m/s²

5-60 Hitunglah intensitas medan gravitasi (percepatan gravitasi), g pada permukaan Mars. Di sini jari-jari Mars 3400 km dan massa 0,11 dari massa bumi. Sedangkan jari-jari bumi adalah 6400 km.

Jawab: 3,8 m/s²

5-61 Gaya bekerja pada benda bermassa 2 kg hingga benda mendapat percepatan 3 m/s². Berapakah percepatan yang timbul seandainya gaya tersebut di atas bekerja pada benda dengan massa

- 1 kg?
- 4 kg?
- Berapakah gaya itu ?

Jawab: (a) 6 m/s^2 ; (b) 1.5 m/s^2 ; (c) 6 N

(Isikan) Massa benda 300 gram adalah(a)

Berat benda itu di bumi adalah(b)

Benda seberat 20 N di bumi, massanya di bulan adalah(c)

Massa benda dengan berat 5 lb di bumi adalah(d).

Jawab: (a) 0,300 kg

(b) 2,94 N

(c) 2,04 kg

(d) 0,155 slug

5-62 Gaya 7,0 lb bekerja pada benda. Berat benda di bumi 40 lb. Berapakah percepatan yang diperoleh benda dari gaya tersebut jika

(a) di bumi?

(b) di bulan?

Jawab : (a) $5,6 \text{ ft/s}^2$;

(b) $5,6 \text{ ft/s}^2$

5-63 Kereta 200 kg ditarik dengan kabel mendarat. Tegangan dalam kabel 500 N. Kalau kereta mula-mula diam,

(a) berapa waktu diperlukan agar kecepatannya mencapai 8 m/s ?

(b) berapa jarak telah ditempuh dalam waktu itu ?

Jawab : (a) 3,2 s ;

(b) 12,8 m

5-64 Mobil 900 kg melaju di atas jalan datar dengan kecepatan 20 m/s . Mobil direm dengan gaya konstan. Berapa besarkah gaya rem ini apabila dikehendaki mobil dapat dihentikan dalam jarak 30 m ? (Petunjuk: tentukan dahulu perlambatan-nya).

Jawab: 6000 N

5-65 Di dalam laras pistol sepanjang 20 cm, peluru 12,0 gram dipercepat dari keadaan diam hingga kecepatannya 700 m/s . Dengan beranggapan bahwa gaya penggerakannya konstan, berapakah gaya itu? (perhatikan satuan-satuan dalam soal ini)

Jawab: 14700 N

5-66 Peti 20 kg bergerak menggantung di ujung tali yang panjang. Tentukan percepatan peti, apabila tegangan dalam tali adalah

(a) 250 N;

(b) 150 N ;

(c) nol

(d) 196 N

Jawab : (a) $1,5 \text{ m/s}^2$ ke atas; (b) $1,5 \text{ m/s}^2$ ke bawah;
(c) $9,8 \text{ m/s}^2$ ke bawah; (d) nol.

5-67 Benda bermassa 5 kg menggantung dan bergerak di ujung tali. Tentukanlah tegangan dalam tali apabila percepatan benda

- (a) $1,5 \text{ m/s}^2$ ke atas;
- (b) $1,5 \text{ m/s}^2$ ke bawah;
- (c) $9,8 \text{ m/s}^2$ ke bawah

Jawab : (a) 56,5 N; (b) 41,5 N ;
(c) Nol

5-68 Seorang laki-laki 700 N berdiri di atas timbangan di dalam "lift" timbangan menunjukkan gaya yang menekan padanya. Berapakah penunjukkan skala timbangan jika "lift" itu percepatannya

- (a) $1,8 \text{ m/s}^2$ ke atas?
- (b) $1,8 \text{ m/s}^2$ ke bawah?
- (c) $9,8 \text{ m/s}^2$ ke bawah?

Jawab: (a) 829 N; (b) 41,5 N ;
(c) nol

5-69 Dengan timbangan seperti tersebut pada soal 5-34 seorang astronot di bulan menimbang diri. Massa astronot 65 kg; g di bulan $1,60 \text{ m/s}^2$. Berapa penunjukkan skala timbangan?

Jawab: 104 N.

5-70 Tali tidak bermassa digantungkan pada katrol yang juga tidak bermassa dan tidak mempunyai gesekan. Pada ujung yang satu digantungkan benda 4 kg dan pada ujung tali yang lain digantungkan benda 12 kg. Tentukan tegangan dalam tali dan percepatan sistem.

Jawab: 59 N; $4,9 \text{ m/s}^2$

5-71 Suatu "lift" dari keadaan diam mengalami percepatan ke atas, dan dalam waktu 0,60 detik pertama menempuh jarak 2,0 m. Seorang di dalam lift memegang benda 3 kg yang digantungkan pada ujung tali. Berapakah tegangan dalam tali selama "lift" mengalami percepatan tersebut ?

Jawab: 63 N

5-72 Pada saat parasut membuka, seorang terjun payung berkecepatan 160 ft/s. Dalam waktu 0,80 detik parasut orang itu (yang beratnya 150 lb) telah membuka sempurna, hingga kecepatan telah berkurang hingga 35 ft/s. Dengan anggapan bahwa gaya hambatan itu konstan, berapakah gaya hambatan itu?
Jawab : $730 + 150 = 880$ lb.

5-73 Kereta 20 kg ditarik melalui tali pada sudut 30° dengan lantai. Ternyata kereta mengalami gaya gesek 30 N. Berapakah gaya tarik itu kalau diketahui kereta bergerak dengan :

(a) laju tetap;

(b) percepatan $0,40 \text{ m/s}^2$.

Jawab : (a) 34,6N

(b) 43,9 N

5-74 Dari ujung atas bidang miring 40° yang panjangnya 4,0 m benda 12 kg dilepas hingga meluncur ke bawah. Ternyata benda mengalami gesekan 60 N.

(a) Berapa percepatan benda ?

(b) Berapa waktu diperlukan hingga sampai di bawah ?

Jawab: (A) 1,30 m/s;

(b) 2,8 s.

5-75 Lihatlah soal 5.74. Berapakah koefisien gesekan antara benda dan bidang miring itu ?

Jawab: 0,67

6

KESETIMBANGAN

6-1 SYARAT KESETIMBANGAN DAN MOMEN GAYA

Akibat bekerjanya suatu gaya, menyebabkan berubahnya dimensi atau bentuk benda dan akan mempengaruhi gerak benda itu. Gerak suatu benda dapat dianggap terdiri dari gerak benda itu sebagai keseluruhan, yaitu gerak translasinya, serta gerak rotasi, kalau ada. Pada umumnya satu gaya saja yang bekerja pada sebuah benda mengakibatkan perubahan baik pada gerak translasinya maupun pada gerak rotasinya. Tetapi bila yang bekerja itu beberapa gaya sekaligus, mungkin akibatnya saling meniadakan, sehingga tidak menghasilkan perubahan pada gerak translasi maupun pada gerak rotasi. Bila demikian halnya, maka dikatakan benda itu dalam kesetimbangan. Ini berarti bahwa :

- (1) benda itu sebagai satu keseluruhan tetap diam, atau bergerak menurut garis lurus dengan kecepatan konstan, dan
- (2) benda itu tidak berotasi sama sekali, atau berotasi dengan kecepatan konstan.

Apabila sebuah benda dalam kesetimbangan, maka Resultan dari semua gaya yang bekerja pada benda itu sama dengan nol, artinya :

$$R_x = \sum F_x = 0 \text{ dan } R_y = \sum F_y = 0$$

di sini

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

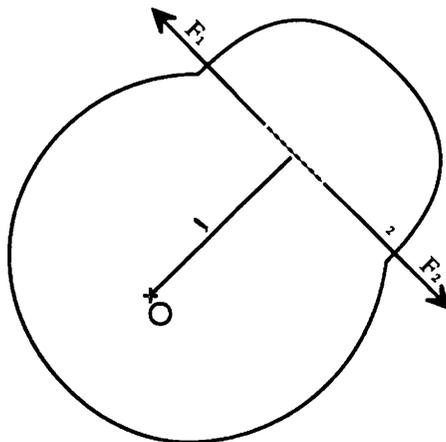
dan arah Resultan R adalah :

$$\text{tg } \theta_x = \frac{R_y}{R_x} \quad (6 - 1)$$

Persamaan ini disebut **syarat pertama kesetimbangan**, dan dikatakan benda dalam **kesetimbangan translasi**. Jika pada sebuah benda bekerja sejumlah gaya koplanar (satu bidang), maka jumlah gaya-gaya ini dapat dikurangi menjadi dua buah gaya saja. Apabila dua buah gaya ini besarnya sama, arahnya berlawanan dan mempunyai garis kerja yang sama, maka akan menghasilkan jumlah momen gaya sama dengan nol. (gambar 6-1). Dalam keadaan demikian benda akan diam tidak berotasi atau berotasi dengan kecepatan tetap. Oleh karena itu **syarat kedua kesetimbangan** dapat dinyatakan secara analitik sebagai berikut :

$$\sum M = 0 \text{ (terhadap sembarang sumbu)} \quad (6 - 2)$$

Persamaan ini disebut syarat ke dua kesetimbangan, dan dikatakan benda dalam kesetimbangan rotasi.



Gambar 6 - 1

Suatu benda dikatakan dalam keadaan setimbang penuh (sempurna) bila :

$$F = 0 \text{ dan } \sum M_0 = 0$$

Disini M_0 adalah momen gaya F terhadap titik sembarang O. Jika gaya :

$$F = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}$$

vektor posisi titik tangkap gaya :

$$\vec{r} = x \hat{i} + y \hat{j} + z \hat{k}$$

dan momen gaya $\vec{M} = M_x \hat{i} + M_y \hat{j} + M_z \hat{k}$

maka :

$$\begin{aligned} \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} \\ &= (F_z y - F_y z) \hat{i} + (F_x z - F_z x) \hat{j} + (F_y x - F_x y) \hat{k} \end{aligned}$$

di sini :

$$M_x = F_z y - F_y z \quad M_y = F_x z - F_z x \quad M_z = F_y x - F_x y$$

besar momen gaya M adalah :

$$M = |\vec{r} \times \vec{F}| = F_r \sin \theta = F \ell$$

Efek gaya \vec{F}_1 ialah rotasi berlawanan dengan arah putaran jarum jam terhadap sumbu putar di O, biasanya diberi tanda positif, sedangkan efek gaya \vec{F}_2 ialah rotasi searah dengan jarum jam dan diberi tanda negatif.

Maka momen \vec{M}_1 dari gaya \vec{F}_1 besarnya :

$$M_1 = + F_1 \ell$$

dan momen \vec{M}_2 dari gaya \vec{F}_2 besarnya :

$$M_2 = - F_2 \ell$$

Satuan momen gaya adalah Newton-meter (N.m) atau lb-ft.

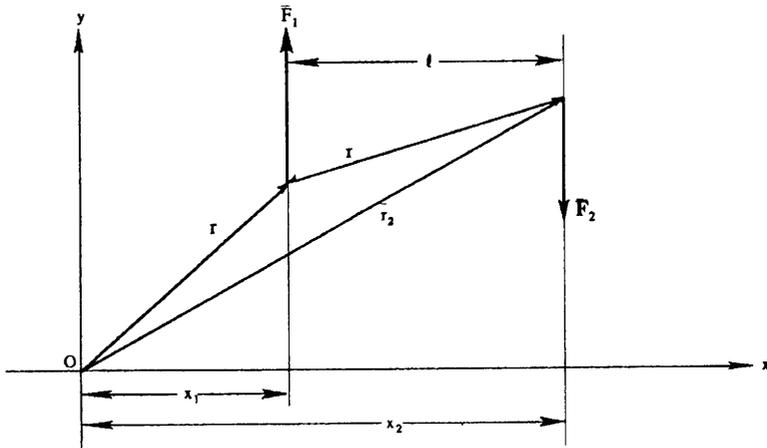
Jika garis kerja gaya \vec{F}_1 dan \vec{F}_2 sejajar dan tidak berimpit, pasangan gaya demikian disebut **kopel**. Contoh umum suatu kopel adalah gaya-gaya pada jarum kompas di dalam medan magnet bumi. Pada kutub utara dan kutub selatan jarum itu bekerja gaya yang sama besar, yang satu mengarah ke utara dan yang lainnya mengarah ke selatan.

Gambar 6 - 2 melukiskan sebuah kopel yang terdiri dari dua gaya \vec{F}_1 dan \vec{F}_2 sama besar dan terpisah oleh jarak tegak lurus ℓ .

Resultan \bar{R} dari gaya-gaya itu besarnya :

$$\bar{R} = \bar{F} - \bar{F} = 0$$

Gaya Resultan \bar{R} disini besarnya sama dengan nol, berarti bahwa sebuah kopel tidak mempengaruhi gerak translasi benda sebagai satu keseluruhan. Efek dari momen kopel ini hanya menimbulkan rotasi.



Gambar 6-2

Momen Resultan dari kopel terhadap sembarang titik O adalah :

$$\begin{aligned} \bar{C} &= \sum \bar{M}_0 = \bar{r}_1 \times \bar{F} + \bar{r}_2 \times (-\bar{F}) \\ &= (\bar{r}_1 - \bar{r}_2) \times \bar{F} \\ &= \bar{r} \times \bar{F} \end{aligned}$$

Dengan demikian, kopel \bar{C} adalah sebuah vektor yang tegak lurus bidang yang melalui dua gaya F tersebut.

Besar momen kopel \bar{C} adalah :

$$\bar{C} = |\bar{r} \times \bar{F}| = r F \sin \theta = F l$$

Di sini jarak x_1 dan x_2 tidak muncul dalam perhitungan, maka dapat disimpulkan bahwa momen kopel ini terhadap semua titik dalam bidang bekerjanya gaya-gaya yang membentuk kopel itu, sama besarnya dan sama dengan hasil kali besarnya salah satu gaya dengan jarak tegak lurus antara garis-garis kerja kedua gaya.

Sebuah benda yang padanya bekerja sebuah kopel hanya dapat dalam keadaan setimbang bila ada kopel lain yang bekerja pada benda itu yang besarnya sama dan berlawanan arahnya.

6-2 GAYA GAYA SEBIDANG (Coplanar Forces)

Gaya gaya sebidang terletak dalam satu bidang datar, suatu sistem yang berpotongan (concurrent system) terdiri gaya -gaya yang berpotongan di suatu titik yang disebut titik perpotongan. Suatu sistem sejajar terdiri dari gaya-gaya yang berpotongan di titik tak berhingga. Suatu titik berpotongan dan tidak sejajar terdiri dari gaya-gaya yang tidak berpotongan dan tidak sejajar.

Gaya-gaya berpotongan : adalah gaya-gaya yang garis kerjanya berpotongan di satu titik. Resultan \bar{R} dari gaya-gaya yang berpotongan mungkin sebuah gaya yang melalui titik perpotongan atau nol.

Besar vektor Resultan \bar{R} adalah :

$$R = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2}$$

dan arahnya

$$\text{tg } \theta_x = \frac{\sum F_y}{\sum F_x}$$

Sebuah benda berada dalam keadaan setimbang jika di bawah pengaruh gaya-gaya yang berpotongan, maka :

- (a) benda itu diam dan tetap diam (disebut keadaan kesetimbangan statik) atau
- (b) benda itu bergerak dengan vektor kecepatan yang tetap (disebut kesetimbangan translasi)

Syarat kesetimbangan pertama ini memerlukan :

$$R = \sum F = 0 \quad \text{atau} \quad \sum F_x = \sum F_y = 0$$

Gaya-gaya paralel : ialah gaya-gaya yang berpotongan di suatu titik tak berhingga. Resultan gaya-gaya sejajar mempunyai arah yang sama dengan arah gaya-gaya itu dan besarnya sama dengan jumlah besar gaya-gaya tadi. Gaya Resultan ini mungkin :

- (a) sebuah gaya \bar{R} yang sejajar dengan sistem
- (b) suatu kopel
- (c) nol. Jika sistem paralel ini sejajar dengan sumbu Y maka

$$R = \sum F \quad \text{dan} \quad R \bar{x} = M_o$$

di sini \bar{x} adalah jarak tegak lurus dari pusat momen O ke Resultan \bar{R} dan besarnya :

$$\bar{x} = \frac{\sum M_o}{\sum F} = \frac{x_1 F_1 + x_2 F_2 + \dots + x_n F_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$$

Jika $\sum F = 0$, kopel Resultan jika ada besarnya sama dengan :

$$\bar{C} = \sum M_o = R \bar{x}$$

Gaya-gaya tidak berpotongan dan tidak sejajar : ialah gaya-gaya yang garis kerjanya tidak berpotongan di satu titik dan tidak sejajar.

Gaya Resultan sistem mungkin :

- (a) gaya tunggal \bar{R}
- (b) suatu kopel dalam bidang sistem atau dalam bidang sejajar
- (c) nol.

Secara aljabar :

$$R = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2}$$

dan

$$\text{tg } \theta_x = \frac{\sum F_y}{\sum F_x}$$

di sini θ_x adalah sudut antara Resultan \bar{R} dengan sumbu x positif.

Garis kerja gaya Resultan \bar{R} di peroleh dari persamaan :

$$R \bar{a} = \sum M_o$$

di sini \bar{a} adalah jarak tegak lurus pusat momen O terhadap gaya Resultan \bar{R} .

Sistem gaya yang bekerja benda tegar pada umumnya sistem tidak berpotongan dan tidak sejajar.

Syarat kesetimbangan benda tegar di bawah pengaruh gaya-gaya bidang ialah

$$\sum F = 0 \quad \text{atau} \quad \sum F_x = \sum F_y = \sum F_z = 0$$

dan

$$\sum M = 0$$

6-3 PUSAT MASSA

Pada sistem benda titik (ialah sebuah sistem yang terdiri dari lebih dari satu benda titik), tiap anggota sistem mempunyai massa, maka **massa dari sistem benda titik** adalah jumlah dari massa-massa anggota sistem dan letak dari massa total ini adalah pusat massanya. **Pusat massa** adalah titik tangkap dari resultan gaya-gaya berat pada setiap anggota sistem, yang jumlah momen gayanya terhadap titik tangkap ini (pusat massa) sama dengan nol. Dikatakan juga bahwa pusat massa adalah sebuah titik pada sistem benda titik yang bila dikerjakan gaya luar akan mengakibatkan benda bergerak translasi murni. Setiap benda titik mengalami gaya tarik bumi dengan gaya $w = mg$ disebut berat (weight), arah gaya ini menuju

pusat bumi besar sekali maka setiap w_i yang akan berpotongan di tempat yang jauh sekali, arahnya dapat dikatakan sejajar.

Jadi $w_{\text{sistem}} = \sum m_i g$

$$\bar{r}_{p.m} = \frac{\sum m_i g \bar{r}_i}{\sum m_i g} = \frac{\sum \bar{r}_i m_i}{\sum m_i}$$

atau ditulis menurut komponen-komponennya :

$$x_{p.m} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$

$$y_{p.m} = \frac{\sum y_i m_i}{\sum m_i}$$

$$z_{p.m} = \frac{\sum z_i m_i}{\sum m_i}$$

$(x_{p.m}, y_{p.m}, z_{p.m})$ merupakan koordinat dari pusat massa.

Perhatikan :

$$\bar{r}_{p.m} = \frac{\sum \bar{r}_i m_i}{\sum m_i}$$

$$\begin{aligned} \bar{v}_{p.m} &= \frac{d}{dt} \bar{r}_{p.m} = \frac{d}{dt} \cdot \frac{\sum (r_i m_i)}{\sum m_i} \\ &= \frac{m_i (d/dt \bar{r}_i)}{\sum m_i} \cdot \frac{\sum (m_i \bar{v}_i)}{\sum m_i} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{a}_{p.m} &= \frac{d}{dt} \bar{v}_{p.m} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\sum (m_i \bar{v}_i)}{\sum m_i} \right) \\ &= \frac{\sum m_i (d/dt \bar{v}_i)}{\sum m_i} \cdot \frac{\sum (m_i \bar{a}_i)}{\sum m_i} \end{aligned}$$

Untuk benda rigid $\lim_{\Delta m_i \rightarrow 0} \sum_{i=1} \Delta m_i = \int dm$

yang terdiri dari banyak sekali titik-titik massa

Jadi koordinat pusat massa benda rigid :

$$x_{p.m} = \frac{\int x \, dm}{\int dm}, \quad y_{p.m} = \frac{\int y \, dm}{\int dm}, \quad z_{p.m} = \frac{\int z \, dm}{\int dm}$$

$$dm = \rho dv \text{ atau } dm = dA, \text{ atau } dm = \lambda d\ell.$$

jika :

$$\rho = \text{massa persatuan volume. (} \nu \text{)}$$

$$\sigma = \text{massa persatuan luas (A)}$$

$$\lambda = \text{massa persatuan panjang (} \ell \text{)}$$

Jadi koordinat pusat massa dapat ditulis sebagai berikut :

$$x_{p.m} = \frac{\int x \, dv}{\nu} \text{ atau } x_{p.m} = \frac{\int x \, dA}{A} \text{ atau } x_{p.m} = \frac{\int x \, d\ell}{l}$$

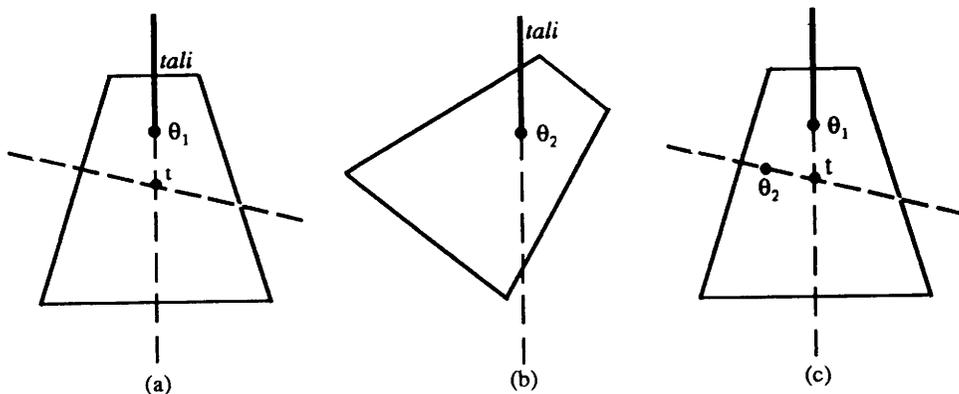
$$y_{p.m} = \frac{\int y \, dv}{\nu} \text{ atau } y_{p.m} = \frac{\int y \, dA}{A} \text{ atau } y_{p.m} = \frac{\int y \, d\ell}{l}$$

$$z_{p.m} = \frac{\int z \, dv}{\nu} \text{ atau } z_{p.m} = \frac{\int z \, dA}{A} \text{ atau } z_{p.m} = \frac{\int z \, d\ell}{l}$$

Jika benda rigid yang homogen mempunyai bentuk simetri, pusat massa akan berimpit dengan pusat simetrinya, misalnya, bola, parallel epipedum (balok), kubus dan lain-lain. Jika benda rigid yang homogen mempunyai sumbu simetri misalnya, kerucut, silinder, maka pusat massanya akan berada pada sumbu simetrinya.

6-4 TITIK BERAT

Definisi : **Titik berat** adalah titik yang dilalui oleh garis kerja dari resultan gaya berat sistem benda titik, berarti merupakan titik potong dari garis kerja gaya berat bila letak dari sistem ini berubah-ubah. Misalnya untuk benda rigid :



Gambar 6-3

Sebuah benda rigid digantung pada O_1 , maka garis vertikal melalui O_1 , adalah tempat kedudukan titik berat (gambar 6-3a). Sekarang jika digantung di O_2 , maka garis vertikal melalui O_2 , adalah juga tempat kedudukan dari titik berat (gambar 6-3b), maka pada gambar (6-3c) dapat dilihat perpotongan kedua garis vertikal tersebut di t adalah titik berat benda tersebut. Koordinat titik berat :

$$x_z = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i} = \frac{\sum m_i g x_i}{\sum m_i g} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$

Dengan cara yang sama :

$$y_z = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}, \quad z_z = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}$$

Untuk benda rigid berlaku :

$$x_z = \frac{\int x dw}{\int dw}, \quad y_z = \frac{\int y dw}{\int dw}, \quad z_z = \frac{\int z dw}{\int dw}$$

Kesimpulan :

Titik berat dan pusat massa mempunyai koordinat sama, berarti kedua titik ini berimpit. Hal ini benar bila benda atau sistem berada dekat dengan permukaan bumi. Untuk benda-benda yang jauh dari permukaan bumi titik berat letaknya berubah, lebih dekat ke arah bumi dari pada pusat massa, yang selalu tetap letaknya di manapun benda itu diletakkan.

SOAL YANG DIPECAHKAN

6-1 Tentukan letak pusat massa dari sistem benda titik yang terdiri dari : $m_1 = 5$ kg berada di $(0,0)$, $m_2 = 30$ kg berada pada $(15,20)$; $m_3 = 20$ kg berada pada $(30,0)$ dan $m_4 = 15$ kg berada pada $(-15,10)$. Koordinat dalam cm.

Jawab :

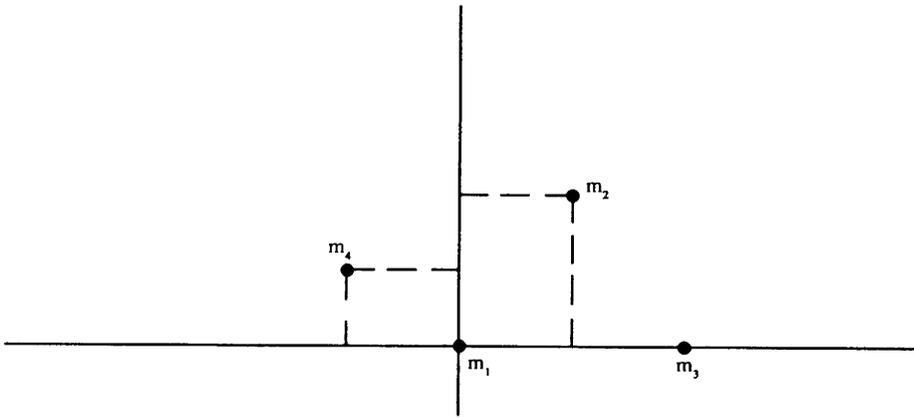
$$m = \sum m_i = (5 + 30 + 20 + 15) \text{ kg} = 70 \text{ kg}$$

$$x_{p.m} = \frac{\sum x_i m_i}{\sum m_i} = \frac{(5 \cdot 0) + (30 \cdot 15) + (20 \cdot 30) + (15 \cdot -15)}{70}$$

$$= 11,8 \text{ cm}$$

$$y_{p.m} = \frac{\sum y_i m_i}{\sum m_i} = \frac{(5 \cdot 0) + (30 \cdot 20) + (20 \cdot 0) + (15 \cdot 10)}{70}$$

$$= 10,7 \text{ cm}$$



Gambar 6-4

6-2

$m_1 = 8$ kg berada pada $(4,1)$

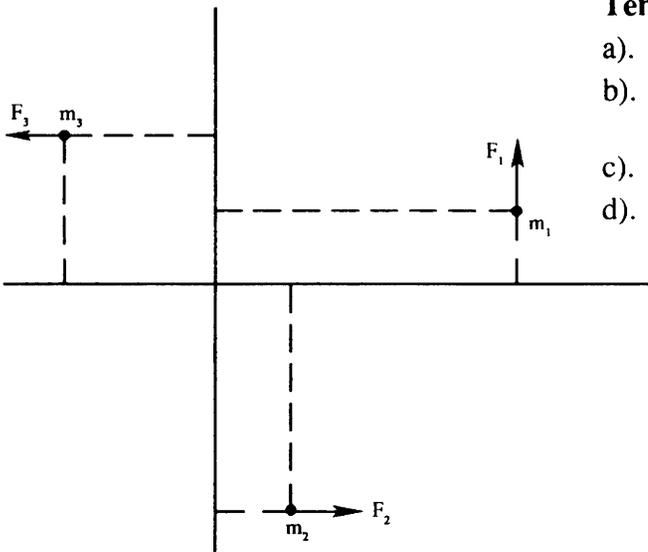
$m_2 = 4$ kg berada pada $(1,-3)$

$m_3 = 4$ kg berada pada $(-2,2)$

$F_1 = 16$ N bekerja pada $m_1 \rightarrow \vec{F}_1 = 16 \hat{y}$ N

$F_2 = 14$ N bekerja pada $m_2 \rightarrow \vec{F}_2 = 14 \hat{x}$ N

$F_3 = 6$ N bekerja pada $m_3 \rightarrow \vec{F}_3 = -6 \hat{x}$ N



Tentukan :

- Letak pusat massa
- Resultan gaya-gaya dan titik tangkapnya.
- Percepatan pusat massa ($a_{p.m}$)
- Resultan percepatan.

Gambar 6-5

Jawab: $m = \sum m_i = (8 + 4 + 4) \text{ kg} = 16 \text{ kg}$

$$x_{p.m} = \frac{\sum x_i m_i}{\sum m_i} = \frac{(4 \cdot 8) + (1 \cdot 4) + (-2 \cdot 4)}{16}$$

$$= \frac{32 + 4 - 8}{16} = \frac{28}{16} = 1,75$$

$$y_{p.m} = \frac{\sum y_i m_i}{\sum m_i} = \frac{(1 \cdot 8) + (-3 \cdot 4) + (2 \cdot 4)}{16}$$

$$= \frac{8 - 12 + 8}{16} = \frac{4}{16} = 0,25$$

Jadi Pusat massa ($7/4, 1/4$)

b) $R_x = \sum F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = (0+14-6) \text{ N} = 8 \text{ N}$

$R_y = \sum F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = (16+0+0) \text{ N} = 16 \text{ N}$

$|\bar{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{8^2 + 16^2} = \sqrt{64 + 256} = \sqrt{320} = 17,9 \text{ N}$

$\text{tg } \theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{16}{8} = 2$ (θ pada kuadran ke I)

$$x_c = \frac{\sum x_i F_{iy}}{\sum F_{iy}} = \frac{x_1 F_{1y} + x_2 F_{2y} + x_3 F_{3y}}{F_{1y} + F_{2y} + F_{3y}}$$

$$= \frac{4 \cdot 16 + 0 + 0}{16} = 4$$

$$y_c = \frac{\sum y_i F_{ix}}{\sum F_{ix}} = \frac{y_1 F_{1x} + y_2 F_{2x} + y_3 F_{3x}}{F_{1x} + F_{2x} + F_{3x}}$$

$$= \frac{0 + (-3 \cdot 14) + (2 \cdot -6)}{8}$$

$$= \frac{-42 - 12}{8} = \frac{-54}{8} = -6 \frac{3}{4}$$

$$\bar{\tau}_1 = \bar{r}_1 \times \bar{F}_1 \rightarrow \bar{\tau}_1 = x_1 F_{1y} - y_1 F_{1x} = 4 \cdot 16 - 0 = 64 \text{ Nm}$$

$$\bar{\tau}_2 = \bar{r}_2 \times \bar{F}_2 \rightarrow \bar{\tau}_2 = x_2 F_{2y} - y_2 F_{2x} = 0 - (-3 \cdot 14)$$

$$= 42 \text{ Nm}$$

$$\bar{\tau}_3 = \bar{r}_3 \times \bar{F}_3 \rightarrow \bar{\tau}_3 = x_3 F_{3y} - y_3 F_{3x} = 0 - (2 \cdot -6)$$

$$= 12 \text{ Nm}$$

$$|\bar{\tau}| = (64 + 42 + 12) \text{ Nm} = 118 \text{ Nm}$$

$\bar{\tau} = x R_y - y R_x$ merupakan persamaan garis kerja dari

$$\bar{R} \rightarrow 118 = 16x - 8y$$

Persamaan ini harus memenuhi : $118 = 16x_c - 8y_c =$

$$= 16 \cdot 4 - (8 \cdot -6 \frac{3}{4}) = 64 + 54 \rightarrow \text{cocok}$$

$$c) \sum F = m \bar{a}_{p.m} \rightarrow \bar{a}_{p.m} = \frac{\sum \bar{F}}{m} = \frac{\bar{R}}{m}, \bar{R} = 8\hat{x} + 16\hat{y}$$

$$a_{p.m.x} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}, a_{p.m.y} = \frac{16}{16} = 1$$

$$|\bar{a}_{p.m}| = \sqrt{\frac{1}{4} + 1} = \sqrt{1,25} = 1,1 \text{ m/det}^2 \text{ atau}$$

$$a_{p.m} = \frac{R}{m} = \frac{17}{16} = 1,1 \text{ m/det}^2$$

$$d) \quad \bar{a}_{\text{resultan}} = \bar{a}_1 + \bar{a}_2 + \bar{a}_3 = \frac{\bar{F}_1}{m_1} + \frac{\bar{F}_2}{m_2} + \frac{\bar{F}_3}{m_3}$$

$$\bar{a}_x = \frac{\bar{F}_{1x}}{m_1} + \frac{\bar{F}_{2x}}{m_2} + \frac{\bar{F}_{3x}}{m_3} = 0 + \frac{14}{4} + \frac{-6}{4}$$

$$= \frac{14}{4} - \frac{6}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

$$a_y = \frac{\bar{F}_{1y}}{m_1} + \frac{\bar{F}_{2y}}{m_2} + \frac{\bar{F}_{3y}}{m_3} = \frac{16}{8} + 0 + 0 = 2$$

$$\text{Jadi } a_{\text{resultan}} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8}$$

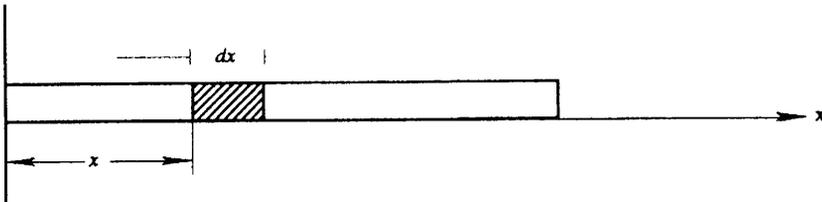
$$= 2\sqrt{2} \text{ m/det}^2$$

$$\text{Jadi } a_{\text{res}} \neq a_{\text{p.m}}$$

6-3 Tentukan letak pusat massa sebuah tongkat yang panjangnya l dan massanya m .

Jawab:

Pilihlah sumbu x pada panjang tongkat dan titik $(0,0)$ di ujung tongkat. Ambil dm yang panjangnya dx pada jarak x dari $(0,0)$. Pusat massa berada pada $y_{\text{p.m}} = 0$, hanya akan dicari $x_{\text{p.m}}$



Gambar 6.6

$$x_{\text{p.m}} = \frac{\int dm x}{\int dm} = \frac{1}{m} \int x \lambda dx, \quad dm = \lambda dx, \quad \lambda = \frac{m}{l}$$

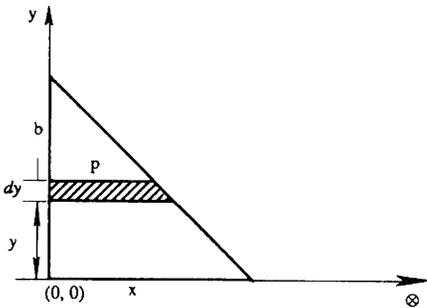
$$x_{\text{p.m}} = \frac{\lambda}{m} \int_0^l x dx = \frac{\lambda}{m} \cdot \frac{1}{2} x^2$$

$$= \frac{\lambda}{m} \cdot \frac{1}{2} l^2 = \frac{\lambda}{m} \cdot \frac{1}{2} l = \frac{m}{m} \cdot \frac{1}{2} l = \frac{1}{2} l$$

Jadi Pusat massa berada ditengah tengah batang.

6-4 Tentukan letak pusat massa dari sebuah keping berbentuk segitiga siku-siku yang sisi siku-sikunya a dan b, massanya m.

Jawab :



Pilih sisi siku-siku sebagai sumbu x dan y. Untuk persoalan ini dipilih dm dua kali mula-mula pilih dm dengan lebar dy dan panjang p pada jarak y dari (0,0). dm ini akan berbentuk trapesium yang sangat kecil, karena dy kecil sekali maka trapesium ini dapat disamakan secara limit dengan bentuk segiempat panjang.

Gambar 6-7

Jadi luas dari bagian dm ini : $dA = p dy$, jika $\sigma = \frac{m}{a} \rightarrow dm = \sigma dA$

$$\text{jadi } y_{p.m} = \frac{\int y dm}{\int dm} = \frac{\int y \sigma p}{m} = \frac{\sigma}{m} \int_0^b p y dy$$

$$\frac{b-y}{y} = \frac{p}{a} \rightarrow p = \frac{a(b-y)}{b}$$

$$\begin{aligned} y_{p.m} &= \frac{\sigma a}{m \cdot b} \int_0^b (b-y) y dy = \frac{\sigma a}{m b} \left\{ \int_0^b b y dy - \int_0^b y^2 dy \right\} \\ &= \frac{\sigma a}{m b} \left(b \cdot \frac{1}{2} y^2 - \frac{1}{3} y^3 \right) \Big|_0^b \\ &= \frac{1}{6} \frac{\sigma a b^2}{\frac{\sigma a b}{2}} = \frac{1}{3} b \end{aligned}$$

Kemudian dibuat lagi dm dengan lebar dx dan panjang q pada jarak x dari (0,0)

$$dA = q dx \quad dm = \sigma q dx$$

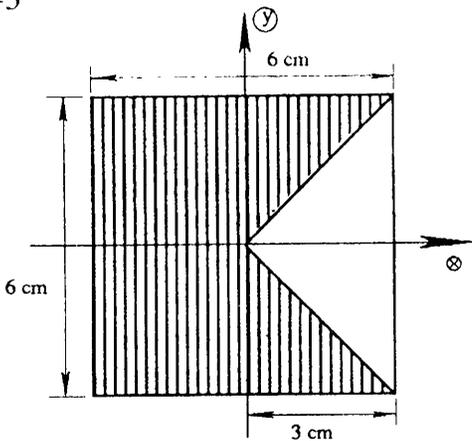
$$x_{p.m} = \frac{\int x dm}{\int dm} = \frac{\sigma q x dx}{m}$$

$$\frac{q}{b} = \frac{a-x}{a} \rightarrow q = \frac{(a-x) b}{a}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Jadi } x_{p.m} &= \frac{\sigma b}{m a} \int_0^a (a-x) x \, dx \\
 &= \frac{\sigma b}{m a} \left\{ \int_0^a a x \, dx - \int_0^a x^2 \, dx \right\} \\
 &= \frac{\sigma b}{m a} \left(a \cdot \frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{3} \cdot x^3 \right) \Big|_0^a \\
 &= \frac{\sigma b}{m a} \left(\frac{1}{2} a^3 - \frac{1}{3} \cdot a^3 \right) \\
 &= \frac{\sigma b a^3}{m a} \frac{1}{6} = \frac{1}{3} a
 \end{aligned}$$

Jadi koordinat dari pusat massa ($1/3 a$, $1/3 b$)

6-5



Gambar 6-8

sebab bangun keping dikurangi

m_1 = massa keping bujur sangkar

m_2 = massa dari segitiga sama kaki

x_1 = letak pusat massa bujur sangkar

x_2 = letak pusat massa segitiga sama kaki

$m_1 = m$, $m_2 = 1/4 m$, $x_1 = 0$, $x_2 = 2/3 - 1/2 \cdot 6 = 2 \text{ cm}$

$$\text{Jadi } x_{p.m} = \frac{m \cdot 0 - \frac{1}{4} m \cdot 2}{m - \frac{1}{4} m} = \frac{-\frac{1}{2} m}{\frac{3}{4} m} = -\frac{2}{3} \text{ cm}$$

Berarti terletak disebelah kiri (0,0).

Tentukan letak pusat massa dari sebuah keping yang bentuknya seperti bagian yang di arsir.

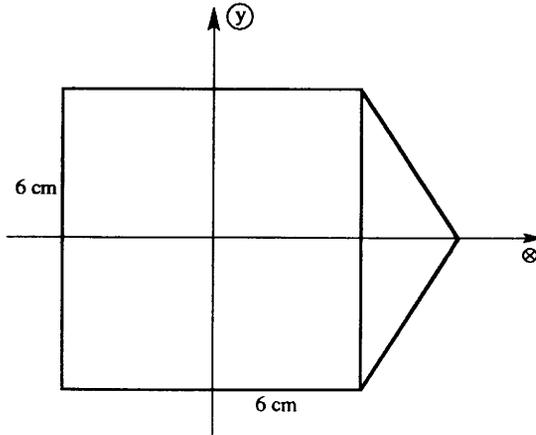
Jawab:

Bentuk ini adalah bentuk bujur sangkar yang dikurangi $1/4$ bagian yang berbentuk segitiga sama kaki.

Gunakan rumus :

$$x_{p.m} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{m_1 x_1 - m_2 x_2}{m_1 - m_2}$$

6-6 Tentukan letak pusat massa bentuk keping ini.



Gambar 6 - 9

Jawab :

$$x_{p.m} = \frac{\sum x_i m_i}{\sum m_i}$$

$$= \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

$$m_1 = m, x_1 = 0, 0$$

$$m_2 = \frac{1}{4} m, x_2 = 4 \text{ cm}$$

$$\text{Jadi } x_{p.m} = \frac{m \cdot 0 + \frac{1}{4} m \cdot 4}{m + \frac{1}{4} m}$$

$$= \frac{m}{\frac{5}{4} m} = \frac{4}{5} \text{ cm}$$

sebelah kanan (0,0)

6-7 Tentukan momen gaya $F = 6 \text{ N}$ yang bekerja pada sebuah benda. F membentuk sudut 30° dengan sumbu x dan $r = 45 \text{ m}$ dan membentuk sudut 50° dengan x positif. Tentukan juga persamaan garis kerja gaya.

Jawab :

$$\tau = xF_y - yF_x \text{ dengan :}$$

$$x = r \cos 50 = 0,289 \text{ m}$$

$$y = r \sin 50 = 0,345 \text{ m}$$

$$F_x = F \cos 30 = 5,196 \text{ N}$$

$$F_y = F \sin 30 = 3 \text{ N}$$

$$\text{Jadi } \tau = -0,925 \text{ N m}$$

$$\text{Persamaan garis kerja } F :$$

$$-0,925 = 3x - 5,196 y.$$

6-8 Diketahui 3 buah gaya yang konkuren.

$$\vec{F}_1 = 6 \hat{x} \text{ N}$$

$$\vec{F}_2 = (6 \hat{x} - 7 \hat{y} + 14 \hat{z}) \text{ N}$$

$$\vec{F}_3 = (5 \hat{x} - 3 \hat{z}) \text{ N}$$

Titik tangkapnya $A : r = 1.5 \text{ m}$ pada garis bagi sudut x - o - y .

Hitung momen gaya resultan.

Jawab :

$$\begin{aligned}\bar{\tau} &= \bar{r} \times \bar{R}, \bar{R} = \sum \bar{F}_i \\ \bar{R} &= (17\hat{x} - 7\hat{y} + 11\hat{z}) \text{ N} \\ \bar{r} &= (1,06\hat{x} + 1,06\hat{y}) \text{ m} \\ \bar{\tau} &= \bar{r} \times \bar{R} = (11,66\hat{x} - 11,66\hat{y} - 25,44\hat{z}) \text{ N m}\end{aligned}$$

Cara lain ialah dengan menggunakan $\bar{\tau} = \sum \bar{\tau}_i$

$$\begin{aligned}\bar{\tau}_1 &= \bar{r} \times \bar{F}_1 = -6,36\hat{x} \text{ N m} \\ \bar{\tau}_2 &= \bar{r} \times \bar{F}_2 = (14,84\hat{x} - 14,84\hat{y} - 13,78\hat{z}) \text{ N m} \\ \bar{\tau}_3 &= \bar{r} \times \bar{F}_3 = (-3,18\hat{x} + 3,18\hat{y} - 5,30\hat{z}) \text{ N m}\end{aligned}$$

Dapat dibuktikan bahwa $\bar{\tau} \cdot \bar{R} = 0$, jadi $\bar{\tau} \perp$ bidang melalui \bar{r} dan \bar{R} .

6-9 Diketahui $\bar{F}_1 = (3\hat{x} + 4\hat{y} + 4\hat{z}) \text{ N}$

$$\bar{F}_2 = (-2\hat{x} + 5\hat{y} + \hat{z}) \text{ N}$$

Titik tangkap \bar{F}_1 : A (0,4 m, 0,5 m, 0 m)

Titik tangkap \bar{F}_2 : B (2 m, 4,1 m, 0 m)

Tentukan resultan gaya dan resultan momen (resultan = jumlah)

$$\text{Jawab : } \bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 = (\hat{x} + 9\hat{y} + 5\hat{z}) \text{ N}$$

$$\bar{r}_1 = 0,4\hat{x} + 0,5\hat{y}$$

$$\bar{r}_2 = 2\hat{x} - 4,1\hat{y}$$

$$\bar{\tau}_1 = \bar{r}_1 \times \bar{F}_1 = 2\hat{x} - 1,6\hat{y} + 0,1\hat{z} \text{ N m}$$

$$\bar{\tau}_2 = \bar{r}_2 \times \bar{F}_2 = -4,1\hat{x} - 2,0\hat{y} + 1,8\hat{z} \text{ N m}$$

$$\text{Jadi } \bar{\tau} = \bar{\tau}_1 + \bar{\tau}_2 = -2,1\hat{x} - 3,6\hat{y} + 1,9\hat{z} \text{ N m}$$

$$\bar{\tau} \cdot \bar{R} = (-2,1)(1) + (3,6)(9) + (1,8)(5) = -25,5 \text{ Nm} \neq 0$$

berarti R tidak merupakan 1 gaya tunggal.

6-10 Tentukan resultan dari sistem gaya-gaya yang koplanar.

$$F_1 = 10 \text{ N arahnya // sumbu x (+) titik tangkap (5,3)}$$

$$F_2 = 8 \text{ N arahnya } 45^\circ \text{ dengan sumbu x(-) titik tangkap (0,5)}$$

$$F_3 = 7 \text{ N arahnya // sumbu y (-) titik tangkapnya (2,0)}$$

satuan-satuan pada sumbu x dan y adalah 0,1 m

$$\text{Jawab: } \bar{F}_1 = 10\hat{x} \text{ N}$$

$$\bar{F}_2 = F_2 \cos 135\hat{x} + F_2 \sin 135\hat{y} = (-5,66\hat{x} + 5,66\hat{y}) \text{ N}$$

$$\bar{F}_3 = -7\hat{y} \text{ N}$$

$$\text{Jadi } \bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 = 4,34\hat{x} - 1,34\hat{y}$$

$$|\bar{R}| = 4,54 \text{ N } \text{tg } \theta = \frac{-1,34}{4,34} = 287,1^\circ \text{ pada kuadran ke IV}$$

Dengan menggunakan : $\tau = xF_y - yF_x$

$$\tau_1 = (-0,3) \cdot 10 = -3 \text{ N m}$$

$$\tau_2 = (-0,5) (-5,66) = +2,83 \text{ N m}$$

$$\tau_3 = (0,2) (-7) = -1,4 \text{ N m}$$

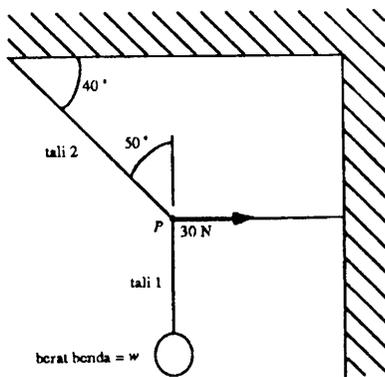
Jadi $\tau = -1,57 \text{ Nm}$ adalah vektor sepanjang sumbu z negatif. Untuk menentukan garis kerja R :

$$xR_y - yR_x = -1,57 \rightarrow x(-1,34) - y(4,34) = 1,57$$

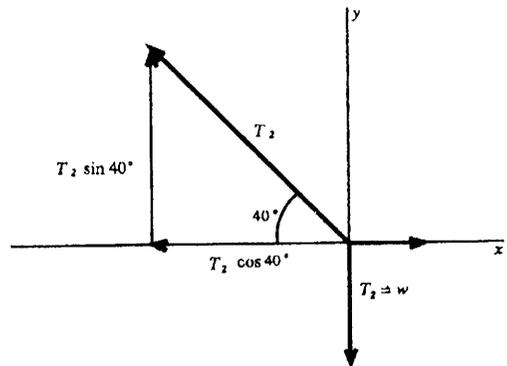
atau

$$1,34x + 4,34y = 1,57.$$

6-11 Seperti tampak pada gambar 6-10 (a) tegangan dalam tali datar adalah 30 N. Carilah berat benda.



(a)



(b)

Gambar 6-10

Seperti telah disinggung dalam soal 2-1, tegangan dalam tali 1 adalah sama dengan berat benda yang menggantung pada tali itu. Maka $T_1 = w$, dan ini sedang dicari.

Perhatikan bahwa gaya T_1 yang tidak diketahui maupun gaya 30 N yang diketahui kedua-duanya bekerja pada titik P tali. Karena itu titik P kita 'bebaskan', dan gaya-gaya yang bekerja padanya tampak pada Gambar 2-2(b), beserta komponen-komponennya. Syarat pertama keseimbangan menghasilkan persamaan :

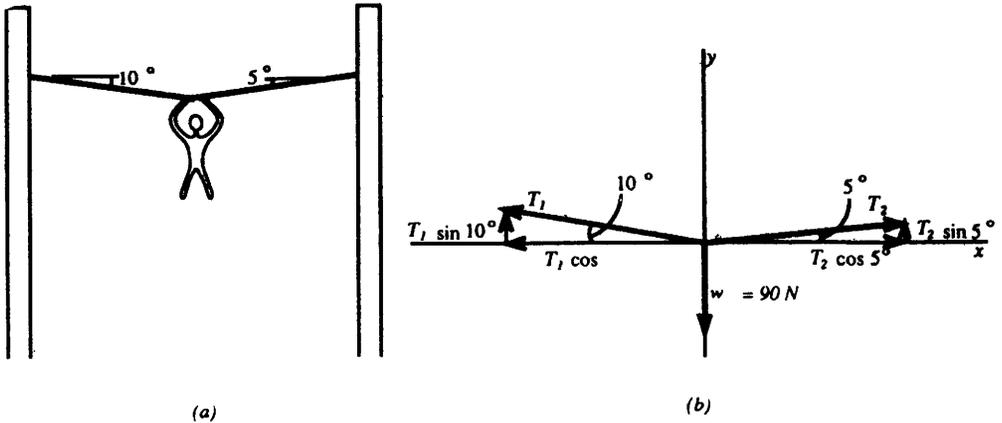
$$\sum F_x = 0 \text{ atau } 30 \text{ N} - T_2 \cos 40^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0 \text{ atau } T_2 \sin 40^\circ - w = 0$$

Dari persamaan pertama diperoleh $T_2 = 39,2 \text{ N}$.; masukkan nilai ini dalam persamaan kedua. Hasilnya :

$$w = 25,2 \text{ N, yakni berat benda.}$$

6-12 Tali direntangkan antara dua tiang. Seorang anak (90 N) menggantung pada tali itu. Lihat Gambar 6-11a. Tentukan tegangan dalam kedua belah tali.



Gambar 6-11

Bagian tali yang dipegang anak adalah benda yang kita bebaskan. Gaya-gaya yang bekerja pada benda ditunjukkan pada gambar 6-11 b

Setelah gaya-gaya ini diuraikan dalam komponennya, syarat keseimbangan pertama menghasilkan persamaan :

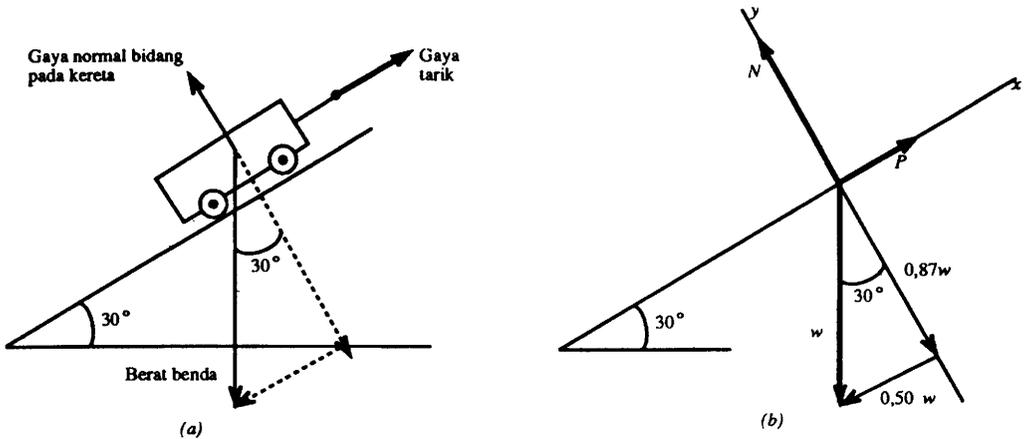
$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \quad \text{atau} \quad T_2 \cos 5^\circ - T_1 \cos 10^\circ = 0 \\ \sum F_y &= 0 \quad \text{atau} \quad T_2 \sin 5^\circ + T_1 \sin 10^\circ - 90 \text{ N} = 0 \end{aligned}$$

Setelah sin dan cos dihitung diperoleh :

$$0,996T_2 - 0,985T_1 = 0 \quad \text{dan} \quad 0,087T_2 + 0,174T_1 - 90 = 0$$

Dari persamaan pertama diperoleh $T_2 = 0,990 T_1$. Dengan memasukan hasil ini dalam persamaan ke dua didapatkan : $0,086 T_1 + 0,174T_1 - 90 = 0$, hingga $T_1 = 346 \text{ N}$. Dan karena $T_2 = 0,990 T_1$, diperoleh $T_2 = 343 \text{ N}$.

6-13 Kereta (200N) harus ditarik naik bidang miring (sudut miring 30°) dengan laju yang tetap. Berapakah bear paralel bidang miring diperlukan ? Gesekan boleh diabaikan



Gambar 6-12

Perhatikan Gambar 6-12a. Karena kereta bergerak dengan laju yang tetap, vektor kecepatannya konstan. Karena itu kereta berada dalam keadaan seimbang translasi, hingga syarat pertama keadaan keseimbangan berlaku untuknya.

Kereta dibebaskan. Ketiga gaya yang bekerja padanya adalah :

- (1) gaya tarik gravitasi w (berat kereta) dengan arah tegak lurus ke bawah;
- (2) gaya P pada kereta yang sejajar bidang miring;
- (3) gaya tolak Y bidang miring pada kereta.

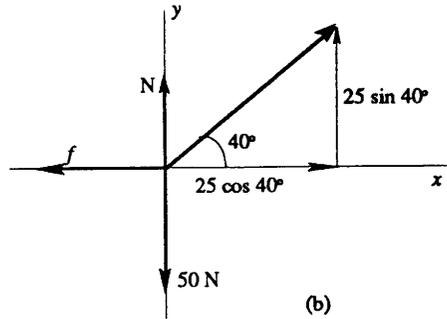
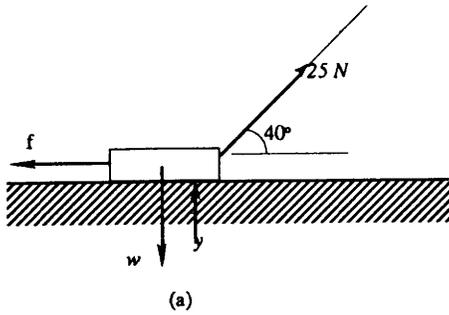
Gaya-gaya ini ditunjukkan pada gambar 6-12 b.

Dalam soal tentang bidang miring adalah menguntungkan apabila sumbu diambil sejajar bidang yang miring itu, dan sumbu Y tegak lurus padanya. Setelah gaya-gaya diuraikan, syarat pertama keseimbangan menghasilkan :

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 & \text{atau} & & P - 0,50 w &= 0 \\ \sum F_y &= 0 & \text{atau} & & Y - 0,87 w &= 0 \end{aligned}$$

Dari persamaan pertama diperoleh $P = 0,50 w$ dan dengan mengingat bahwa $w = 200 \text{ N}$ didapatkan $P = 100 \text{ N}$. Gaya tarik yang diperlukan itu adalah 100 N .

6-14 Kotak 50 N oleh gaya 25 N dapat digeser di atas lantai kasar dengan laju yang tetap (lihat Gambar 6-13a). Tentukan gesekan yang menghambat gerak ini. Tentukan pula gaya normal.



Gambar 6-13

Perhatikan Gambar 6-13 a di mana tergambar semua gaya yang bekerja pada kotak. f adalah gaya gesek, dan gaya normal, yakni gaya oleh lantai pada kotak, adalah y . Gambar 6 – 13 b menunjukkan kotak dibebaskan & semua komponen gaya. Karena kotak menggeser dengan laju konstan, benda itu berada dalam keadaan seimbang. Syarat pertama keadaan seimbang adalah :

$$\sum F_x = 0 \quad \text{atau} \quad 25 \cos 40^\circ - 50 = 0$$

Maka $Y = 34 \text{ N}$

6-15 Dapatkan tegangan dalam semua tali pada gambar 6-14a. Jika benda yang digantungkan beratnya 600 N.

Jawab :

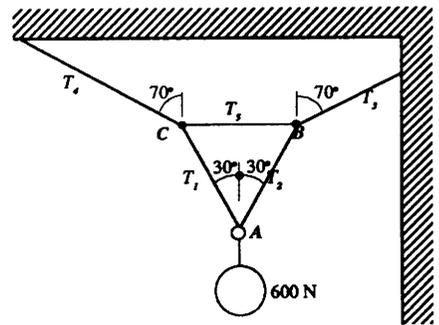
Misalkan kita pilih bagian tali di A sebagai benda yang akan kita bebaskan. Pilihan ini kita buat dengan alasan karena mengetahui salah satu gaya yang bekerja padanya. Gaya berat bekerja dalam arah tegak lurus pada titik A, hingga diagram gayanya adalah yang ditunjukkan oleh Gambar 6-14 (b). Syarat pertama keseimbangan untuk diagram gaya ini menghasilkan :

$$\sum F_x = 0 \quad \text{atau} \quad T_2 \cos 60^\circ - T_1 \cos 60^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad \text{atau} \quad T_1 \sin 60^\circ + T_2 \sin 60^\circ - 600 = 0$$

Persamaan pertama menghasilkan $T_1 = T_2$; dengan mensubstitusikan hasil ini ke dalam persamaan kedua, diperoleh $T_1 = 346 \text{ N}$ yang tak lain adalah T_2 pula.

Selanjutnya, marilah kita perhatikan titik B. Dengan bebas titik ini tampak pada gambar 6 – 14 c. Telah ditemukan bahwa $T_2 = 346 \text{ N}$ hingga syarat kesimbangan menghasilkan persamaan :

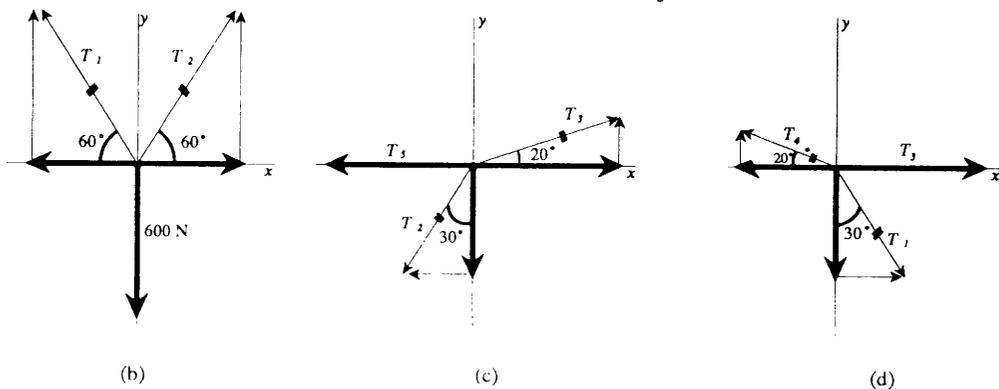


Gambar 6 – 14 a

$$\sum F_x = 0 \text{ atau } T_3 \cos 20^\circ - T_5 - 346 \sin 30^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0 \text{ atau } T_3 \sin 20^\circ - 346 \cos 30^\circ = 0$$

Persamaan terakhir ini memberi hasil $T_3 = 877 \text{ N}$, dan bila hasil ini dimasukkan ke dalam persamaan sebelumnya diperoleh $T_5 = 651 \text{ N}$.



Gambar 6-14

Akhirnya kita perhatikan titik C dan diagram gayanya : Gambar 6 – 14(d). Dengan mengingat bahwa $T_1 = 346 \text{ N}$ kita peroleh :

$$\sum F_x = 0 \text{ atau } T_5 + 346 \sin 30^\circ - T_4 \cos 20^\circ = 0$$

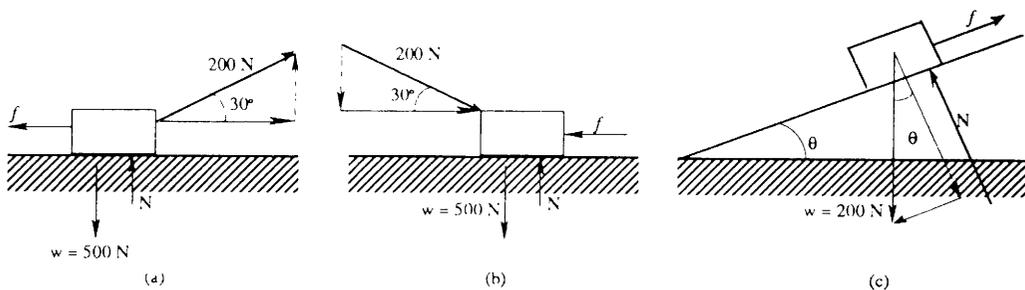
$$\sum F_y = 0 \text{ atau } T_4 \sin 20^\circ - 346 \cos 30^\circ = 0$$

Persamaan terakhir ini menghasilkan $T_4 = 877 \text{ N}$.

Catatan :

dengan memperhatikan Gambar 6-14a dimana nyata bahwa persoalan ini memiliki simetri tertentu, kita sudah dapat menerka bahwa $T_4 = T_3$.

6-16 Benda-benda dalam gambar 6-15 diketahui dalam keadaan seimbang. Dapatkan gaya normal.



Gambar 6-15

Pakailah syarat $\sum F_x = 0$

- a) $N + 200 \sin 30^\circ - 500 = 0$ maka $N = 400\text{N}$
b) $N - 200 \sin 30^\circ - 150 = 0$ maka $N = 260\text{ N}$
c) $N - 200 \cos \theta = 0$ maka $N = (200 \cos \theta)\text{N}$

6-17 Perhatikan sekali lagi soal 6-16. Kalau diketahui bahwa benda-benda tersebut bergerak dengan laju tetap, tentukanlah koefisien gesekan kinetik permukaan.

Jawab :

Kita telah menemukan untuk mendapatkan gaya gesek f , kita pakai syarat $F_x = 0$

6-18 Misalkan benda pada gambar 6-15c dalam keadaan diam. Sudut bidang miring dengan perlahan-lahan diperbesar. Pada $\theta = 42^\circ$, benda mulai bergeser. Berapakah koefisien gesekan statik antara benda dan permukaan miring itu ? (kotak dan permukaan dalam soal 6-16 dan 6-17).

Jawab :

Apabila benda rapat akan bergerak, gaya gesek mencapai nilai maksimumnya. Maka $\mu_s = f/N$ pada saat itu. Dengan mengulang cara-cara pada soal 6-16 dan 6-17 diperoleh $N = w \cos \theta$ dan $f = w \sin \theta$.

Maka pada saat pergeseran tepat akan terjadi :

$$\mu_s = \frac{f}{N} = \frac{w \sin \theta}{w \cos \theta} = \tan \theta$$

Tetapi secara eksperimen, telah ditemukan adalah 43° , maka $\mu_s = \tan 42^\circ = 0,90$

6-19 Papan homogen (berat 200 N, panjang ℓ) digantungi dua buah beban, 300 N pada jarak $L/3$ dari ujung yang satu, dan beban 400 N pada jarak $3L/4$ dari ujung yang sama. Tentukan gaya yang perlu diadakan pada papan agar papan berada dalam keadaan setimbang (Gambar 6-16)

Jawab :

Dalam Gambar 6-16 terlihat bahwa gaya P adalah gaya yang dicari. Agar setimbang, $\sum F_y = 0$, maka :

$$P = 400\text{ N} + 200\text{ N} + 300\text{ N} = 900\text{ N}$$

Syarat kesetimbangan kedua, $\sum M_A = 0$, menghasilkan :

$$(P)(x) - (400\text{N})(3L/4) - (200\text{N})(L/2) - (300\text{N})(L/3) = 900\text{N}$$

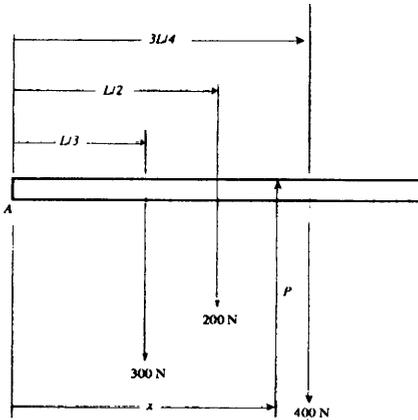
Dengan $P = 900\text{ N}$, diperoleh $x = 0,56 L$. Gaya yang diperlukan adalah sebesar 900 N, berarah ke atas bertitik tangkap pada jarak 0,56 L dari ujung batang.

6-20 Mistar siku-siku terbuat dari bahan homogen, digantung seperti terlihat pada Gambar 6-17. Lengan yang satu L cm dan yang lain $2L$ cm. Tentukan sudut θ .

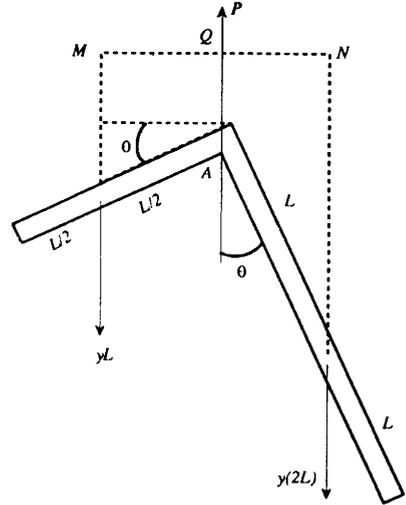
Jawab :

Anggap mistar tak terlalu lebar, sehingga dapat dianggap sebagai batang homogen sepanjang L dan $2L$, menyambung di titik A. Misal berat setiap cm adalah γ .

Maka Gaya-gaya yang bekerja pada mistar ditunjukkan pada gambar 6-17. P adalah gaya paku penganting pada mistar.



Gambar 6-16



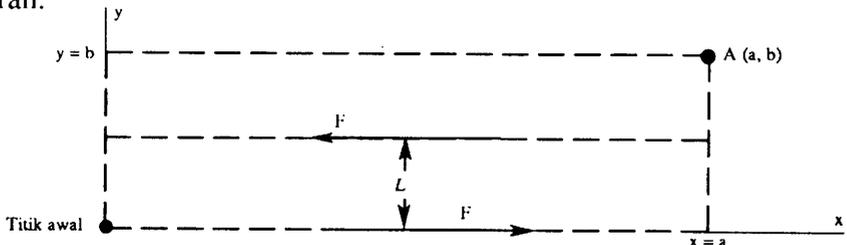
Gambar 6-17

Dengan menghitung torsi terhadap titik A, diperoleh persamaan torsi :

$$(\gamma L) (\overline{MQ}) - (2\gamma L) (\overline{QN}) = 0$$

Tetapi $\overline{MQ} = 1/2 L \cos \theta$ dan $\overline{QN} = L \sin \theta$. Setelah diisikan dan dihitung diperoleh $1/2 \cos \theta = 2 \sin \theta$ maka $\tan \theta = 0,25$ dan $\theta = 14^\circ$

6-21 Sebuah kopel terdiri atas dua buah gaya yang sama besar, berlawanan arah dengan garis kerja yang sejajar. Kopel hanya menghasilkan perputaran. Buktikan bahwa torsi (atau momen) sesuatu kopel tidak bergantung pada letak poros perputaran.



Gambar 6-18

Seperti ditunjukkan pada Gambar 6-18, poros perputaran diambil di titik sebarang, misalnya titik A dengan koordinat $x = a$, $y = b$, maka momen kopel terhadap titik A adalah :

$$\text{momen kopel} = \text{torsi} = (F)(b) - (F)(b - L) = FL$$

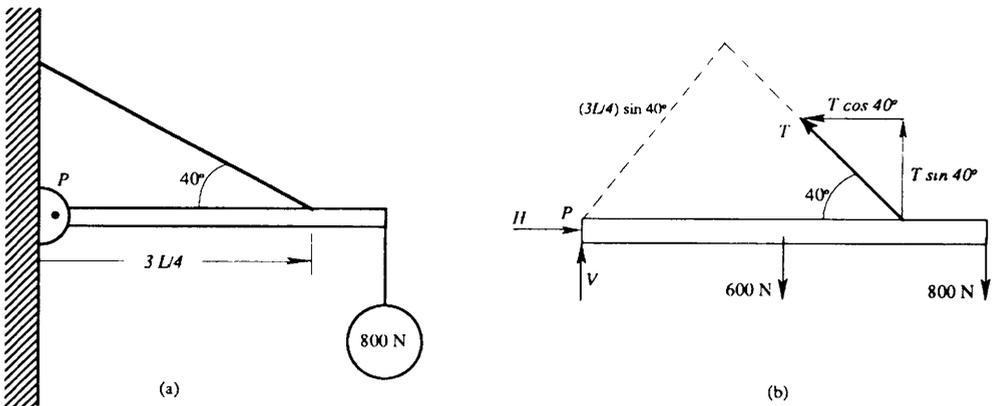
Hasil ini tidak mengandung a maupun b , maka momen kopel tidak bergantung pada di mana poros perputaran kita letakkan.

6-22 Perhatikan Gambar 6-19a. Batang homogen 600 N mempunyai engsel di P. Tentukan tegangan dalam tali, dan komponen-komponen gaya oleh engsel pada batang.

Jawab :

Gambar 6-19b menunjukkan gaya-gaya yang bekerja pada batang. Gaya oleh engsel pada batang dinyatakan melalui kedua komponennya H dan V . Mengenai tegangan dalam tali, kita dapat menguraikannya dalam komponen-komponennya, atau dapat melakukan perhitungan langsung dengan T . Kalau jalan kedua ini yang dipakai, maka persamaan torsi dengan titik P sebagai poros adalah :

$$(T) 3L/4 \sin 40^\circ - (800 \text{ N})(L) - (600 \text{ N})(L/2) = 0$$



Gambar 6-19

Dengan mengambil titik P sebagai poros maka H dan V tidak muncul dalam persamaan torsi. Kita dapat juga bekerja dengan komponen-komponen T . Perhatikan bahwa komponen $T \cos 40^\circ$ bekerja melalui titik engsel, maka lengannya terhadap titik P adalah nol, hingga persamaan torsi (terhadap titik P) adalah :

$$(T \sin 40^\circ) (3L/4) - (800 \text{ N})(L) - (600 \text{ N})(L/2) = 0$$

Nyata kedua persamaan di atas adalah identik, dan menghasilkan $T = 2280 \text{ N}$.

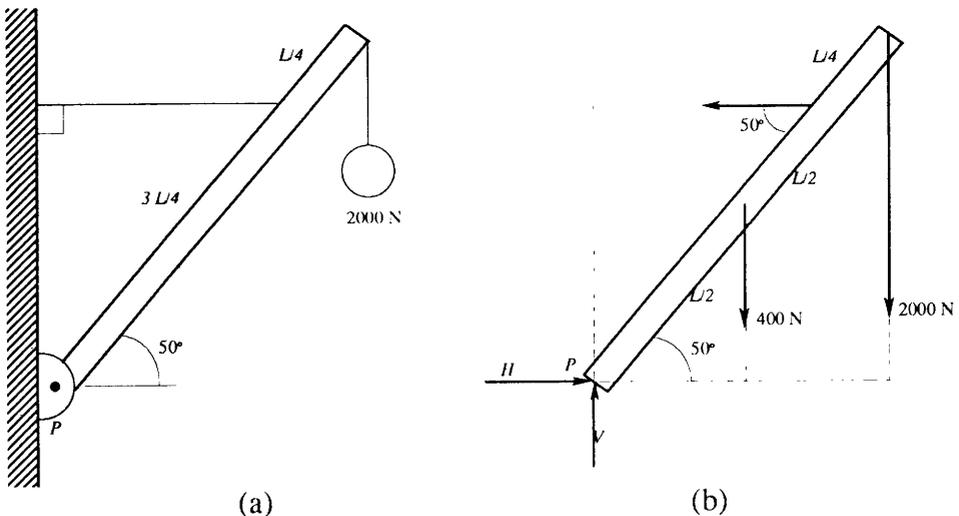
Untuk mendapatkan H dan V kita tulis :

$$\sum F_x = 0 \quad \text{atau} \quad -T \cos 40^\circ + H = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad \text{atau} \quad T \sin 40^\circ + V - 600 - 800 = 0$$

Dengan memakai nilai T yang sudah ditemukan, kedua persamaan ini menghasilkan $H = 750 \text{ N}$ dan $V = 66 \text{ N}$.

6-23 Batang homogen 400 N berengsel di P dan diikat pada tali. Lihat Gambar 6-20 (a). Tentukan tegangan dalam tali, dan gaya oleh engsel pada batang.



Gambar 6-20

Gaya-gaya pada batang ditunjukkan dalam Gambar 6-20(b). Poros perputaran dipilih di titik P , maka diperoleh persamaan torsi sebagai berikut :

$$(T)(3L/4 \sin 50^\circ) - (400 \text{ N})(L/2 \cos 50^\circ) - (2000 \text{ N})(L \cos 50^\circ) = 0$$

Maka $T = 2460 \text{ N}$. Dari $\sum F_x = 0$ atau $H - T = 0$ diperoleh bahwa $H = 2460 \text{ N}$. Sedangkan ari

$$\sum F_y = 0 \quad \text{atau} \quad V - 2000 \text{ N} - 400 \text{ N} = 0$$

kita dapatkan $V = 2400 \text{ N}$. Inilah kedua komponen gaya oleh engsel pada batang, maka besar gaya ini adalah :

$$\sqrt{(2400)^2 + (2600)^2} = 3440 \text{ N}$$

dan arahnya terhadap arah horizontal adalah :

$$\tan \theta = 2400/2460, \quad \text{atau} \quad \theta = 44^\circ$$

6-24 Gambar 6-21 menunjukkan sebuah pintu dengan engsel pada titik A dan B. Pintu adalah homogen dengan berat 400 N. Dimisalkan bahwa seluruh berat pintu dibebankan pada engsel A. Kalau h adalah jarak antara kedua engsel, dan $h/2$ adalah lebar pintu, tentukan gaya-gaya oleh kedua engsel, pada pintu.

Jawab :

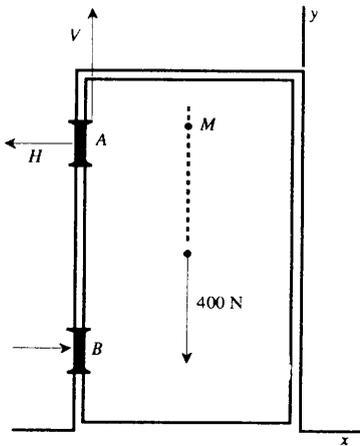
Gaya yang bekerja pada pintu ditunjukkan oleh gambar 6-21. Pada engsel B hanya terdapat gaya horisontal disebabkan karena telah dimisalkan bahwa seluruh berat pintu akan "ditanggung" engsel A. Dengan mengambil poros perputaran melalui titik A, kita peroleh

$$\sum r = 0 \text{ atau } (F_2) (h - (400 \text{ N}) (h/4) = 0, \text{ maka } F_2 = 100 \text{ N}$$

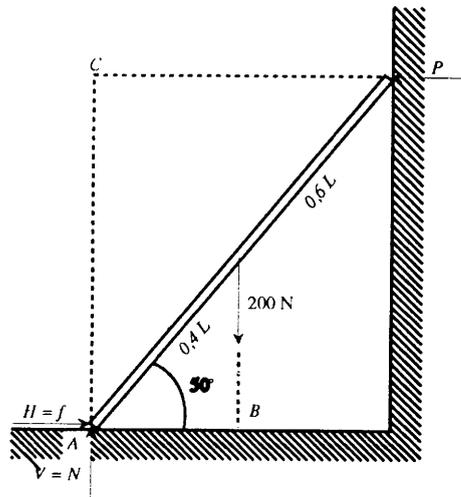
$$\text{Dari } \sum F_y = 0 \text{ atau } F_2 - H = 0, \text{ diperoleh } H = F_2 = 100 \text{ N dan}$$

$$\text{Dari } \sum F_y = 0 \text{ atau } V - 400 \text{ N} = 0 \text{ didapatkan } V = 400 \text{ N.}$$

Resultan gaya di titik A : $R = \sqrt{(400)^2 + (100)^2} = 412 \text{ N}$, dan sudut yang dibentuk R dengan sumbu x negatif adalah $\tan \theta = V/H$ maka sudut itu adalah $\theta = \arctan 4 = 76^\circ$.



Gambar 6-21



Gambar 6-22

6-25 Tangga bersandar pada dinding vertikal yang licin (dinding licin hanya melakukan gaya normal pada tangga, tidak ada gaya gesek). Berat tangga adalah 200 N dan titik pusat beratnya adalah $0,4 L$ dihitng dari ujung bawahnya. L adalah panjang tangga.

- Tentukan besar gaya gesek pada ujung bawah agar tangga tidak tergeser.
- Tentukan pula koefisien gesek statik pada keadaan itu.

Jawab :

- Kita sedang mencari gaya gesek H. Perhatikan bahwa ujung atas tangga

tidak mengalami gesekan. Dengan mengambil poros perputaran di titik A, maka persamaan torsi menghasilkan :

$$-(200 \text{ N})(\overline{AB}) + (P)(\overline{AC}) = 0$$

atau

$$-(200\text{N})(0,4L\cos 50^\circ) + (P)(L \cos 40^\circ) = 0$$

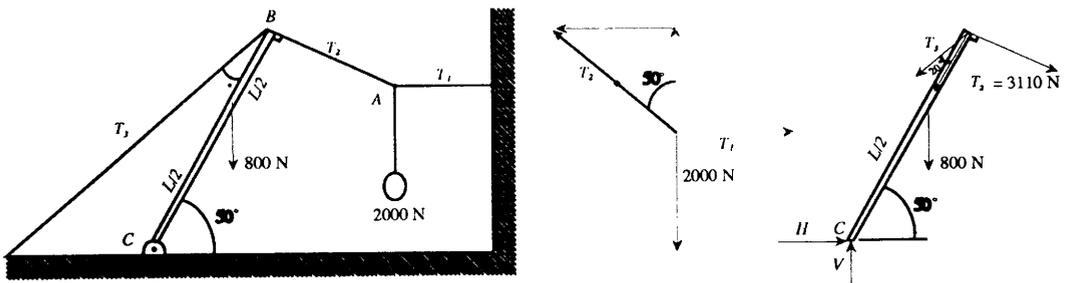
hingga $P = 67 \text{ N}$.

Dari $\sum F_x = 0$ atau $H - P = 0$ diperoleh $H = 67 \text{ N}$, dan

dari $\sum F_y = 0$ atau $V - 200 = 0$ didapatkan $V = 200 \text{ N}$.

$$(b) \quad \mu_s = \frac{f}{N} = \frac{H}{V} = \frac{67}{200} = 0,34$$

6-26 Perhatikan Gambar 6-23a, dan tentukan T_1, T_2, T_3 kalau diketahui batang BC adalah homogen seberat 800 N .



Gambar 6-23

Jawab :

Titik A kita bebaskan; lihat Gambar 6-23b. Dari sini diperoleh persamaan $T_2 \cos 50^\circ - 200 \text{ N} = 0$ dan $T_1 - T_2 \sin 50^\circ = 0$, maka $T_2 = 3110 \text{ N}$ dan $T_1 = 2380 \text{ N}$.

Kemudian batang BC dibebaskan : lihat Gambar 6-23c. Vektor T_3 diuraikan dalam komponen seperti tampak pada gambar. Dengan mengambil poros perputaran di titik C, komponen $T_3 \cos 20^\circ$ tidak memiliki momen. Hingga :

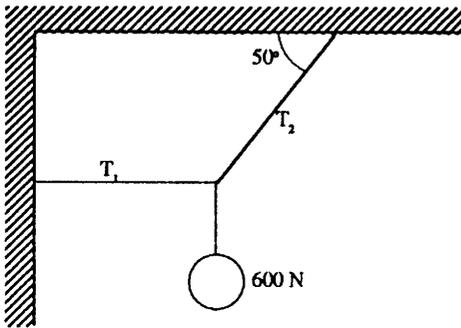
$$(T_3 \sin 20^\circ)(L) - (3110 \text{ N})(L) - (800 \text{ N})(L/2 \cos 50^\circ) = 0$$

Maka $T_3 = 9840 \text{ N}$. Seandainya ditanya, komponen H dan V dapat diperoleh dari persamaan $\sum F_x = 0$ dan $\sum F_y = 0$.

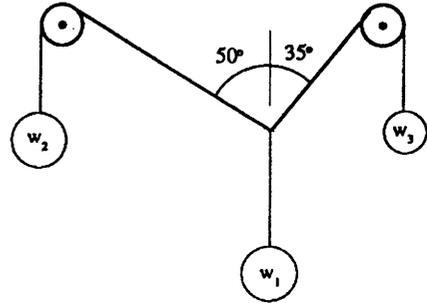
SOAL LATIHAN

6-27 Perhatikan Gambar 6-24. Diketahui berat beban adalah 600 N, tentukan T_1 dan T_2 .

Jawab : 503 N, 783 N.



Gambar 6-24



Gambar 6-25

6-28 Cincin ditarik oleh empat buah gaya sebidang : 200 N pada 30° , 500 N pada 80° , 300 N pada 240° dan gaya F. Tentukan besar dan arah gaya F jika diketahui cincin berada dalam keadaan seimbang.

Jawab : 350 N pada 252° .

6-29 Katrol-katrol dalam Gambar 6-25 tidak mempunyai gesekan dan sistem diketahui dalam keadaan seimbang. Jika beban w_3 adalah 200 N, berapakah w_1 dan w_2 ?

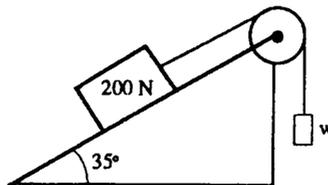
Jawab : 260 N; 150 N.

6-30 Misalkan beban $w_1 = 500$ N (lihat gambar 6-25). Tentukan w_2 dan w_3 jika sistem diketahui dalam posisi seperti tampak pada gambar tersebut, diketahui berada dalam keadaan seimbang.

Jawab : 288 N; 384 N

6-31 Dalam gambar 6-26 diketahui bahwa antara bidang miring dan benda tidak ada gesekan. Berapakah w agar benda 200 N itu dalam keadaan seimbang ?

Jawab : 115 N



Gambar 6-26

6-32 Dengan $w = 220 \text{ N}$. Sistem pada Gambar 6-26 diketahui tetap berada dalam keadaan seimbang. Tentukan besar dan arah gaya gesek yang dialami benda 200 N itu.

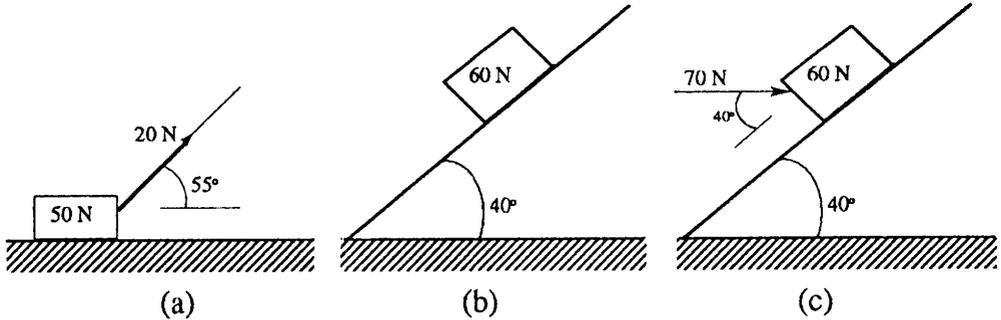
Jawab : 105 N , arah ke bawah menurut bidang miring.

6-33 Benda-benda pada gambar 6-27 masing-masing berada dalam keadaan keseimbangan. Tentukan gaya normal pada masing-masing benda.

Jawab : (a) 34 N

(b) 46 N

(c) 91 N



Gambar 6-27

6-34 Benda pada gambar 6-27 a diketahui bergerak menggeser dengan laju tetap di bawah pengaruh gaya 20 N .

(a) Berapakah gaya gesek yang dialami benda?

(b) Berapakah koefisien gesek kinetik antara benda dan lantai ?

Jawab : (a) $11,5 \text{ N}$

(b) $0,34$

6-35 Benda pada gambar 6-27b diketahui menggeser ke bawah dengan laju tetap.

(a) Berapakah gaya gesek yang menghambat gerak benda?

(b) Berapakah harga koefisien gesek kinetik antara benda dan bidang miring ?

Jawab : (a) $38,6 \text{ N}$;

(b) $0,84$

6-36 Benda pada gambar 6-27c diketahui menggeser ke atas apabila gaya dorong diperbesar hingga 70 N .

(a) Berapakah gaya gesek kritis pada benda?

(b) Berapakah harga koefisien gesek statik di sini ?

Jawab: (a) 15 N ;

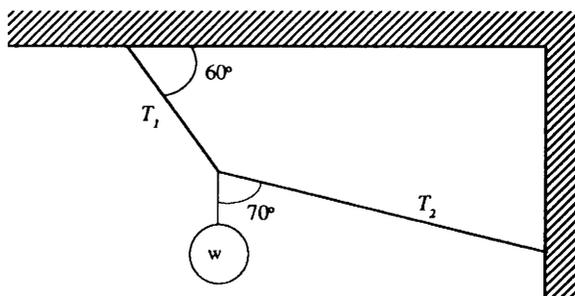
(b) $0,165$

6-37 Benda dengan berat $w = 40 \text{ N}$ berada dalam keadaan seimbang. Lihat Gambar 6-28. Tentukan T_1 dan T_2 .

Jawab : 58 N , 31 N

6-38 Perhatikan keadaan seimbang yang tergambar pada gambar 6 – 28. Masing-masing tali cukup kuat menahan tegangan 80 N. Berapakah nilai maksimum w yang dapat digantungkan ?

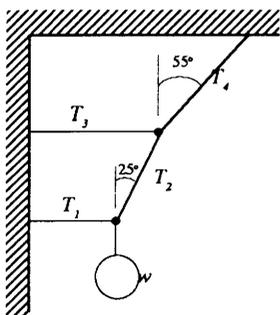
Jawab : 55 N



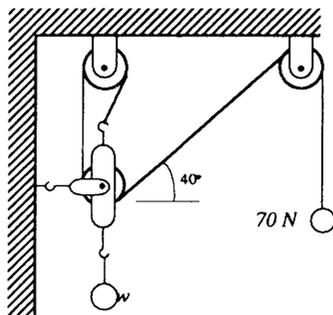
Gambar 6-28

6-39 Berat beban w pada gambar 6-29 adalah 80 N dan beban dalam keadaan seimbang. Tentukan T_1, T_2, T_3 dan T_4 .

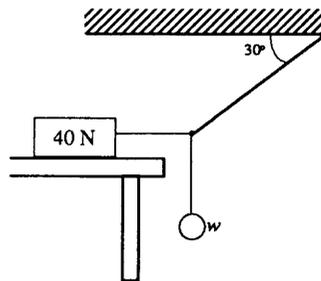
Jawab : 37 N ; 88 N ; 77 N ; 139 N.



Gambar 6-29



Gambar 6-30



Gambar 6-31

6-40 Katrol-katrol yang terdapat pada Gambar 6-30 berat maupun gesekannya diabaikan. Berapakah w kalau diketahui bahwa sistem berada dalam keadaan seimbang dengan beban 70 N ?

Jawab : 185 N

6-41 Sistem pada Gambar 6-31. Berimbang

(a) Berapakah nilai maksimum w , kalau diketahui bahwa gaya gesek pada balok 40N tidak dapat melebihi 12,0 N ?

(b) Hitung juga koefisien gesek statik antara balok dan meja.

Jawab : (a) 6,9 N

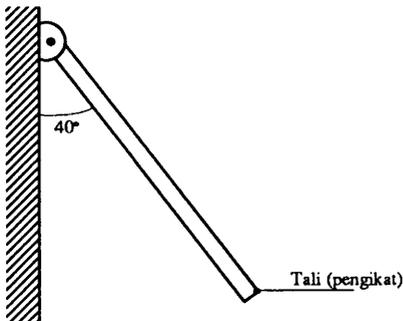
(b) 0,30

6-42 Sistem pada gambar 6-31 diketahui pada saat akan menggeser. Kalau $w = 8,0$ N berapakah koefisien gesek statik balok dan permukaan meja?

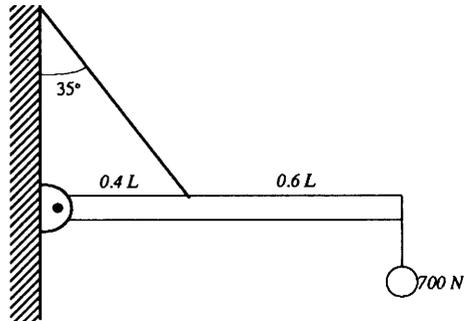
Jawab : 0,346

6-43 Batang homogen 1600 N berengsel di satu ujung sedangkan ujungnya yang lain terangkat oleh tali: lihat Gambar 6-32. Tentukan tegangan dalam tali dan komponen-komponen gaya pada engsel.

Jawab : $T = 670$ N ; $H = 670$ N , $V = 1600$ N.



Gambar 6-32



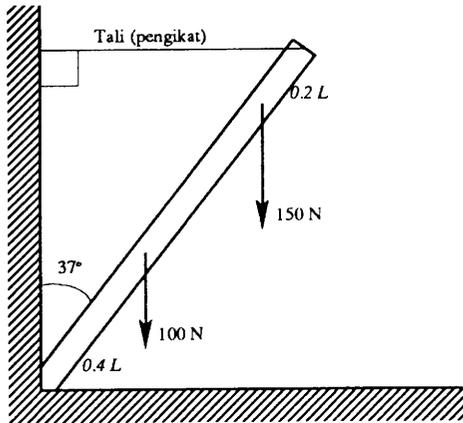
Gambar 6-33

6-44 Batang homogen seberat 500 N berikat pada tali dengan ujung yang satu berengsel sedangkan pada ujung yang lain digantungkan beban 700 N (lihat gambar 6-33). Dapatkan tegangan dalam tali dan gaya oleh engsel pada batang.

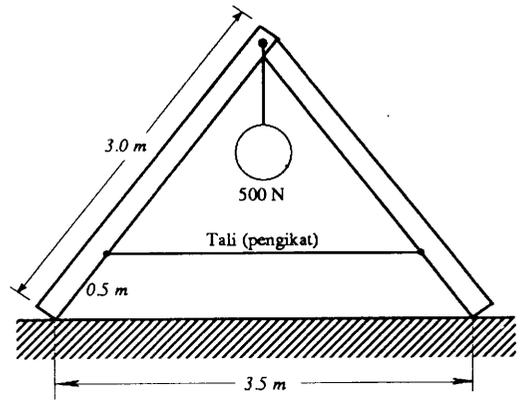
Jawab : 2900 N, 2040 N pada 35° di bawah arah datar.

6-45 Ujung bawah tangga bersandar pada dinding dan ujung atasnya terikat pada tali. Lihat Gambar 6-34. Berat tangga 100 N dan titik pusat beratnya terdapat pada titik sejauh $0,4$ panjang tangga dihitung dari ujung bawahnya. Seorang anak, berat 150 N, menggantung pada anak tangga sejauh $0,2$ panjang tangga dihitung dan ujung atas tangga. Tentukan tegangan dalam tali dan komponen gaya yang diderita ujung bawah tangga.

Jawab : $T = 120$ N; $H = 120$ N; $V = 250$ N.



Gambar 6-34



Gambar 6-35

6-46 Dua batang homogen, masing-masing seberat 150 N dihubungkan dengan engsel di salah satu ujung yang lain kedua batang berhubungan dengan tali. Alat berdiri di atas lantai tanpa gesekan. Berapakah tegangan dalam tali kalau beban 500 N digantungkan dari titik puncak ?

Jawab : 280 N.

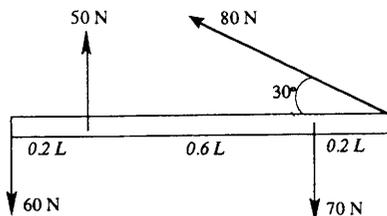
6-47 Jarak antara kedua engsel pintu homogen seberat 200 N adalah 2,50 m. Engsel atas berada jarak d dari tepi atas pintu, dan engsel bawah berada pada jarak d pula dari tepi bawah. Lebar pintu 1,00 m. Kalau diketahui bahwa seluruh berat pintu ditanggung engsel bawah, tentukanlah gaya-gaya oleh kedua engsel pada pintu.

Jawab : Gaya di engsel atas adalah 40 N arah datar.

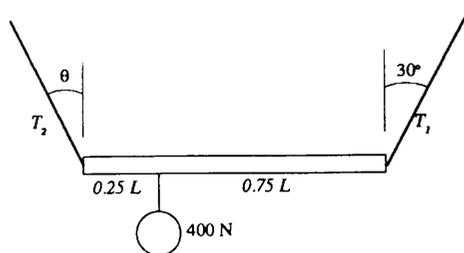
Gaya di engsel bawah adalah 204 N, arah 79° di atas garis datar.

6-48 Batang homogen pada Gambar 6-36 beratnya 40 N. Beberapa gaya bekerja padanya seperti terdapat pada gambar. Tentukan besar, arah dan titik tangkap gaya yang menyebabkan batang itu berada dalam keadaan seimbang.

Jawab : 106 N; 0, 675 L dari ujung kanan; pada sudut 49°



Gambar 6-36



Gambar 6-37

6-49 Papan seberat 120 N yang homogen tergantung pada dua utas tali, lihat gambar 6-37. Beban 400 N digantung pada titik $1/4 L$ dari ujung kiri. Carilah T_1 dan T_2 dan sudut θ pada tali kiri.

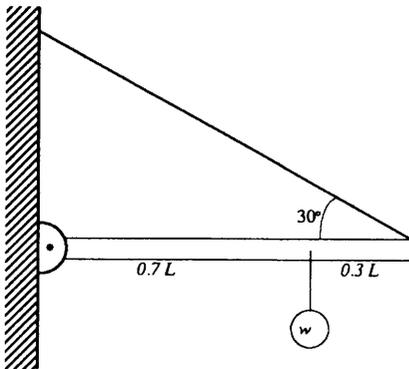
Jawab: 185 N; 372 N; $14,4^\circ$.

6-50 Papan Gambar 6-38 berat batang homogen itu adalah 500 N. Kalau tegangan yang dapat ditanggung tali adalah 1800 N, berapakah nilai maksimum beban w ?

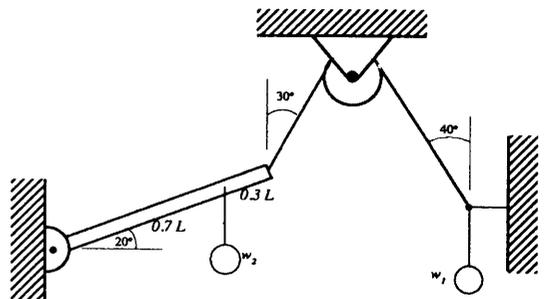
Jawab : 930 N.

6-51 Pada gambar 6-39 berat batang diabaikan. Dengan $w_1 = 500$ N sistem diketahui seimbang. Berapakah w_2 ?

Jawab : 638 N



Gambar 6 – 38



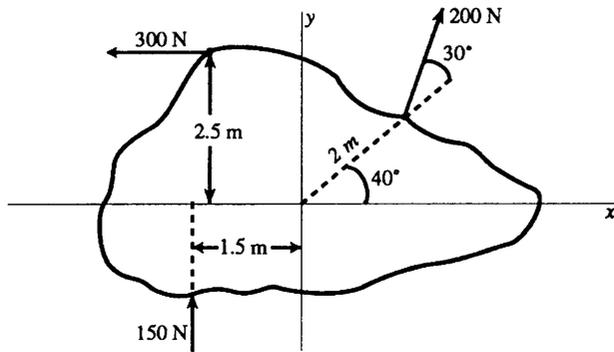
Gambar 6 – 39

6-52 Seperti soal 6-51, tetapi carilah w_1 jika $w_2 = 500$ N, dan batang homogen mempunyai berat 300 N.

Jawab : 560 N

6-53 Pada benda bekerja gaya-gaya seperti tampak pada gambar 6-40. Tentukan gaya yang dapat mengimbangi gaya-gaya ini (tentukan dahulu komponennya, kemudian gayanya sendiri). Gaya pengimbang ini memotong sumbu x ; di manakah ?

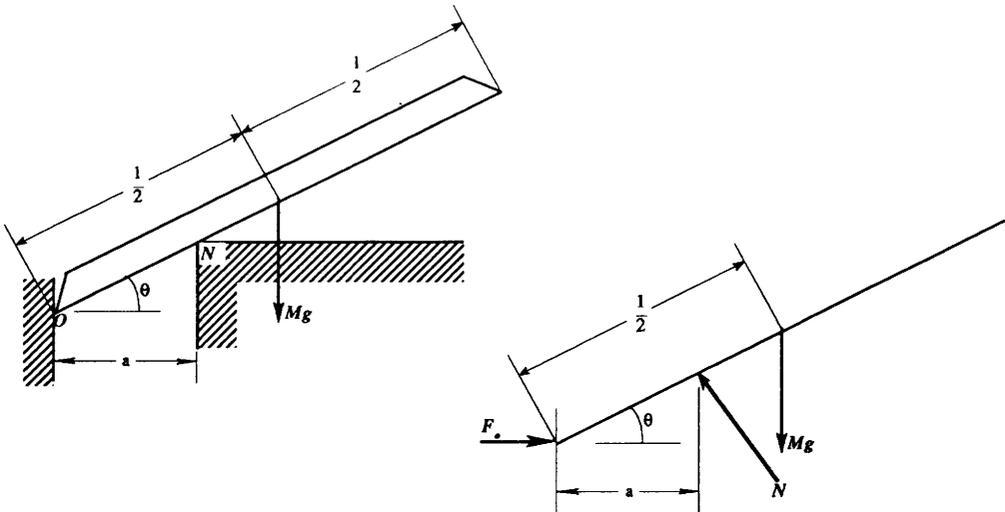
Jawab : $F_x = 232$ N; $F_y = - 338$; $F = 410$ N pada $-55,5^\circ$; $x=2,14$ m



Gambar 6-40

6-54 Sebuah batang homogen berada dalam keadaan setimbang pada posisi seperti dalam gambar 6-41. Dinding vertikal sebelah kiri adalah licin. Tentukan besar sudut pada saat setimbang ini.

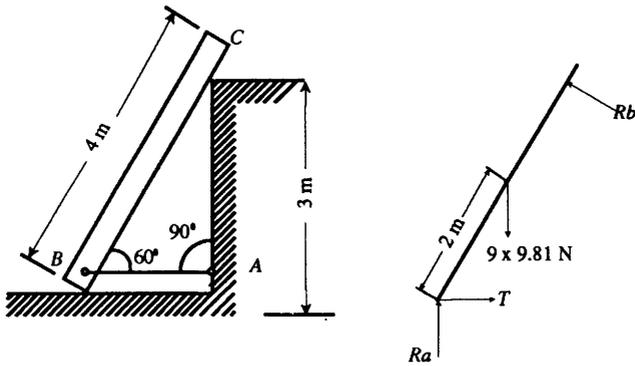
Jawab : $\cos \theta = \sqrt[3]{\frac{2a}{l}}$



Gambar 6-41

6-55 Tentukan besar gaya tegang kabel yang menahan batang BC agar tidak tergelincir (Gambar 6-42), Massa batang 9 kg dan permukaan lantai dianggap licin.

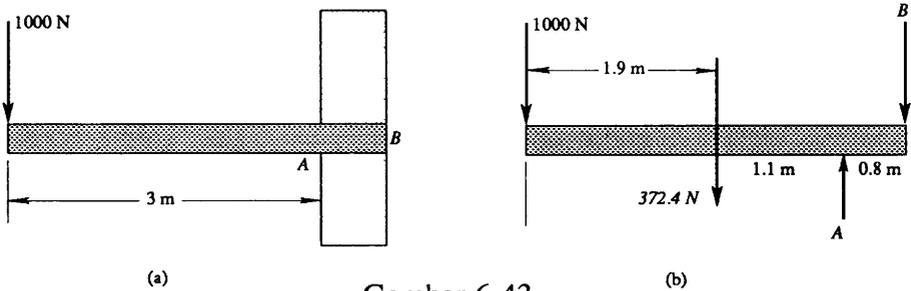
Jawab : $T = 22,07 \text{ N}$



Gambar 6-42

6-56 Sebuah batang ditanam dalam tambak sejauh 0,8 m dan pada ujung yang lain diberi beban 1000 N. (Gambar 6-43), Tentukan besar gaya reaksi batang di A dan B, bila massa batang 10 kg/m.

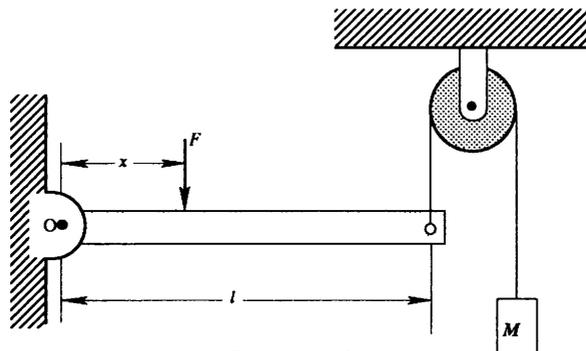
Jawab : A = 5630 N dan B = 4260 N.



Gambar 6-43

6-57 Berapa jauh dari ujung batang harus diberikan gaya vertikal F agar batang dalam sistem Gambar 6-44 berada pada posisi horizontal ?

Jawab : $x = M g \ell / F$



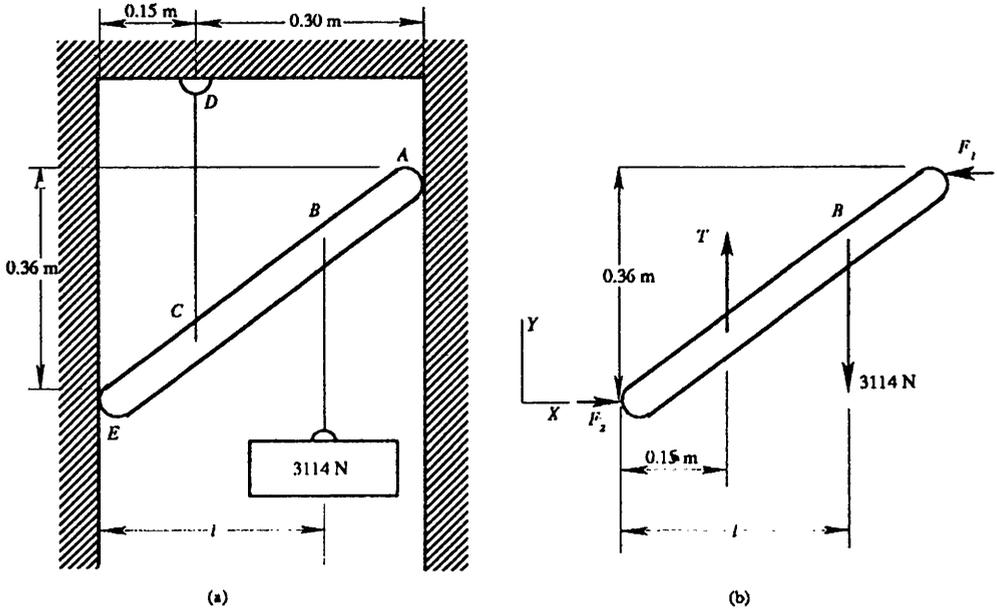
Gambar 6-44

6-58 Sebuah batang yang ringan ditahan dengan tali di C, dan di B digantungkan beban seberat 3114 N. Kedua ujung batang tertahan oleh dinding vertikal yang licin dan sistem dalam keadaan setimbang (Gambar 6-45)

- (a) Jika $\ell = 0,25$ m, hitunglah tegangan tali CD dan gaya reaksi di A dan B.
 (b) Tentukan harga maksimum ℓ jika gaya reaksi terbesar di E adalah 2224 N.

Jawab : (a) $F_1 = F_2 = 865$ N

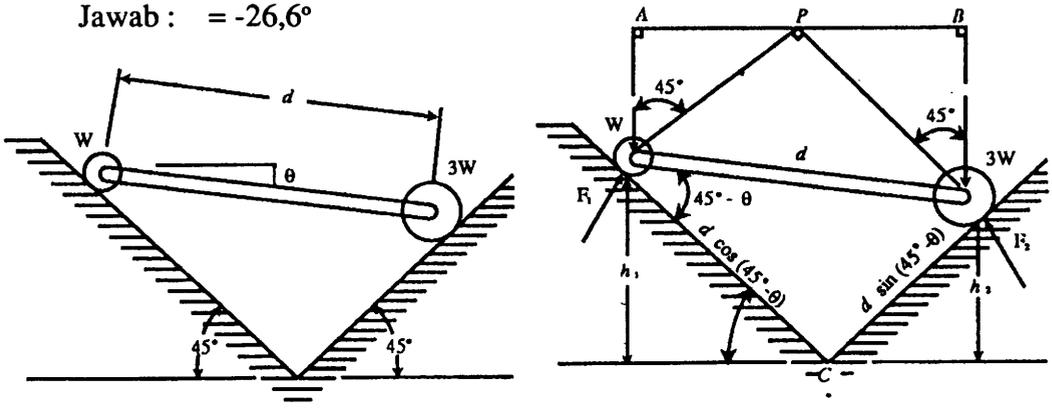
(b) 0,41 cm



Gambar 6-45

6-59 Dua buah roda beratnya w dan $3w$, dihubungkan dengan batang yang ringan dan sistem bergerak bebas di atas kemiringan seperti ditunjukkan dalam Gambar 6-46. Tentukan sudut yang di buat oleh batang dan horizontal ketika sistem dalam keadaan setimbang statik.

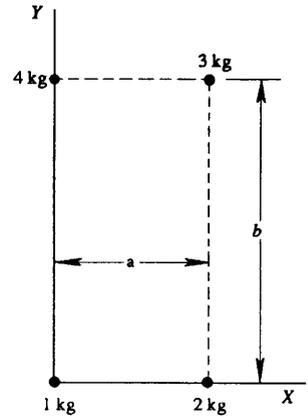
Jawab : $= -26,6^\circ$



Gambar 6 - 47

6-60 Empat partikel mempunyai massa 1 kg, 2 kg, 3 kg dan 4 kg masing-masing menempati titik sudut empat persegi panjang yang sisinya 1 m dan 2 m. Tentukan lokasi dari pusat massa sistem (Gambar 6-47).

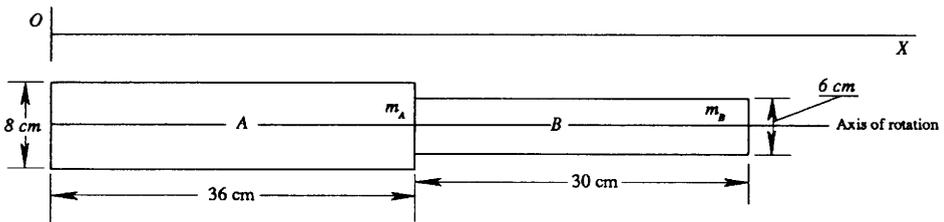
Jawab : $x_{pm} = 0,5 \text{ m}$ dan $y_{pm} = 1,4 \text{ m}$



Gambar 6-47

6-61 Gambar 6-48 adalah pandangan depan dari suatu bagian mesin yang terbuat dari bahan yang homogen. Tentukan pusat massanya.

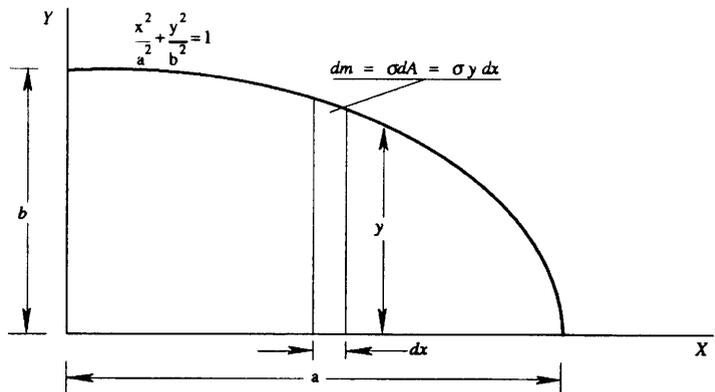
Jawab : $x_{pm} = 28,53 \text{ cm}$ dan $y_{pm} = 0$



Gambar 6-48

6-62 Tentukan pusat massa dari quadran bagian ellip yang tipis, yang terbuat dari bahan homogen dengan massa persatuan luas. (Gambar 6-49)

Jawab : $x_{p.m} = \frac{4}{3} \frac{a}{\pi}$ dan $y_{p.m} = \frac{4}{3} \frac{b}{\pi}$



Gambar 6-49

7

KERJA DAN ENERGI

7 – 1 PENGERTIAN ENERGI

Energi sering disebut juga tenaga. Dalam keadaan sehari-hari pengertian energi dihubungkan dengan gerak, misal : anak yang energik artinya anak yang penuh energi selalu bergerak tak pernah diam. Energi dihubungkan pula dengan kerja, misal : orang yang energik artinya arang yang mampu bekerja. Jadi energi adalah kemampuan untuk melakukan kerja. Dalam fisika, energi dihubungkan dengan gerak, yaitu kemampuan untuk melakukan kerja mekanik. Energi di dalam alam adalah besaran yang kekal.

Sifat-sifat Energi

(1) Transformasi Energi

Energi dapat diubah menjadi energi bentuk lain, tak dapat hilang, misal : energi pembakaran berubah menjadi energi penggerak mesin.

(2) Transfer Energi

Energi dapat dipindahkan dari satu benda ke benda lain atau dari satu sistem ke sistem lain misal : jika memasak air, energi dari api dipindah ke air yang menjadi panas, menjadi energi panas dipindahkan lagi ke dalam uap air, menjadi energi uap.

(3) Kerja

Energi dapat pindah ke sistem lain melalui gaya yang menyebabkan pergeseran, adalah kerja mekanik.

(4) Energi tak dapat dibentuk dari nol dan tak dapat dimusnahkan.

7-2 K E R J A

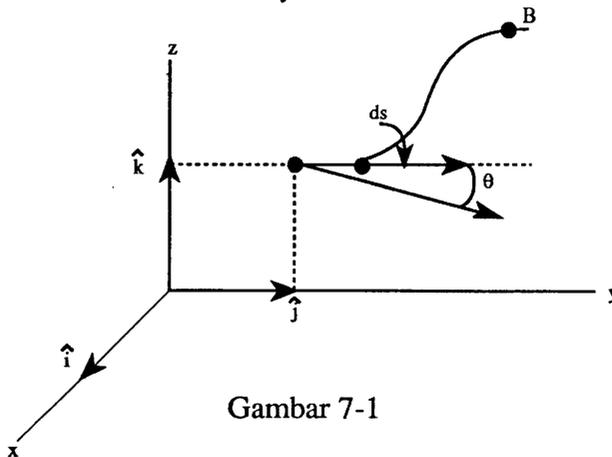
Kerja adalah pergeseran kali komponen gaya pada arah pergeseran. Kerja yang dilakukan gaya \vec{F} pada benda yang bergerak dari A ke B sepanjang lintasan tertentu adalah :

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{S} = \int_A^B F_s \cdot ds \quad (7-1)$$

di sini $F_s = F \cos \theta$ adalah komponen gaya \vec{F} dalam arah lintasannya.

Karena $d\vec{S} = dx \cdot \hat{i} + dy \cdot \hat{j} + dz \cdot \hat{k}$ maka secara umum persamaan (7-1) dapat ditulis :

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{S} = F_x dx + F_y dy + F_z dz \quad (7-2)$$



Gambar 7-1

Satuan Kerja

Jika gaya \vec{F} dalam Newton (N) dan jarak s dalam meter (m) maka kerja W dalam Joule (J)

$$1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ kg m}^2 \cdot \text{S}^{-2} = 1 \text{ J}$$

Jika gaya \vec{F} dalam dyne dan jarak s dalam cm maka kerja W dalam erg.

$$1 \text{ dyne} \cdot \text{cm} = 1 \text{ g} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-2} = 1 \text{ erg.}$$

sehingga

$$1 \text{ J} = 10^7 \text{ erg}$$

7 – 3 MACAM - MACAM ENERGI

(1) Energi Kinetik (K)

Energi kinetik adalah energi gerak jika sebuah benda mempunyai massa m dan bergerak dengan kecepatan v , maka energi kinetik $K = 1/2 m v^2$, adalah kemampuan suatu benda untuk bergerak melakukan kerja.

Jadi :

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \quad (7-3)$$

(2) Energi Potensial Gravitasi (U)

Energi potensial gravitasi adalah energi tempat, artinya kemampuan suatu benda untuk berada pada suatu tempat. Jika massa benda m berada pada ketinggian h dari posisi acuan, maka energi potensial gravitasi benda adalah :

$$U = m g h \quad (7-4)$$

(3) Energi Potensial Elastis (Pegas)

Energi potensial Elastis (E_p) merupakan energi potensial karena adanya tarikan atau penekanan pegas. **Energi potensial Elastis pegas** adalah kemampuan suatu benda yang dihubungkan dengan pegas untuk berada pada posisi panjang pegas. Jika suatu pegas dengan konstanta pegas k ditarik atau ditekan sejauh x , maka energi potensial elastis pegas adalah :

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2 \quad (7-4 a)$$

(4) Energi -Energi bentuk lain

Energi Panas, Energi Listrik, Energi Kimia, Energi Magnit dan lain-lain.

Satuan dari Energi adalah sama dengan satuan dari kerja yaitu Joule (J) atau erg.

7 – 4 HUKUM KEKALKAN ENERGI

Jika pada suatu benda diberikan gaya luar \bar{F} , maka kerja yang dilakukan oleh gaya \bar{F} pada benda akan mengakibatkan terjadinya perubahan energi kinetik, perubahan energi potensial gravitasi dan sebagian hilang berubah menjadi panas.

$$W = \bar{F} \cdot \bar{S} = \Delta K + \Delta U + H \quad (7-5)$$

disini

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m (V_2^2 - V_1^2)$$

$$\Delta U = U_2 - U_1 = m g (h_2 - h_1)$$

dan $H = f.s$ adalah panas yang timbul akibat gesekan.

Jika gaya luar \vec{F} dan gaya gesekan \vec{f} tidak ada, artinya benda melakukan kerja semata-mata hanya karena gaya beratnya saja maka persamaan (7-5) menjadi :

$$0 = \Delta K + \Delta U$$

atau

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 = \text{konstan} \quad (7-6)$$

Persamaan (7-6) ini disebut hukum kekekalan energi dan $K + U$ disebut **energi mekanik**. Jadi jika tidak ada gaya luar maka energi mekanik sistem adalah konstan.

7 – 5 D A Y A

Daya adalah laju benda melakukan kerja.

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = Fv \cos \theta = F_x \frac{dx}{dt} + F_y \frac{dy}{dt} + F_z \frac{dz}{dt}$$

di sini \vec{F} dan \vec{v} masing-masing menyatakan gaya dan kecepatan sesaat sedangkan θ adalah sudut antara gaya \vec{F} dan kecepatan \vec{v} .

Jika daya tidak berubah-ubah terhadap waktu maka :

$$P = \frac{W}{t} \quad (7-8)$$

Satuan Daya

Jika kerja W dinyatakan dalam Joule (J) dan waktu t dalam second (s) maka daya P dalam Watt (W).

sehingga :

$$1 \text{ Watt} = 1 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

satuan daya yang juga sering dipakai adalah **daya kuda** (horse power = hp) dan lb.ft/s

$$1 \text{ daya kuda} = 1 \text{ hp} = 746 \text{ W} = 550 \text{ lb.ft/s}$$

Jika gaya melakukan usaha 1000 J dalam waktu satu detik akan menghasilkan daya sebesar 1 kilowatt (1 KW) dan dalam satu jam gaya itu melakukan usaha sebanyak 1 k W.h

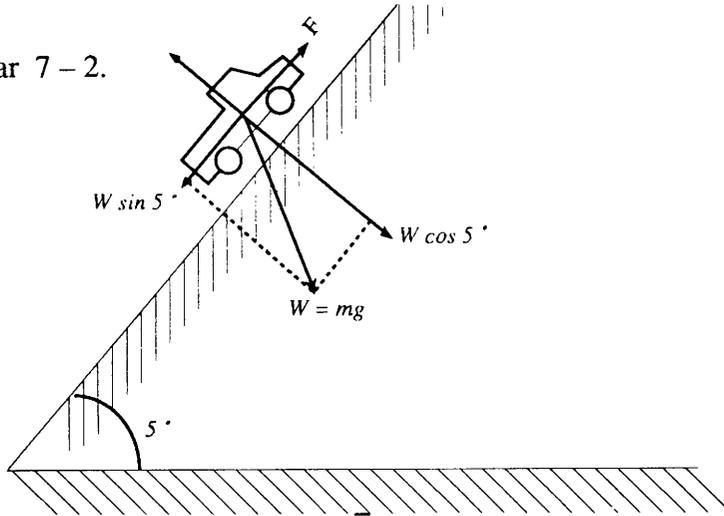
$$1 \text{ kW.h} = 3,6 \times 10^6 \text{ J}$$

SOAL YANG DIPECAHKAN

7-1 Sebuah mobil mempunyai massa 12000 kg bergerak menaiki bukit dengan kemiringan 5° dengan kecepatan tetap 36 km per jam. Hitunglah kerja yang dilakukan mesin selama 5 menit dan daya yang dikeluarkan. Anggap gaya gerak diabaikan.

Jawab :

Lihat gambar 7-2.



Gambar 7-2

Gerak mobil sepanjang bukit akibat gaya F yang di keluarkan mesin dan gaya $w \sin 5^\circ$ akibat gaya berat mobil

$$F - w \sin 5^\circ = m a.$$

Karena kecepatannya tetap, maka $a = 0$ dan

$$F = w \sin 5^\circ = m g \sin 5^\circ = 1,023 \times 10^3 \text{ N}.$$

Kecepatan mobil adalah

$$\begin{aligned} V &= 36 \text{ km/jam} = 36 (10^3 \text{ m}) (3,6 \times 10^3 \text{ s})^{-1} \\ &= 10 \text{ m s}^{-1}. \end{aligned}$$

Dalam 5 menit mobil bergerak sejauh :

$$s = vt = (10 \text{ m s}^{-1}) (300\text{s}) = 3 \times 10^3 \text{ m}$$

Kerja yang dilakukan mesin :

$$W = Fs = (1,023 \times 10^3 \text{ N}) (3 \times 10^3 \text{ m}) = 3,069 \times 10^6 \text{ J}$$

daya rata-ratanya :

$$P = \frac{W}{t} = \frac{3,069 \times 10^6 \text{ J}}{3 \times 10^2 \text{ s}} = 10,23 \text{ kW}.$$

7-2 Sebuah pistol menembakkan peluru yang massanya 3 gram dengan kecepatan 400 m/s. Jika panjang laras pistol 13 cm, hitunglah :

- (a) Besar energi yang diberikan pada peluru
- (b) Gaya rata-rata yang bekerja pada peluru selama bergerak dalam laras
- (c) Apakah gaya ini sama besar dengan gaya dorong gas pada peluru ?

Jawab :

- (a) Energi kinetik peluru pada saat meninggalkan laras

$$K_f = 1/2 m v^2 = 1/2 (0,003) (400)^2 = 240 \text{ J}$$

- (b) Kerja yang dikerjakan pada peluru sama dengan perubahan energi kinetik

$$W = \bar{F} \cdot x = K_f - K_i$$

di sini F = gaya rata-rata yang diberikan pada peluru selama gerak sepanjang x

$$\bar{F} = \frac{K_f - K_i}{x} = \frac{140 - 0}{0,13} = 1846 \text{ N}$$

- (c) Gaya dorong gas menghasilkan kerja :

$$W = \bar{F} \cdot x$$

Gaya rata-rata peluru menghasilkan kerja :

$$W = \bar{F} \cdot x = (F - f) \cdot x$$

Gaya dorong gas \bar{F} lebih besar gaya rata-rata peluru \bar{F}

7.3 Sebuah peluru mempunyai kecepatan 153 m/s jatuh dan menembus papan kayu. Setelah menembus papan, kecepatannya menjadi 130 m/s. Sebuah peluru lain yang mempunyai massa dan ukuran sama tapi bergerak dengan kecepatan 92 m/s ditembakkan ke arah papan. Jika dianggap hambatan papan tak tergantung pada kecepatannya, berapa kecepatan peluru kedua setelah menembus papan.

Jawab :

Papan memberikan jumlah kerja yang sama pada ke dua peluru sehingga mengurangi energi kinetiknya.

$$\begin{aligned} 1/2 m(153)^2 - 1/2 m(130)^2 &= 1/2 m (92)^2 - 1/2 m v^2 \\ V^2 &= 1955 \\ V &= 44,2 \text{ m/s} \end{aligned}$$

7.4 Sebuah kotak mempunyai berat 200 N ditarik ke atas pada bidang miring sejauh 10 m dan sampai ketinggian 3 m. Gaya rata-rata (sejajar bidang) adalah 120 N.

- (a) Berapa besar kerja yang di lakukan ?

(b) Berapa perubahan energi potensial kotak ? Begitu pula perubahan energi kinetiknya.

(c) Berapa besar gaya gesek yang bekerja pada kotak ?

Jawab :

(a) Kerja yang dilakukan oleh gaya tarik:

$$W = \bar{F} \cdot s = (120)(10) = 1200 \text{ J}$$

(b) Perubahan energi potensial gravitasi :

$$\Delta u = u_f - u_i = w h - 0 = (200)(3) = 1200 \text{ J}$$

Perubahan energi kinetik $\Delta K = 0$. Karena balok mula-mula dan posisi akhir berhenti.

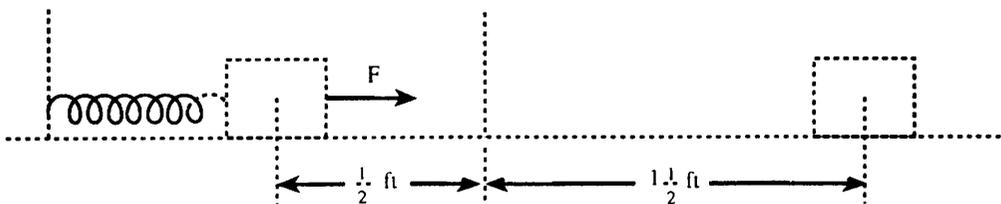
(c) Menurut hubungan kerja dan energi :

$$W = \bar{F} \cdot S = \Delta u + \Delta K + f \cdot s$$

$$1200 = 600 + 0 + f \cdot 10$$

$$f = 60 \text{ N}$$

7-5 Sebuah benda mempunyai berat 2 lb ditekan pada sebuah per yang massanya dapat diabaikan, sehingga per tertekan sejauh 6 inchi. Pada waktu dilepaskan benda itu bergerak horizontal sejauh 2 ft dan berhenti. Jika konstanta pegas $k = 8 \text{ lb/ft}$, berapakah koefisien gesekan antara benda dengan meja? (Gambar 7-3)



Gambar 7-3

$$\text{Energi benda} = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} (8) \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 \text{ ft}\cdot\text{lb}$$

Pada waktu benda dilepas, gaya F berhenti bekerja dan gaya gesek f mulai bekerja. Benda berhenti di B sejauh 2 ft.

Akibat energi potensial pegas ini benda melakukan kerja, maka :

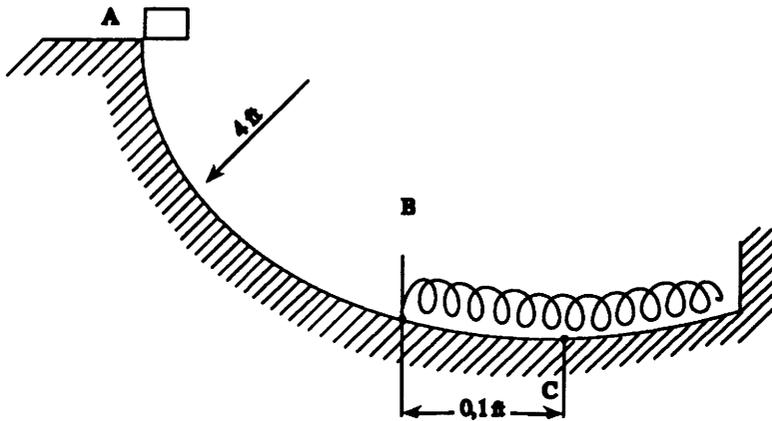
$$\frac{1}{2} kx^2 = f \cdot s = \mu mg \cdot s$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)(8)\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \mu (2)(2)$$

$$\mu = \frac{1}{4} = 0,25$$

7-6 Gambar 7-4 menunjukkan suatu lintasan tanpa gelombang dari seperempat lingkaran dengan jari-jari 4 ft dan bagian bawahnya dihubungkan dengan permukaan horizontal. Pada permukaan horizontal itu terdapat sebuah pegas yang ujungnya tepat berada pada akhir dari seperempat lingkaran itu. Sebuah benda yang beratnya 12,5 lb dilepas dengan kecepatan awal nol pada ujung atas dari lintasan dan dihentikan pada permukaan horizontal oleh pegas itu. Pegas tersebut akan tertekan $\frac{3}{4}$ ft jika gaya sebesar 1200 lb menekan pegas.

- (a) Berapakah kecepatan dari benda pada saat akan menumbuk pegas ?
- (b) Berapakah jauh pegas tertekan pada saat benda diam ?
- (c) Jika energi potensial pada bidang horizontal nol. Berapakah energi mekanik sistem, ketika benda menekan pegas sejauh 0,1 ft ?



Gambar 7-4

Jawab :

- (a) Benda bergerak dari A sampai di B bukan karena gaya luar, tetapi karena pengaruh gaya beratnya sendiri, maka :

$$(K + U)_A = (K + U)_B$$

$$0 + mgh = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = 16 \text{ ft/s}$$

- (b) Gaya sebesar 1200 lb menekan pegas $\frac{3}{4}$ ft maka :

$$F = k x \text{ atau } k = \frac{F}{x} = \frac{1200}{\frac{3}{4}} = 1600 \text{ lb/ft}$$

Kalau benda berhenti maka energi kinetik benda sama dengan energi potensial pegas .

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k X^2$$

$$\frac{12,5}{32} \cdot (16)^2 = (1600) X^2 \rightarrow x = 0,25 \text{ ft}$$

(c) Karena tak ada gaya luar dan gaya gesekan maka energi mekanik sistem tetap .

$$\text{Jadi } (K + U)_A = (K + U)_B = (K + Ep)_C = \text{energi mekanik di C}$$

$$\text{Energi mekanik di C} = mgh = (12,5)(4) = 50 \text{ lb ft.}$$

7-7 Suatu pengangkat yang diberi daya oleh motor 15 kw digunakan untuk menaikkan 500 kg ember berisi beton ke ketinggian 80 m. Bila effisiennya 80 %, tentukan waktu yang diperlukan !

Jawab :

Gaya keatas F yang diperlukan sama dengan beratnya

$$mg = 500 \text{ [kg]} \times 9,8 \text{ [m/det}^2\text{]} = 4900 \text{ [N]}$$

$$\text{Daya tersedia : } P = 0,80 \times 15 \times 10^3 \text{ [W]} = 1,2 \times 10^4 \text{ [W]}$$

$$\text{Karena } P = w/t = Fs/t$$

$$t = \frac{Fs}{P} = \frac{4900 \text{ [N]} \times 80 \text{ [m]}}{1,2 \times 10^4 \text{ [w]}} = 32,7 \text{ [detik]}$$

7-8 (a) Sebuah perahu motor memerlukan 60 kw agar bergerak dengan kecepatan konstan 16 km/jam. Berapa gaya tahanan yang dilakukan air terhadap perahu pada kecepatan ini ?

Jawab :

$$\text{Karena : } v = \frac{s}{t}, \quad P = \frac{w}{t} = \frac{Fs}{t} = Fv$$

$$\begin{aligned} \text{Di sini : } v &= 16 \text{ [km/jam]} \times \frac{100 \text{ [m/detik]}}{3600 \text{ [km/jam]}} \\ &= 4,44 \text{ [m/det]} \text{ dan } P = 60 \times 10^3 \text{ [W]} \end{aligned}$$

$$\text{maka : } F = \frac{P}{v} = \frac{60 \times 10^3 \text{ [w]}}{4,44 \text{ [m/det]}} = 1,35 \times 10^4 \text{ [N]}$$

7-9 Sebuah mobil 1000 kg mendaki bidang dengan kemiringan 10° dengan kecepatan 45 km/jam. Bila efisiensi keseluruhan 70%, berapa keluaran daya dari mesin mobil ?

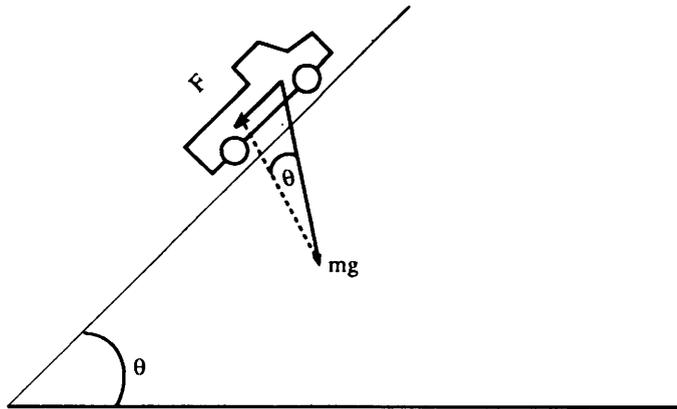
$$\begin{aligned} \text{Jawab : Berat mobil adalah } mg &= 1000 \text{ [kg]} \times 9,8 \text{ [m/det}^2\text{]} \\ &= 9,8 \times 10^3 \text{ [N]} \end{aligned}$$

Dari Gambar 7 – 5 berat mobil mg mempunyai komponen F yang sejajar bidang miring yang besarnya :

$$F = mg \sin \theta = 9,8 \times 10^3 \text{ [N]} \times \sin 10^\circ = 1,70 \times 10^3 \text{ [N]}$$

Gaya yang disediakan mesin mobil harus sama dengan besarnya F .
Kecepatan mobil adalah :

$$v = 45 \text{ [km/jam]} \times \frac{1 \text{ [m/detik]}}{3,6 \text{ [km/jam]}} = 12,5 \text{ [m/det]}$$



Gambar 7-5

Dan karena $P = Fv$, daya yang diperlukan dengan efisiensi 100 % adalah :

$$P = Fv = 1,7 \times 10^3 \text{ [N]} \times 12,5 \text{ [m/detik]} = 2,13 \times 10^4 \text{ [W]}$$

Pada efisiensi 70% :

$$P = \frac{2,13 \times 10^4}{0,70} = 3,04 \times 10^4 \text{ [w]} = 30,4 \text{ [kw]}$$

- 7-10 Pada titik tertingginya, seorang anak perempuan yang sedang main ayunan berada 2,5 m di atas tanah dan titik terendahnya dia berada 1 m di atas tanah. Berapa kecepatan maksimumnya ?

Jawab:

Kecepatan maksimum v terjadi pada titik terendahnya.

Energi kinetiknya di sini sama dengan berkurangnya energi potensialnya.

Ketika menurun setinggi $h = 2,5\text{[m]} - 1\text{[m]} = 1,5\text{[m]}$

Dari sini : $E_K = E_P$

$$\frac{1}{2} mv^2 = mgh$$

$$v = \sqrt{2gh} = 2 \times 9,8 \text{ [m/det}^2] \times 1,5 \text{ [m]}$$

$$= \sqrt{29,4 \text{ [m}^2\text{/det}^2]} = 5,4 \text{ m/det}$$

Hasil ini tidak bergantung pada massa anak perempuan tersebut.

- 7-11 Seorang pria meluncur ke bawah pada bidang miring yang tingginya 200 m. Bila kecepatannya pada bagian bawah bidang miring adalah : 20 m/detik, berapa persentase berkurangnya energi potensial dihitung dari awal, karena gesekan dan tahanan udara ?

Jawab:

$$\frac{EK \text{ akhir}}{EP \text{ awal}} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{mgh} = \frac{v^2}{2gh} = \frac{(20 \text{ m/det})^2}{2 \times 9,8 \text{ [m/det}^2] \times 200 \text{ m}}$$

$$= 0,102 = 10,2\%$$

yang berarti 89,8 % dari EP awalnya hilang.

- 7-12 Kira-kira 4×10^9 kg materi diubah menjadi energi di matahari setiap detiknya. Berapa keluaran daya dari matahari ?

Jawab:

Energi yang dihasilkan matahari per detik adalah :

$$E_o = m_o c^2 = 4 \times 10^9 \text{ [kg]} \times (3 \times 10^8 \text{ m/s})^2$$

$$= 3,6 \times 10^{25} \text{ [J]}$$

Jadi keluaran daya :

$$P = \frac{E_o}{t} = \frac{3,6 \times 10^{25} \text{ [J]}}{1 \text{ [s]}} = 3,6 \cdot 10^{26} \text{ [w]}$$

- 7-13 Berapa massa yang diubah menjadi energi setiap harinya dalam instalansi tenaga nuklir yang beroperasi pada 100 megawatt (100×10^6 w) ?

Jawab :

Terdapat : $60 \times 60 \times 24 = 86.400$ [detik/hari].

maka energi yang dibebaskan per hari adalah :

$$E_o = Pt = 10^8 \text{ [W]} \times 8,64 \times 10^4 \text{ [det]} = 8,64 \times 10^{12} \text{ [J]}$$

Karena $E_o = m_o c^2$, maka :

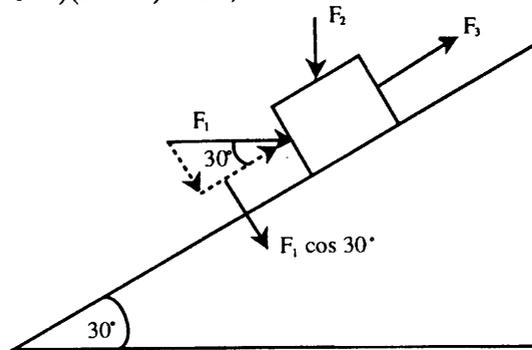
$$m_o = \frac{E_o}{C^2} = \frac{8,64 \times 10^{12} \text{ [J]}}{(3 \times 10^8 \text{ m/det})^2} = 9,6 \times 10^{-5} \text{ [kg]}$$

- 7-14 Benda di atas bidang miring (lihat Gambar 7-6) bergerak ke atas karena padanya bekerja beberapa gaya, ketiga di antaranya tergambar sebelah : F_1 sebesar 40 N arah datar; F_2 tegaklurus bidang miring sebesar 20 N, F_3 sebesar 30 N sejajar bidang miring. Hitunglah usaha yang dilakukan masing-masing gaya kalau benda berpindah 80 cm ke atas.

Jawab :

Komponen F_1 sejajar arah perpindahan adalah

$$F_1 \cos 30^\circ = (40 \text{ N})(0.866) = 34,6 \text{ N}$$



Gambar 7 – 6

Maka usaha yang dilakukan F_1 adalah $(34,6 \text{ n}) (0,80 \text{ m}) = 28 \text{ J}$ (perhatikan bahwa perpindahan harus dinyatakan dalam meter).

F_2 ternyata tidak melakukan usaha apapun, karena gaya ini tidak mempunyai komponen dalam arah perpindahan.

Komponen gaya F_3 dalam arah perpindahan adalah 30 N , maka usaha yang dilakukannya adalah $(30 \text{ N}) (0,80 \text{ m}) = 24 \text{ J}$

- 7-15 Kalau benda kita angkat, kita melakukan usaha melawan gaya tarik bumi. Berapakah usaha itu kalau benda 3 kg kita angkat 40 cm ?

Jawab :

Agar benda 3 kg dapat diangkat dengan kecepatan tetap, kita harus mengadakan gaya ke atas yang sama besarnya dengan berat benda $mg = (3)(9,8) \text{ N}$. Usaha gaya inilah yang dimaksud dengan istilah usaha melawan gravitasi. Atas dasar kekalnya energi, maka seandainya gaya ini tidak tetap, usaha untuk melawan gaya tarik bumi, akan tetap sama.

Kalau benda diangkat setinggi h , usaha melawan gaya tarik bumi adalah $mg h$, maka :

$$\text{usaha melawan gravitasi} = mg h = [(3)(9,8) \text{ N}] (0,40 \text{ m}) = 11,8 \text{ J}$$

- 7-16 Tangga (panjang $3,0 \text{ m}$, berat 200 N) pusat beratnya berada 120 cm dari ujung bawah. Pada ujungnya yang lain terdapat benda seberat 50 N . Tangga terletak di tanah. Berapakah usaha diperlukan untuk mengangkat tangga hingga berdiri tegak ?

Jawab :

Usaha untuk melawan gaya berat ini terdiri atas dua bagian: usaha untuk mengangkat beban pada ujung tangga setinggi 3 m. Maka :

$$\text{Usaha} = (200 \text{ N})(1,20 \text{ m}) + (50 \text{ N})(3 \text{ m}) = 390 \text{ J}$$

7-17 Hitunglah usaha yang diperlukan agar pompa dapat memompakan 600 liter minyak ke dalam tangki setinggi 30 m. Satu cc minyak massanya 0,82 gram. Satu liter adalah 100 cm^3 .

Jawab :

Minyak yang dipindahkan, massanya :

$$\begin{aligned} (600 \text{ liters}) \frac{1000 \text{ cm}^3}{\text{liter}} \cdot 0,82 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} &= 492.000 \text{ g} \\ &= 492 \text{ kg} \end{aligned}$$

Usaha yang diperlukan :

$$\begin{aligned} \text{usaha} &= (mg) (h) = [(492)(9,8) \text{ N}](20 \text{ m}) \\ &= 96 400 \text{ J} \end{aligned}$$

7-18 Benda bermassa 2 kg jatuh sejauh 400 cm.

(a) Hitung usaha yang dilakukan gaya gravitasi pada benda itu.

(b) Benda itu energi potensial gravitasinya (μ) berkurang ; berapa berkurangnya ?

Jawab :

Bumi menarik benda dengan gaya mg , sedangkan perpindahan yang terjadi adalah 4 m dalam arah gaya. Maka usaha yang dilakukan gaya gravitasi adalah :

$$(mg) (4 \text{ m}) = [(2) (9,8) \text{ N}] (4 \text{ m}) = 78 \text{ J}$$

Perubahan μ benda adalah $mgh_f - mgh_o$, dengan h_o dan h_f adalah ketinggian semula dan terakhir benda dihitung terhadap sesuatu permukaan acuan. Maka :

$$\begin{aligned} \text{Perubahan } \mu &= mgh_f - mgh_o = mg(h_f - h_o) \\ &= [(2)(9,8) \text{ N}] (-4\text{m}) = -78 \text{ J} \end{aligned}$$

EPG yang hilang (berkurang) adalah 78 J.

7-19 Benda 0,20 kg diam di atas lantai licin. Pada benda bekerja gaya sebesar 1,50 N dalam arah datar. Setelah benda menempuh 30 cm berapakah lajunya ?

Jawab :

Usaha yang dilakukan gaya pada benda menghasilkan penambahan energi kinetik dalam jumlah yang sama

Usaha yang dilakukan = $(K)_{akhir} - (K)_{awal}$

atau

$$Fs \cos 0^\circ = 1/2 mv_f^2 - 0$$

Setelah diisikan harga-harga yang diketahui :

$$(1,50 \text{ N}) (0,30 \text{ m}) = 1/2 (0,20 \text{ kg}) v_f^2 \text{ atau } v_f = 2,1 \text{ m/s.}$$

7-20 Benda 0,50 kg menggeser di atas meja dengan kecepatan mula sebesar 20 cm/s, dan setelah 70 cm benda berhenti. Berapakah gaya gesek yang dialaminya (anggaplah konstan).

Jawab :

K mula benda hilang berubah menjadi usaha untuk melawan gesekan. (Jadi gaya gesek melakukan kerja pada benda). Gaya reaksi terhadap gaya gesek, yang menurut hukum ketiga Newton adalah sama besar namun berarah berlawanan, melakukan usaha yang sama besar dalam “mengatasi gesekan”, jadi usaha ini dilakukannya pada permukaan meja. Dapatlah ditulis :

K yang hilang = usaha mengatasi gesekan

$$1/2mv_o^2 - 0 = fs$$

Maka :

$$1/2(0,50 \text{ kg})(0,20 \text{ m/s})^2 = f(0,70 \text{ m}) \text{ atau } f=0,0143 \text{ N}$$

7-21 Mobil 3000 lb dengan kecepatan 40 ft/s membentur tembok dan dapat menempuh 8 ft sebelum berhenti. Berapakah gaya rata-rata yang dialami mobil dari tembok ?

Jawab :

K mobil hilang berubah menjadi usaha pada tembok. Dapatlah kita tulis :

Kekurangan K = usaha mengatasi gaya tembok pada mobil

$$1/2 mv_o^2 - 0 = Px$$

di sini P adalah gaya tembok pada mobil, $x = 8 \text{ ft}$.

$$v_o = 40 \text{ ft/s} \quad \text{dan} \quad m = \frac{w}{g} = \frac{3000 \text{ lb}}{32,2 \text{ ft/s}^2}$$

Setelah diisikan, diperoleh $P = 9400 \text{ lb}$.

7-22 Peluru ditembakkan dengan laju awal 20 m/s ke atas. Berapa ketinggian yang dicapai kalau lajunya tinggal 8,0 m/s ? Gesekan udara boleh diabaikan.

Jawab :

$$\begin{aligned} K \text{ peluru yang hilang} &= \mu \text{ peluru yang muncul} \\ \frac{1}{2}mv_o^2 - \frac{1}{2}mv_f^2 &= mgh_f - mgh_o = mg(h_f - h_o) \\ &= mgh \end{aligned}$$

(h = ketinggian yang tercapai). Perhatikan bahwa massa benda dapat dihilangkan dari persamaan di atas. Dengan $v_o = 20 \text{ m/s}$, $v_f = 8,0 \text{ m/s}$, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, diperoleh $h = 17,1 \text{ m}$.

7-23 Gaya 70 N bekerja pada benda 5 kg (lihat Gambar 7-7).

(a) Kalau gesekan dianggap tidak ada, berapakah laju benda, setelah didorong gaya itu sejauh 6 m (benda mula-mula diam)

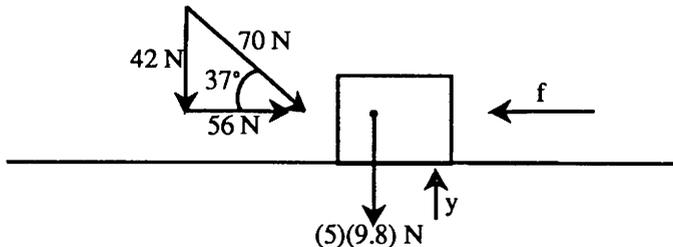
(b) Bagaimana kalau koefisien gesekan antara benda dan lantai adalah 0,40 ?

Jawab :

(a) Dari Gambar 7-7 tampak bahwa, jika $f=0$, maka komponen gaya dorong dalam arah gerak adalah 56 N.

Karena usaha oleh gaya = kenaikan K benda, kita dapatkan :

$$\begin{aligned} [(70 \text{ N}) \cos 37^\circ](s) &= \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_o^2 \\ \text{atau } (56 \text{ N})(6 \text{ m}) &= \frac{1}{2}(5 \text{ kg})v_f^2 - 0 \\ \text{maka : } v_f &= 11,6 \text{ m/s.} \end{aligned}$$



Gambar 7-7

(b) Kalau f tidak nol, usaha gaya-gaya pada benda itu adalah $(70 \cos 37^\circ - f)(s)$, karena gaya dalam arah gerak sekarang adalah $(70 \cos 37^\circ - f)$. Untuk mengetahui f , Y harus dihitung dahulu.

Karena $a_y = 0$, maka persamaan

$$\sum F_y = ma_y \text{ menjadi } -42 \text{ N} - (5)(9,8) \text{ N} + Y = 0$$

atau $Y = 91 \text{ N}$, maka

$$f = \mu Y = (0,40)(91) = 36 \text{ N}$$

Karena :

Usaha yang dilakukan = kenaikan K :

Maka $(70 \cos 37^\circ - 36) (6) = 1/2 (5)v_f^2 - 0$
 atau $v_f = 6,9 \text{ m/s}$.

7-24 Sebutir manik-manik dapat menggeser tanpa gesekan berarti melalui kawat (lihat gambar 7-8). Kalau laju di titik A adalah 200 cm/s.

(a) berapakah laju di titik B?

(b) di titik C ?

Jawab :

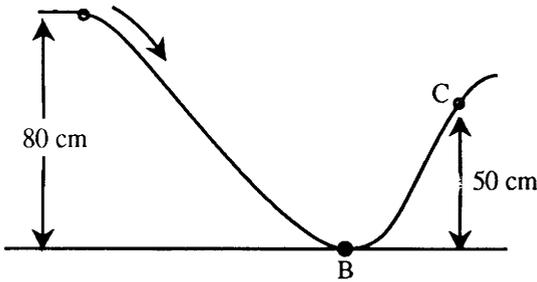
Pada manik-manik itu berlaku :

Kenaikan $K = \mu$ yang hilang, maka :

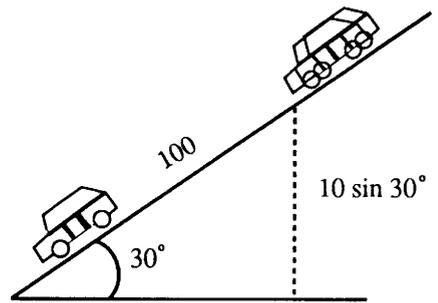
$$1/2mv_f^2 - 1/2mv_o^2 = mgh_o - mgh_f$$

(a) Di sini: $v_o = 2,0 \text{ m/s}$, $h_o = 0,8 \text{ m}$, dan $h_f = 0 \text{ m}$, maka $v_f = 4,44 \text{ m/s}$.

(b) Di sini: $v_o = 2,0 \text{ m/s}$, $h_o = 0,8 \text{ m}$, dan $h_f = 0,5 \text{ m}$, diperoleh $v_f = 3,14 \text{ m/s}$.



Gambar 7-8



Gambar 7-9

7-25 Mobil 1200 kg menggelinding bebas pada Gambar 7-9. Pada saat mobil berkecepatan 12 m/s, sopir mulai menginjak rem. Berapakah besar gaya rem F (yang tetap dan berarah sejajar permukaan miring) agar mobil dapat berhenti dalam jarak 100 m ?

K yang hilang + μ yang hilang = usaha untuk mengatasi gaya rem

$$(1/2mv_o^2 - 1/2mv_f^2) + (mg)(100 \sin 30^\circ) = Fs$$

Isikan $m = 1200 \text{ kg}$; $v_o = 12 \text{ m/s}$; $v_f = 0$, $s = 100$, maka $F = 6700 \text{ N}$.

7-26 Perhatikan kembali Gambar 7 – 8. Misalkan massa manik-manik 15 g, lajunya di titik A, 2,0 m/s dan di titik C manik-manik berhenti. Panjang AC adalah 250 cm. Jelas manik-manik mengalami gesekan: berapakah harga rata-rata gaya gesek itu ?

Jawab :

Untuk gerak A ke C berlaku :

K yang + μ yang hilang = usaha untuk mengatasi gesekan.

atau

$$(1/2 mv_o^2 - 0) + mg (0,30 \text{ m}) = f (2,5 \text{ m})$$

Dengan mengisikan $m = 0,015 \text{ kg}$ dan $v_o = 2,0 \text{ m/s}$, diperoleh $f = 0,00296 \text{ N}$.

7-27 Kereta api 60 000 kg ditarik gaya 3000 N di atas rel yang miring 1%. Kereta mengalami gesekan 4000 N. Kalau kecepatan semulanya 12 m/s, berapakah jarak s yang harus ditempuh k.a. sebelum kecepatannya tinggal 9 m/s ?

Jawab :

Berlaku di sini :

K yang hilang + usaha oleh lok = kenaikan μ + usaha melawan gesekan
atau

$$(1/2 mv_o^2 - 1/2 mv_f^2) + (3000 \text{ N})s = mg(h_f - h_o) + (4000 \text{ N})s$$

Kemiringan 1% berarti : Setiap 1 meter, permukaan naik 0,01 m.

Maka $h_f - h_o = 0,01 s$.

Dengan mengisikan

$$m = 60\,000 \text{ kg}, v_o = 12 \text{ m/s},$$

$$v_f = 9 \text{ m/s}, \text{ diperoleh } s = 277 \text{ m}$$

7-28 Dalam iklan disebut bahwa mobil tertentu (yang massanya 1200 kg) dari keadaan diam dapat mencapai kecepatan 25 m/s dalam waktu 8,0 s. Berapakah daya rata-rata mesin mobil itu? Anggap tak ada gesekan.

Usaha yang diperlukan menggerakkan mobil :

$$\text{Usaha} = \text{kenaikan } K = 1/2 mv_f^2$$

Waktu yang diperlukan untuk mencapai ini 8 s. Maka :

$$\text{daya} = \frac{\text{usaha}}{\text{waktu}} = \frac{1/2 (1200 \text{ kg}) (25 \text{ m/s})^2}{8 \text{ s}} = 46900 \text{ W}$$

Apabila daya dikehendaki dalam satuan pk, maka :

$$\text{daya} = (46900 \text{ W}) \frac{1 \text{ pk}}{746 \text{ W}} = 63 \text{ pk}$$

7-29 Mesin dengan daya 0,25 pk dipakai untuk mengangkat beban dengan laju 5,0 c/s yang tetap. Berapakah beban yang dapat diangkat ?

Jawab :

Daya yang dihasilkan mesin adalah $0,25 \text{ pk} = 186,5 \text{ W}$. Pada kecepatan tersebut di atas, maka dalam 1 detik beban mg dapat diangkat setinggi $0,050 \text{ m}$. Karena itu: usaha yang dilakukan dalam waktu 1 detik = (beban) (perubahan tinggi yang dicapai dalam waktu 1 detik) = $(mg)(0,050 \text{ m})$.

Menurut definisi, daya = usaha/waktu, maka :

$$186.5 \text{ W} = \frac{(mg)(0.050 \text{ m})}{1 \text{ s}}$$

Dengan $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, maka $m = 381 \text{ kg}$, jadi mesin tersebut mampu mengangkat beban 380 kg dengan kecepatan tersebut di atas.

- 7-30 Mesin yang daya gunanya 90% menggerakkan derek yang daya gunanya hanya 40%. Dengan kecepatan berapakah derek dapat mengangkat beban 880 lb , kalau daya masuk mesin adalah 5 kW .

Jawab :

$$\text{Daya guna keseluruhan} = (40\%)(90\%) = 36\%$$

$$\text{Daya yang dapat digunakan} = (0.36)(5 \text{ kW}) = 1,8 \text{ kW}$$

Seperti halnya soal 7 – 29, kita dapat langsung memakai definisi daya. Tetapi sekarang, marilah kita pakai jalan yang lain. Ingat bahwa :

daya = (gaya)(laju), maka :

$$(1.8 \times 10^3 \text{ W}) \frac{1 \text{ pk}}{746 \text{ W}} \frac{550 \text{ ft lb/s}}{1 \text{ pk}} = (880 \text{ lb})(\text{laju})$$

$$\text{Maka laju} = 1,51 \text{ ft/s}$$

- 7-31 Muatan gandum akan dibongkar dari palka kapal dengan mesin “elevator”. Alat ini dapat mengangkat gandum setinggi 12 m sebanyak $2,0 \text{ kg}$ setiap detik, untuk kemudian dijatuhkan dengan kecepatan $3,0 \text{ m/s}$. Mesin dengan pk berapakah sedikit-dikitnya dapat mengerjakan ini ?

Jawab :

Usaha mesin setiap detik adalah :

$$\text{daya} = mgh + 1/2mv^2$$

disini m adalah massa gandum. Dengan $m = 2,0 \text{ kg}$, $v = 3,0 \text{ m/s}$ dan $h = 12 \text{ m}$ diperoleh :

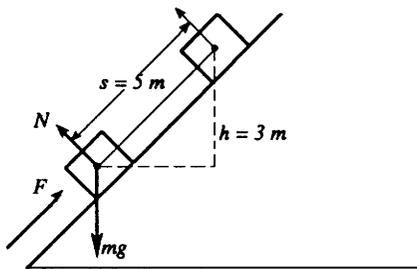
$$\text{daya} = 244 \text{ W} = 0,33 \text{ pk}$$

Keluaran mesin sedikit-dikitnya haruslah $0,33 \text{ pk}$.

- 7-32 Sebuah balok dengan massa 10 kg dinaikkan dari dasar sebuah bidang miring sepanjang 5 m dan jarak 3 m dari dasar. Jika bidang miring licin, berapa kerja yang dilakukan oleh gaya yang sejajar bidang miring mendorong balok ke atas pada kecepatan tetap, $g = 10 \text{ m/det}^2$.

Jawab : Balok bergerak lurus beraturan, berarti :

$$\begin{aligned}
 W_{\text{total}} &= \Delta K = 0 \\
 W_F + W_{\text{grav}} &= 0 \rightarrow W_F = -W_{\text{grav}} \\
 &= \Delta E.P \\
 &= mgh \\
 &= 10 \cdot 10 \cdot 3 = 300 \text{ joule.}
 \end{aligned}$$



Gambar 7-10

7-33 Seorang anak menarik sebuah peluncur dengan massa 5 kg sepanjang 10 m pada permukaan horizontal ($\mu = 0,2$) sehingga kecepatannya tetap. Gaya tarik membuat sudut 45° dengan bidang horizontal. Berapa kerja yang dilakukan oleh anak tersebut ?

Jawab :

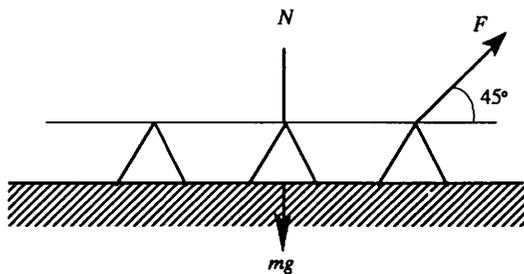
$$\begin{aligned}
 \Sigma F_x &= F \cos \theta - f = 0 \\
 \Sigma F_y &= F \sin \theta + N - mg = 0 \\
 N &= mg - F \sin \theta \\
 f &= \mu N = (mg - F \sin \theta) \\
 F \cos \theta - (mg - F \sin \theta) &= 0 \\
 F (\cos \theta + \sin \theta) &= \mu mg
 \end{aligned}$$

$$F = \frac{\mu mg}{\cos \theta + \sin \theta}$$

$$\text{Jadi } W_F = F s \cos \theta = \frac{mg s \cos \theta}{\cos \theta + \mu \sin \theta}$$

$$= \frac{0,2 \cdot 5 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{2}}{\frac{1}{2} \cdot 2 (1 + 0,2)} = \frac{100}{1,2} = \frac{1000}{12}$$

$$= 83,3 \text{ joule}$$



Gambar 7-11

7-34 Sebuah gaya $F = 6t$ (dalam newton) bekerja pada sebuah benda dengan massa 2 kg. Jika benda mula-mula diam, tentukan kerja oleh gaya tersebut selama 2 detik pertama.

Jawab :

$$F = m a \rightarrow a = \frac{6t}{2} = 3t$$

$$v = \int_0^2 a dt = \int_0^2 3t dt = \frac{3}{2} t^2$$

$$x = \int_0^1 v dt = \int_0^1 \frac{3}{2} t^2 dt = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3} t^3$$

$$\text{Jadi } t = (2x)^{1/2}$$

$$\text{Maka } W = \int F dx = \int 6t dx = \int 6(2x)^{1/2} dx$$

$$= \int_0^4 7,560 x^{1/2} dx = 5,670 x$$

$$t = 2 \rightarrow x = 0,52^3 = 4 \text{ Jadi } W = 36 \text{ J}$$

Keterangan :

$$W = \int F dx = \text{tak dapat segera diselesaikan sebab } F \text{ bukan fungsi } x.$$

Cara lain :

$$x = \frac{1}{2} t^3 \rightarrow dx = \frac{3}{2} t^2 dt$$

$$\text{Jadi } W = \int F dx = \int_0^1 6t \cdot \frac{3}{2} t^2 dt$$

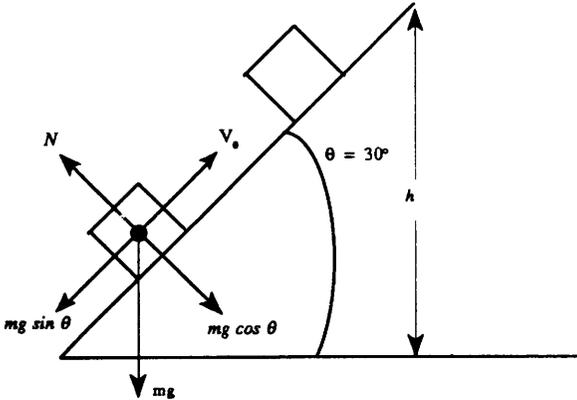
$$= \int_0^1 9t dt = \frac{9}{4} t^2$$

$$t = 2 \rightarrow W = \frac{9}{4} 2^2 = 36 \text{ J}$$

7-35 Sebuah balok dari 5 kg didorong ke atas pada sebuah bidang miring ($\theta = 30^\circ$) dengan kecepatan awal 5 m/det setelah menempuh jarak 1,5 m berhenti dan meluncur ke bawah kembali.

- Hitung gaya gesek (dianggap mempunyai besar tetap) antara balok dan bidang miring.
- Tentukan kecepatan balok ketika mencapai dasar bidang miring.

Jawab :



Gambar 7-12

a. $W_{\text{total}} = \Delta K$

$$W_{\text{grav}} + W_f = \frac{1}{2} mv_0^2$$

$$(-\Delta\mu) - f \cdot s = \frac{1}{2} mv_0^2$$

$$-mgh - f \cdot s = \frac{1}{2} mv_0^2$$

$$f \cdot s = \frac{1}{2} mv_0^2 - mgh$$

$$f = \frac{\frac{1}{2} mv_0^2 - mgh}{s} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 25 - 5 \cdot 10 \cdot 1,5 \cdot \sin 30^\circ}{1,5}$$

$$= \frac{62,5 - 37,5}{1,5} = \frac{25}{1,5} = 16,7 \text{ N}$$

b. $W_{\text{total kebawah}} = \Delta K$

$$mgh - f \cdot s = \frac{1}{2} mv^2$$

$$5 \cdot 10 \cdot 1,5 \cdot \frac{1}{2} - 16,7 \times 1,5 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot v^2$$

$$v^2 = 37,5 \times \frac{2}{5} - \frac{3}{5} \cdot \frac{16,7 \cdot 25}{1,5} = 15 - 10 = 5$$

$$v = \sqrt{5} \text{ m/det.}$$

cara lain :

$$W_{\text{total}} = \Delta K$$

$$W_{\text{grav}} + W_f = K$$

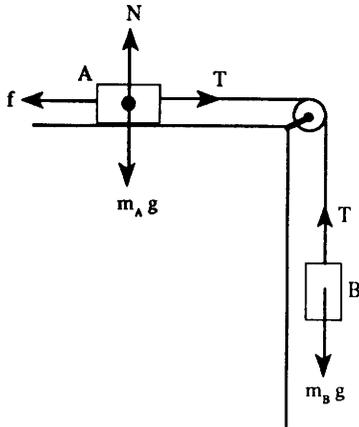
$$(-E.P.) - f \cdot s = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 5 v^2 = -\frac{25}{1,5} \cdot \frac{2}{5} \times 1,5 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5^2$$

$$v^2 = -50 \times \frac{2}{5} + \frac{125}{2} \cdot \frac{2}{5} = -20 + 25 = 5$$

$$v = \sqrt{5} \text{ m/det.}$$

7-36 2 balok A (200 kg) dan B (300 kg) dihubungkan dengan tali melalui katrol licin. $\mu = 0,25$. Tentukan kecepatan A sesudah bergerak 1,5 m.



Gambar 7 – 13.

Jawab :

Balok A.

$$W_{\text{total}} = W_f + W_T = \Delta K$$

$$-f \cdot s + T \cdot s = 1/2 m_A v_A^2 \dots\dots\dots(1)$$

Balok B :

$$W_{\text{total}} = W_T + W_{\text{grav}} = K$$

$$-T \cdot h + mgh = 1/2 m_B v_B^2 \dots\dots\dots(2)$$

$$h = s \rightarrow (1) + (2)$$

$$f \cdot s + mgh = 1/2 m_A v_A^2 + 1/2 m_B v_B$$

Jadi $1/2 m_A v_A^2 = -f \cdot s - 1/2 m_B v_A^2 + m_B gh$

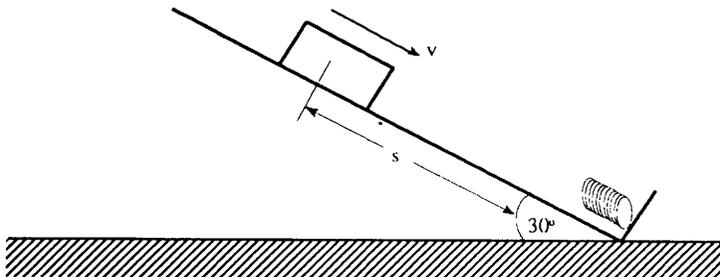
besar $v_A = v_B \rightarrow (1/2 m_A + 1/2 m_B) v_A^2 = -f \cdot s + M_B gs$

$$v_A^2 = \frac{-f \cdot s + m_B gs}{1/2(m_A + m_B)} = \frac{-m_A gs + m_B gs}{1/2(m_A + m_B)}$$

$$= \frac{gs(m_A - m_B)}{1/2(m_A + m_B)} = \frac{10 \cdot 1,5(300 - 1/2 \cdot 200)}{1/2(200 + 300)}$$

$$= \frac{15(250)}{250} = 15 \rightarrow v_A = \sqrt{15} \text{ m/det} = 3,9 \text{ m/det.}$$

7-37 Sebuah beban 75 kg menuruni bidang miring ($\theta = 30^\circ$) mengenai sebuah pegas ($k = 3000 \text{ N/m}$). Pada saat beban berada pada jarak 10 m dari pegas kecepatan beban 6 m/det. Tentukan jarak penekanan pegas ($\mu = 0,3$).



Gambar 7-14

Jawab :

$$s = 10 \text{ m}$$

$$W_{\text{total}} = \Delta K$$

$$W_f + W_{\text{grav}} + W_{\text{pegas}} = \Delta K$$

$$-f(s+x) + (-\Delta E.P_{\text{grav}}) + (-\Delta E.P_{\text{pegas}}) = \Delta E.K.$$

$$-\mu mg \cos 30^\circ (s+x) + mg (s+x) \sin 30^\circ - 1/2 kx^2 = -1/2 mv_0^2$$

$$1/2 kx^2 + (s+x) mg (\mu \cos 30^\circ - \sin 30^\circ) - 1/2 mv_0^2 = 0$$

$$1/2 \cdot 3000 x^2 + (10+x) 75 \cdot 10 (0,30866 - 1/2) - 1/2 \cdot 75 \cdot 36 = 0$$

$$1500 x^2 + (10+x) 750 (-0,24) - 1350 = 0$$

$$4 x^2 - 0,48 (10+x) - 3,6 = 0$$

$$4 x^2 - 0,48 x - 4,8 - 3,6 = 0$$

$$4 x^2 - 0,48 x - 8,4 = 0 \rightarrow x^2 - 0,12 x - 2,1 = 0$$

$$100 x^2 - 12x - 210 = 0 \rightarrow 50 x^2 - 6x - 105 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 4,50 \cdot -105}}{100} = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 305}}{100}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{341}}{100} = \frac{6 \pm 18,47}{100}$$

$$x = \frac{6 + 18,47}{100} = \frac{24,47}{100} \text{ m} = 24,47 \text{ cm}$$

SOAL LATIHAN

7-38 Seekor kuda mempergunakan gaya 900 N sewaktu menarik eretan sejauh 4 km.

- (a) Berapa kerja yang dilakukan kuda ?
- (b) Jika perjalanan tersebut memakan waktu 30 menit, berapakah daya yang dilakukan kuda tersebut ?

Jawab : (a) $3,6 \times 10^6$ J

(b) 2 kW

7-39 Dalam tahun 1970, jumlah penduduk di dunia adalah $3,5 \times 10^9$ orang dan sekitar 2×10^{20} J usaha dipergunakan oleh manusia. Berapa konsumsi daya rata-rata untuk setiap orangnya. (1 tahun = $3,15 \times 10^7$ detik).

Jawab : 1800 W

7-40 Seorang pendaki gunung yang massanya 80 kg mengeluarkan daya rata-rata sebesar 75 w

- a. Berapa kerja yang dilakukan setelah mendaki gunung setinggi 2000 m ?
- b. Berapa waktu yang diperlukan untuk mendaki gunung tersebut ?
- c. Berapa energi potensialnya setelah sampai di puncak ?

Jawab : (a) $1,57 \times 10^6$ J

(b) 5 jam 48 menit

(c) $1,57 \times 10^6$ J

7-41 Seseorang menggunakan tali dan sistem puli-puli (katrol) untuk mengangkat katrol 90 kg setinggi 3 m. Ia mengeluarkan gaya sebesar 270 N terhadap tali dan menariknya sejauh 12 m melalui katrol.

- (a) Berapa pertambahan energi potensial katrol ?
- (b) Berapa usaha yang dilakukannya ?
- (c) Jika jawaban a dan b berbeda, apakah penyebabnya ?

Jawab : (a) 3240 J

(b) 2646 J

(c) 594 J berupa panas.

7-42 Keempat mesin pesawat terbang DC-8 seluruhnya mengambil daya $2,2 \times 10^4$ kw, bila kecepatannya 240 m/detik. Berapa gaya yang dipergunakan mesin ?

Jawab : $9,17 \times 10^4$ N

7-43 Abaikan gesekan dan tahanan udara, mana yang lebih besar yang diperlukan untuk mempercepat mobil dari 10 km/jam ke 20 km/jam atau dari 20 km/jam ke 30 km/jam ?

Jawab : 20 km/jam ke 30 km/jam

7-44 Sebuah mobil 1400 kg mempunyai mesin yang dapat memberikan 60 kw ke roda belakang. Berapa kecepatan maksimumnya ketika mobil mendaki bukit dengan kemiringan 15° ?

Jawab : 16,9 m/s = 61 km/jam

7-45 Tentukan energi kinetik dari 2 g (0,002 kg) serangga, bila serangga terbang dengan kecepatan 0,4 m/detik.

Jawab : $1,6 \times 10^{-4}$ J

7-46 Elektron dalam tabung gambar televisi yang mengenai layar dan menghasilkan kilatan cahaya yang membentuk gambar mempunyai massa $9,1 \times 10^{-31}$ kg dan kecepatan 3×10^7 m/detik. Berapa energi kinetik dari elektron tersebut ?

Jawab : $4,1 \times 10^{-6}$ J

7-47 (a) Berapa energi kinetik dari mobil 1500 kg yang menempuh perjalanan dengan kecepatan 30 m/detik (108 km/jam) ?

(b) Bila mobil dapat mencapai kecepatan ini dalam waktu 12 detik mulai dari keadaan diam, berapa keluaran daya mesinnya ?

Jawab : (a) $6,75 \times 10^5$ J

(b) 56,25 KW

7-48 Sebuah batu dijatuhkan dari ketinggian 100 m. Pada ketinggian berapa energi potensialnya sama dengan energi kinetiknya ?

Jawab : 50 m

7-49 Dari ketinggian berapa mobil jatuh ke tanah di mana usahanya sama menabrak dinding dengan kecepatan 30 m/detik (108 km/jam) ?

Jawab : 45,9 m

7-50 Sebutir peluru 10 g mempunyai kecepatan 600 m/detik, ketika meninggalkan pucuk senapan. Bila panjang pucuk 60 cm, tentukan gaya rata-rata terhadap peluru ketika peluru berada di pucuk !

Jawab : 3000 N

- 7-51 Peluru 5 kg mempunyai kecepatan 60 m/detik ketika meninggalkan pucuk meriam. Bila panjang pucuk 3 m, tentukan gaya rata-rata terhadap peluru ketika peluru-peluru berada dalam pucuk !
Jawab : 3×10^5 N
- 7-52 Sebuah martil dengan kepala 1 kg dipakai memukul paku secara horizontal dalam dinding. Suatu gaya 1000 N diperlukan untuk menembus dinding dan ini yang diinginkan oleh tiap pukulan martil agar paku masuk 1 cm ke dalam dinding. Berapa kecepatan kepala martil ketika martil mengenai paku ?
Jawab : 4,47 m/s
- 7-53 Buku ini beratnya sekitar 6,7 N. Berapa energi diamnya dalam joule ?
Jawab : $6,2 \times 10^{16}$ J
- 7-54 kira-kira 12×10^6 J energi dibebaskan bila 1 kg dinamit meledak. Berapa materi yang diubah menjadi energi dalam proses ini ?
Jawab : $1,33 \times 10^{10}$ kg
- 7-55 Seorang penduduk menggunakan daya rata-rata sekitar 70 W.
(a) Berapa joule energi yang dipakai setiap harinya ?
(b) Semua energi ini berasal dari matahari. Berapa materi yang diubah menjadi energi setiap harinya untuk persediaan energi baginya ?
Jawab : (a) $6,05 \times 10^6$ J
(b) $6,72 \times 10^{11}$ kg
- 7-56 Kereta 200 kg harus didorong mendaki permukaan yang menanjak. Berapa usaha dibutuhkan agar kereta dapat mencapai ketinggian 1,5 m dari titik awal ? Gesekan diabaikan.
Jawab : 2940 J
- 7-57 Ulangi soal 7 – 56, dengan ketinggian yang dicapai adalah 7 m, sedangkan kereta mengalami gesekan sebesar 150 N.
Jawab : 3990 J.
- 7-58 Gerbong 100 000 lb ditarik dengan kecepatan tetap di atas rel yang tanjakannya 1,2 %.
(a) Berapakah usaha diperlukan untuk mengatasi gravitasi dalam gerak ini ?
(b) Jika ada gesekan sebesar 440 lb, berapakah usaha yang diperlukan ?
Jawab : (a) $3,0 \times 10^6$ ft.lb
(b) $4,1 \times 10^6$ ft.lb

7-59 Seorang (60 kg) naik tangga di antara dua lantai bangunan. Jarak antar lantai bangunan 3,0 m.

- (a) Berapa usaha yang dikeluarkan orang itu ?
- (b) Berapakah perubahan EPG yang dialami orang itu ?

Jawab : (a) 1760 J

(b) 1760 J

7-60 Pompa dapat memindahkan air dari danau ke tempat penampungan 20 m di atas permukaan danau. Kalau air sebanyak 5 m^3 telah dipindahkan, berapakah usaha melawan gaya berat telah dikeluarkan pompa ? Satu meter kubik air massanya 1000 kg.

Jawab : $9,8 \times 10^5 \text{ J}$

7-61 Benda 2,0 kg jatuh dari ketinggian h . Sesaat sebelum mencapai tanah energi kinetik benda 400 J. Kalau gesekan udara diabaikan, tentukanlah h .

Jawab : 20,4 m

7-62 Bola 0,5 kg jatuh melewati jendela sepanjang 1,50 m.

- (a) Berapakah kenaikan EK bola setelah melewati jendela ?
- (b) Kalau laju bola pada saat melewati tepi atas jendela adalah 3,0 m/s, berapakah lajunya pada saat melewati tepi bawahnya?

Jawab : (a) 7,35 J

(b) 6,2 m/s

7-63 Pada permukaan laut EK translasi rata-rata molekul nitrogen dalam udara adalah $6,2 \times 10^{-21} \text{ J}$. Massanya $4,7 \times 10^{-26} \text{ kg}$.

- (a) Seandainya molekul itu dapat bergerak tegaklurus ke atas tanpa bertumbukan dengan molekul lain, ketinggian berapakah dapat tercapai ?
- (b) Berapakah laju semula molekul itu ?

Jawab : (a) 13,5 km

(b) 510 m/s

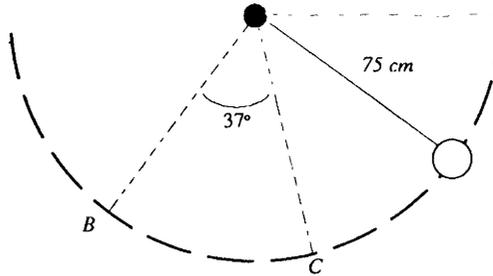
7-64 Koefisien gesek antara mobil 900 kg dan permukaan jalan adalah 0,80. Mobil bergerak dengan laju 25 m/s di atas bagian jalan yang datar, dan tiba-tiba direm. Berapakah jarak masih dapat ditempuhnya sebelum berhenti sama sekali ?

Jawab : 40 m

7-65 Gambar 7-15 menunjukkan bandul matematis.

(a) Jika bandul dilepas dari titik A, Berapakah kecepatannya sewaktu melalui titik C ?

(b) Berapakah kecepatan bandul di titik B ?



Gambar 7-15

7-66 Tanpa menghidupkan mesinnya, mobil 1200 kg dari keadaan diam menggelinding di atas jalan yang turun 20° . Setelah menempuh jarak 15 m, berapakah kecepatan mobil jika :

(a) gesekan dapat diabaikan, dan

(b) terdapat gaya 3000 N yang menghambat jalannya mobil.

Jawab : (a) 10,0 m/s

(b) 5,06 m/s

7-67 Seorang pengendara mobil merasa bahwa mobilnya berkurang kecepatannya yang semula 20 m/s menjadi 15 m/s di atas jalan yang datar. Ini terjadi sesudah mobil menempuh jarak 130 m. Kalau massa mobil 1200 kg, berapakah gaya hambat yang dialaminya ?

Jawab : 810 N

7-68 Anak timbangan 10 lb dari keadaan diam menggeser di atas bidang miring 30° yang kasar sepanjang 100 ft. Setibanya di bawah lajunya 52 ft/s. Berapakah usaha terpakai untuk mengatasi gesekan ?

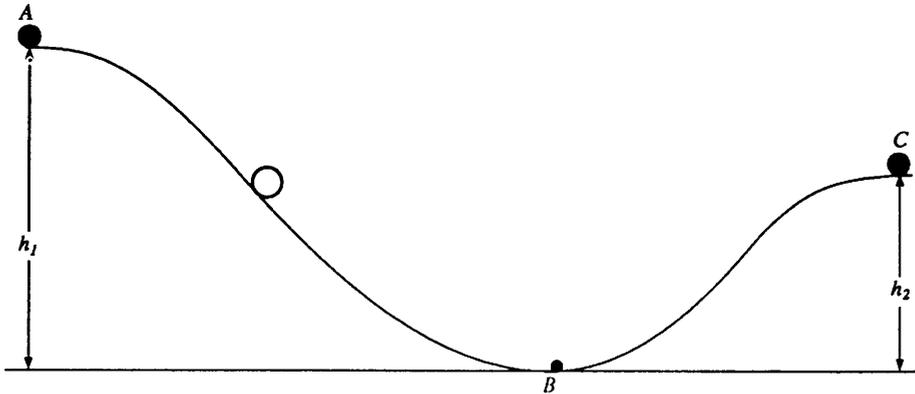
Jawab : 80 ft.lb

7-69 Suatu “elevator” 200 kg yang mula-mula diam di lantai bawah dapat naik setinggi 25 m melewati lantai keempat dengan laju 3,0 m/s. Gesekan dalam mesin elevator ternyata 500 N. Berapa usaha telah dikeluarkan mesin dalam mengangkat elevator setinggi itu ?

Jawab : $5,115 \times 10^5$ J

7-70 Gambar 7-16 menunjukkan manik-manik yang dapat bergeser pada kawat yang licin sekali. Manik-manik diam di titik A dan mulai menggeser ke titik B. Berapakah h_1 agar kecepatan manik-manik di titik B adalah 200 cm/s ?

Jawab : $20,4 \text{ cm}$



Gambar 7-16

7-71 Pada gambar 7-16, $h_1 = 50 \text{ cm}$, $h_2 = 30 \text{ cm}$ dan panjang kawat A ke C adalah 400 cm . Sebutir manik-manik $3,0 \text{ gram}$ dilepas di A tanpa kecepatan awal dan menggeser ke bawah dan dapat mencapai titik C di mana ia berhenti (sejenak). Selama perjalanan, berapa gaya gesek dialami manik-manik itu ?

Jawab : $1,47 \times 10^{-3} \text{ N}$

7-72 Mesin dengan pk rata-rata berapakah diperlukan untuk mengangkat drum 150 kg setinggi 20 m dalam waktu 1 menit ?

Jawab : $0,66 \text{ pk}$

7-73 Hitung daya rata-rata mesin yang dapat mengangkat beban 500 kg setinggi 20 m dalam waktu 60 detik .

Jawab : $1,63 \text{ kw}$

7-74 Mesin mobil mengeluarkan daya 40 pk sewaktu menggerakkan mobil pada kecepatan 15 m/s di atas jalan datar. Gaya hambat berapakah dialami mobil tersebut ?

Jawab : 1990 N

7-75 Mobil 100 kg melaju di atas tanjakan 3% dengan kecepatan 20 m/s . Dengan mengabaikan gesekan berapa pk-kah mesin mobil itu ?

Jawab : $7,9 \text{ pk}$

7-76 Air mengalir dari waduk ke turbin yang berada 330 ft di bawahnya. Daya-guna turbin ternyata 80 % dan turbin menerima air sebanyak 100 ft^3 setiap menit. Dengan mengabaikan gesekan, hitunglah berapa pk dikeluarkan turbin itu. Berat air adalah 62,4 lb setiap ft^3 .

Jawab : 50 pk

7-77 Mesin 40 pk menyeret benda m diatas jalan datar kasar pada kecepatan 15 m/s. Berapakah m, kalau gesekan antara benda dan permukaan jalan adalah 0,15 ?

Jawab : 1350 kg

7-78 Berapa dayakah harus dikeluarkan seseorang yang menyeret kayu gelondongan 100 kg menuruni jalan dengan kecepatan 0,50 m/s ? Jalan itu menurun dengan sudut 20° , dan koefisien gesekannya adalah 0,9.

Jawab : 247 W

8

MOMENTUM, IMPULSE DAN GERAK RELATIF

8.1 MOMENTUM LINIER

Momentum \bar{P} dari suatu partikel di definisikan sebagai hasil kali massa m dan kecepatannya v .

$$\bar{p} = m \bar{v} \quad (8-1)$$

Momentum adalah besaran vektor dan arahnya sama dengan arah kecepatan \bar{v} . Satuan momentum adalah satuan massa x kecepatan, dalam SI dinyatakan dengan $\text{kg}\cdot\text{ms}^{-1}$. Istilah momentum selalu diartikan dengan momentum linier \bar{p} , hal ini dimaksudkan untuk membedakan dengan momentum angulair dari benda yang bergerak melingkar.

Sebuah gaya diperlukan untuk mengubah momentum suatu benda, baik untuk menambah, mengurangi atau mengubah arahnya. Newton orang pertama kali yang menyatakan istilah momentum dalam hukumnya yang kedua, walaupun ia menyebut hasil kali mv sebagai besaran gerak.

Hukum Newton kedua dapat juga diartikan sebagai :
perubahan momentum rata-rata suatu partikel sama dengan gaya resultan yang bekerja padanya.

$$\bar{F} = \frac{d\bar{p}}{dt} \quad (8-2)$$

Persamaan (8-2) ini berlaku untuk satu partikel. Untuk sistem yang terdiri dari n partikel dengan massa total $M = m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n$ dan momentum $\bar{p}_1 = m_1 \bar{v}_1, \bar{p}_2 = m_2 \bar{v}_2, \dots, \bar{p}_n = m_n \bar{v}_n$, maka momentum total sistem P didefinisikan sebagai :

$$\bar{P} = m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2 + \dots + m_n \bar{v}_n = \sum \bar{p}_i \quad (8-3)$$

Karena $M \bar{v}_{pm} = \sum m_i \bar{v}_i$ maka persamaan (8-3) menjadi :

$$\bar{P} = M \bar{v}_{pm} \quad (8-4)$$

Dengan demikian, "momentum linier total dari sistem partikel-partikel sama dengan hasil kali massa total M dengan kecepatan pusat massa dari sistem". Atau, momentum linier dari suatu benda secara keseluruhan sama dengan hasil kali massa benda itu dengan kecepatan pusat massanya.

Jika persamaan (8-4) ini dideferensial terhadap waktu dan massa M dianggap tetap, diperoleh :

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = M \frac{d\bar{v}_{pm}}{dt} = M \bar{a}_{pm} = \bar{F}_{ext} \quad (8-5)$$

di sini \bar{F}_{ext} menyatakan Resultan gaya luar sistem dan persamaan (8-5) ini di sebut Hukum Newton kedua untuk sistem partikel-partikel.

8-2 HUKUM KEKALKAN MOMENTUM LINIER

Jika Resultan gaya luar pada suatu sistem nol [$\bar{F}_{ext} = 0$], maka persamaan (8-5) menjadi:

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = 0 \text{ atau } \bar{P} = \text{konstan} \quad (8-6)$$

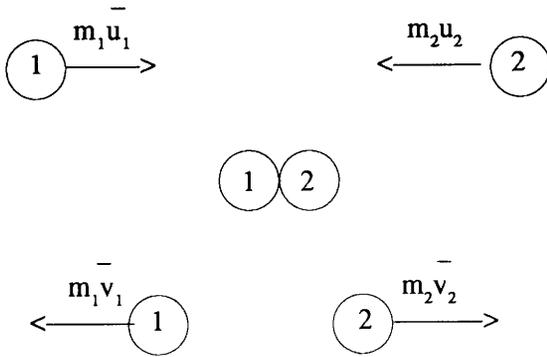
dengan demikian :

"Jika resultan gaya luar pada suatu sistem nol, momentum totalnya menjadi konstan"

Ini disebut **hukum kekekalan momentum**. Hukum ini dapat pula diartikan sebagai : Momentum total dari sistem benda yang terisolasi selalu konstan.

Dalam sistem terisolasi di sini diartikan bahwa tidak ada satupun gaya luar yang bekerja pada sistem, hanya gaya-gaya aksi antar partikel yang ada.

Sebagai contoh dari hukum kekekalan momentum adalah tumbukan dari bola billiard seperti terlihat dalam Gambar 8-1.



Gambar 8-1

Jika $m_1\bar{u}_1$ dan $m_2\bar{u}_2$ masing-masing menyatakan momentum bola pertama dan bola kedua, sebelum tumbukan, sedangkan $m_1\bar{v}_1$ dan $m_2\bar{v}_2$ menyatakan momentum bola pertama dan bola kedua sesudah tumbukan maka dari persamaan (8-6) di peroleh :

$$\bar{P} = \text{konstan}$$

atau

$$m_1\bar{u}_1 + m_2\bar{u}_2 = m_1\bar{v}_1 + m_2\bar{v}_2$$

di sini \bar{u} dan \bar{v} menyatakan bola billiard sebelum dan sesudah tumbukan.

Dengan demikian, momentum dari kedua bola adalah kekal.

Dapat pula di tulis dalam bentuk lain sebagai :

$$m_1\bar{v}_1 - m_1\bar{u}_1 = -(m_2\bar{v}_2 - m_2\bar{u}_2)$$

Di sini terlihat bahwa setiap kehilangan momentum bola yang satu (tanda -), akan mengakibatkan bertambahnya momentum dari bola yang lain (tanda +).

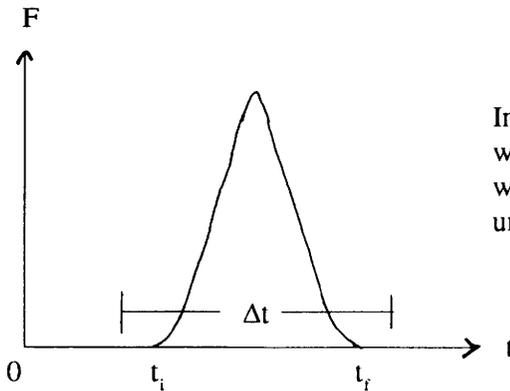
8-3 TUMBUKAN DAN IMPULS

Hukum kekekalan momentum merupakan suatu alat yang sangat penting dalam menjelaskan proses tumbukan. Tumbukan yang telah biasa kita lihat sehari-hari misalnya : sebuah raket yang sedang memukul suatu bola tennis, sebuah bat bola kasti atau golf yang sedang bertumbukan, sebuah palu yang sedang menghantam paku, tumbukan antara atom-atom dan inti; dan lain-lainnya.

Tumbukan dalam fisika secara tepatnya diartikan sebagai : interaksi antara dua benda dalam interval waktu yang singkat dan demikian kuatnya sehingga gaya-gaya lain yang bekerja tidak mempunyai arti dibandingkan dengan gaya-gaya dari masing-masing benda yang dipergunakan satu sama lainnya selama tumbukan.

Proses tumbukan secara rinci dapat dilihat pada Gambar 8-2. Massa dari benda yang bertumbukan dianggap tetap dan kecepatannya jauh lebih kecil dari pada kecepatan cahaya. Pada saat tumbukan, dalam waktu kontak yang sangat singkat, gaya melonjak dari nol ke tingkat kerja yang sangat tinggi dan kemudian secara tajam turun kembali ke nol lagi.

Gambar 8-2 ini menunjukkan besar yang dipergunakan oleh benda yang satu terhadap lainnya selama tumbukan, sebagai fungsi waktu.



Interval waktu $\Delta t = t_f - t_i$, di sini t_i adalah waktu awal (saat gaya bekerja) dan t_f adalah waktu akhir (saat gaya berhenti bekerja) pada umumnya sangat jelas dan singkat.

Gambar 8-2

Dari hukum Newton kedua seperti yang dinyatakan pada persamaan (8-2) dapat dijelaskan bahwa selama interval waktu yang sangat singkat dt , perubahan momentum yang terjadi adalah :

$$d\bar{p} = \bar{F} dt$$

Jika diintegrasikan dalam interval waktu tumbukan, diperoleh:

$$\bar{p}_f - \bar{p}_i = \int_{p_i}^{p_f} d\bar{p} = \int_{t_i}^{t_f} \bar{F} dt$$

di sini \bar{p}_i dan \bar{p}_f adalah momentum benda tepat saat sebelum dan sesudah tumbukan.

Integral gaya pada interval waktu kontak dt disebut impuls J .

$$\bar{J} = \int_{t_i}^{t_f} \bar{F} dt$$

Dengan demikian, perubahan momentum dari suatu benda :

$$\begin{aligned} \Delta \bar{p} &= \bar{p}_f - \bar{p}_i = \text{adalah sama dengan impuls yang bekerja padanya, } \Delta \bar{p} = \bar{p}_f - \bar{p}_i \\ &= \int_{t_i}^{t_f} \bar{F}.dt = \bar{J} \end{aligned} \quad (8-7)$$

Jika gaya \bar{F} adalah konstan maka persamaan menjadi:

$$\Delta \bar{p} = \bar{p}_f - \bar{p}_i = \bar{F} \int_{t_i}^{t_f} dt = \bar{F} (t_f - t_i) = \bar{J}$$

atau :

$$m(\bar{v}_f - \bar{v}_i) = \bar{F}(t_f - t_i) = \bar{F}t$$

8-4 HUKUM KEKALKAN MOMENTUM DAN ENERGI DALAM TUMBUKAN

Pada proses tumbukan, kita biasanya tidak tahu bagaimana gaya tumbukan itu berubah sebagai fungsi waktu. Namun demikian kita masih dapat menentukan rincian gerak sebelum dan sesudah tumbukan dengan menggunakan hukum kekekalan momentum dan energi.

Kita tinjau dua buah benda yang massanya m_1 dan m_2 , kecepatan benda sebelum dan sesudah tumbukan adalah U_1, U_2 dan V_1, V_2 .

Menurut persamaan (8-6), momentum sistem adalah konstan

$$\bar{P} = \text{konstan}$$

atau :

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

Energi kinetik benda sebelum tumbukan adalah :

$$K_1 + K_2 = 1/2 m_1 u_1^2 + 1/2 m_2 u_2^2$$

Energi kinetik benda setelah tumbukan adalah

$$K_1^1 + K_2^1 = 1/2 m_1 v_1^2 + 1/2 m_2 v_2^2$$

Tumbukan dikatakan **elastik** jika energi kinetik sistem sebelum dan sesudah tumbukan besarnya sama :

$$1/2 m_1 u_1^2 + 1/2 m_2 u_2^2 = 1/2 m_1 v_1^2 + 1/2 m_2 v_2^2 \quad (8-8)$$

Tumbukan dikatakan **tidak elastik** jika energi kinetik sistem sebelum dan sesudah tumbukan tidak sama, artinya ada sebagian energi kinetik yang hilang berubah menjadi bentuk energi lain misalnya energi panas.

Jadi energi kinetik sebelum tumbukan lebih besar energi kinetik sesudah tumbukan

$$1/2 m_1 u_1^2 + 1/2 m_2 u_2^2 > 1/2 m_1 v_1^2 + 1/2 m_2 v_2^2 \quad (8-9)$$

Untuk menentukan elastisitas suatu tumbukan dapat di ketahui dari suatu konstanta yang disebut koefisien restitusi e yaitu :

$$e = - \frac{v_2 - v_1}{u_2 - u_1} \quad (8-10)$$

Besar harga e ini adalah :

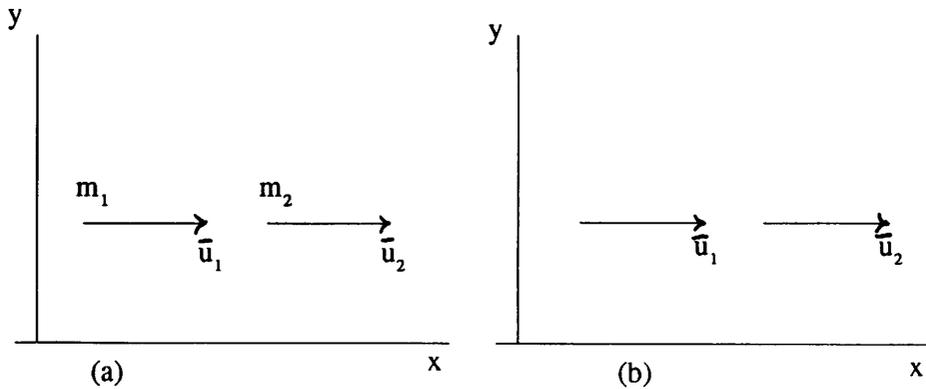
$$0 \leq e \leq 1$$

jika

- $e = 1$ tumbukan bersifat elastik
- $0 < e < 1$ tumbukan bersifat tidak elastik
- $e = 0$ tumbukan bersifat sama sekali tidak elastik

8-5 TUMBUKAN DALAM SATU, DUA DAN TIGA DIMENSI

- (1) Jika garis kerja vektor momentum dari benda yang bertumbukan terletak dalam satu garis lurus sehingga semua gerak benda berada dalam satu garis, maka sistem tumbukan demikian disebut **tumbukan-tumbukan dalam satu dimensi**. Di sini hanya ada satu komponen momentum yaitu komponen arah sumbu x , y atau z saja (Gambar 8-3)



Gambar 8-3 Dua partikel m_1 dan m_2 (a) sebelum tumbukan (b) sesudah tumbukan

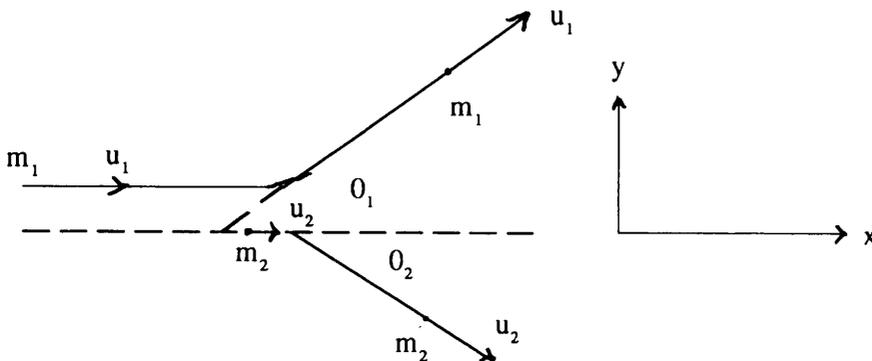
Sehingga persamaan (8-6) dapat di tulis :

$$m_1 \bar{u}_{1x} + m_2 \bar{u}_{2x} = m_1 \bar{v}_{1x} + m_2 \bar{v}_{2x} \quad (8-11)$$

atau

$$m_1 \bar{u}_1 + m_2 \bar{u}_2 = m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2$$

- (2) Jika garis kerja vektor momentum dari benda-benda yang bertumbukan tidak terletak dalam satu garis lurus (mungkin sejajar atau mungkin berpotongan), tetapi masih terletak dalam satu bidang datar, tumbukan demikian disebut **tumbukan dalam dua dimensi** ini mempunyai dua komponen vektor momentum artinya arah gerak dari benda yang bertumbukan tidak lagi terletak dalam satu garis tetapi terletak dalam satu bidang. Gambar 8-4 menunjukkan tumbukan dalam dua dimensi dari partikel m_1 dan m_2 dengan sudut hamburan 1 dan 2 terhadap arah semula.



Gambar 8-4 Tumbukan dalam dua dimensi partikel m_1 dan m_2

Komponen vektor momentum dalam arah sumbu x sebelum dan sesudah tumbukan adalah :

$$m_1 \bar{u}_{1x} + m_2 \bar{u}_{2x} = m_1 \bar{v}_{1x} + m_2 \bar{v}_{2x} \quad (8-12a)$$

atau

$$m_1 \bar{u}_1 + m_2 \bar{u}_2 = m_1 \bar{v}_1 \cos \theta_1 + m_2 \bar{v}_2 \cos \theta_2$$

Komponen vektor momentum dalam arah sumbu Y sebelum dan sesudah tumbukan adalah :

$$m_1 \bar{u}_{1y} + m_2 \bar{u}_{2y} = m_1 \bar{v}_{1y} + m_2 \bar{v}_{2y} \quad (8-12b)$$

atau :

$$0 = m_1 \bar{v}_1 \sin \theta_1 + m_2 \bar{v}_2 \sin \theta_2$$

- (3) Jika jenis kerja vektor momentum dari benda-benda yang berumbukan tidak terletak dalam satu garis dan satu bidang (bersilangan), maka sistem tumbukan ini disebut tumbukan dalam tiga dimensi.

Hukum kekekalan momentumnya dalam arah sumbu x, y dan z adalah :

$$m_1 \bar{u}_{1x} + m_2 \bar{u}_{2x} = m_1 \bar{v}_{1x} + m_2 \bar{v}_{2x} \quad (8-13a)$$

$$m_1 \bar{u}_{1y} + m_2 \bar{u}_{2y} = m_1 \bar{v}_{1y} + m_2 \bar{v}_{2y} \quad (8-13b)$$

$$m_1 \bar{u}_{1z} + m_2 \bar{u}_{2z} = m_1 \bar{v}_{1z} + m_2 \bar{v}_{2z} \quad (8-13c)$$

8-6 SISTEM DENGAN MASSA YANG BERUBAH

Sekarang bila massa tidak tetap melainkan berubah dengan waktu, jadi $dm/dt \neq 0$ tetapi jumlah massa sistem selalu tetap (hukum kekekalan massa). sistem demikian dapat dianggap suatu jenis tumbukan tidak elastis, dan masalah ini akan menjadi lebih sederhana jika kita kembali ke persamaan (8-5) yaitu :

$$\frac{d\bar{p}}{dt} = \bar{F}_{\text{ext}}$$

di sini \bar{p} adalah momentum total sistem dan \bar{F}_{ext} adalah Resultan gaya luar yang bekerja dalam sistem. Suatu contoh pemakaian dari sistem massa yang berubah ini adalah sebuah Roket yang terdorong ke depan oleh karena semburan gas yang terbakar. Dalam hal ini massa M Roket berkurang selama proses berjalan, maka $dM/dt < 0$. Contoh pemakaian yang lain adalah jatuhnya bahan-bahan seperti batu kerikil, barang-barang paket) di atas pita ban berjalan. Dalam keadaan ini massa M dari pita ban berjalan yang termuat bertambah, maka $dM/dt > 0$.

Untuk menjelaskan secara umum sistem massa yang berubah ini dapat dilihat dalam Gambar 8-5. Pada saat t, sistem terdiri dari massa M dengan momentum Mv dan massa dM yang sangat kecil yang bergerak dengan kecepatan u. Pada saat dt kemudian, massa dM menjadi satu dengan massa M dan massa gabungan $M + dM$ ini bergerak dengan kecepatan $v+dv$. Secara mudahnya hal ini dapat dianggap sebagai proses tumbukan. Momentum total pada saat t (sebelum tumbukan) adalah :

$$\bar{M}v + \bar{u} dM$$

Momentum total pada saat t + dt (sesudah tumbukan) adalah :

$$(\bar{M}+dM)(\bar{v} + d\bar{v})$$

Maka perubahan momentum $d\bar{P}$ adalah :

$$\begin{aligned} d\bar{P} &= (\bar{M}+dM)(\bar{v}+d\bar{v}) - (\bar{M}v + \bar{u}dM) \\ &= Mdv + v dM + dMdv - u dM \end{aligned}$$

Karena dM dan dv dianggap sangat kecil maka :

$$d\bar{P} \approx Mdv + v dM - u dM$$

dan persamaan (8-5) menjadi :

$$\bar{F}_{ext} = \frac{d\bar{P}}{dt} = \frac{Mdv + v dM - u dM}{dt}$$

atau :

$$\bar{F}_{ext} = M \frac{dv}{dt} - (u - v) \frac{dM}{dt} \quad (8-14)$$

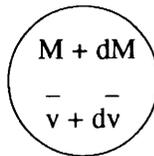
di sini besaran $(\vec{u} - \vec{v})$ disebut **kecepatan relatif dM terhadap M**, sehingga :

$$\vec{v}_{rel} = \vec{u} - \vec{v}$$

adalah kecepatan masuknya massa dM dilihat oleh pengamat di M



(a) $\vec{P} = M\vec{v} + u dM$ pada saat t



(b) $\vec{P} = (M + dM)(\vec{v} + d\vec{v})$ pada saat t + dt

Gambar 8-5

Persamaan (8-14) dapat pula di tulis demikian :

$$M \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_{ext} + \vec{v}_{rel} \frac{dM}{dt}$$

Suku Pertama dalam ruas kanan F_{ext} , menunjukkan gaya resultan yang bekerja pada sistem (untuk roket, gaya resultan ini termasuk gaya gravitasi dan gaya gesekan udara) dan tidak termasuk gaya yang dilakukan dM terhadap M sebagai akibat tumbukan, karena gaya ini merupakan gaya internal dalam sistem total .

Suku kedua dalam ruas kanan $\vec{v}_{rel} \frac{dM}{dt}$ menyatakan momentum rata-rata yang

ditransfer ke dalam atau keluar sistem akibat dari massa yang meninggalkan atau massa yang masuk ke dalam sistem. Untuk suatu roket, istilah ini disebut **gaya dorong** sebab gaya ini diakibatkan oleh gas yang disembunyikan.

8-7 SATUAN IMPULS DAN MOMENTUM

Dalam SI impuls mempunyai satuan N.S dan momentum dalam kg.m/s. Dalam sistem Imperial (British Unit) impuls mempunyai satuan lb.S dan momentum dalam slug ft/s.

SOAL YANG DIPECAHKAN

- 8-1 Seseorang mempunyai massa 70 kg bersalto dari ketinggian 5 m dan mendarat di tanah dengan mantap.
- Hitunglah impuls gaya yang diderita.
 - Jika cara mendaratnya dengan kaki lurus dan dianggap pusat massa badan bergeser 1 cm, hitunglah besar gaya rata-rata yang dipergunakan kaki orang tersebut.
 - Seperti pertanyaan (b) tetapi dengan kaki bengkok dan dianggap pusat massa bergeser 50 cm.

Jawab :

Dari persamaan 8-7 besar impuls dapat dicari :

$$J = F_r \Delta t = \Delta p = p_f - p_i$$

Setelah jatuh dari ketinggian 5 m, orang tersebut mempunyai kecepatan :

$$V = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9,8 \text{ m/s}^2)(5\text{m})} = 9,9 \text{ m/s}$$

dan momentumnya setelah menumbuk tanah dengan cepat turun menjadi nol, maka:

$$\begin{aligned} J &= F_r \Delta t = \Delta p = p_f - p_i \\ &= 0 - (70 \text{ kg})(9,9 \text{ m/s}) = -690 \text{ N.S} \end{aligned}$$

Tanda (-) menunjukkan bahwa arah gaya berlawanan dengan arah momentum awal.

- (b) pergeseran pusat massa sejauh :

$$D = 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$$

dan kecepatan rata-ratanya

$$V_r = (9,9 \text{ m/s} + 0)/2 = 5 \text{ m/s}$$

Lama waktu tumbukan :

$$\Delta t = \frac{D}{V_r} = (10^{-2} \text{ m})/(5 \text{ m/s}) = 2 \times 10^{-3} \text{ s}$$

Besar gaya rata-rata :

$$F_r = \frac{J}{\Delta t} = \frac{690 \text{ N.S}}{2 \times 10^{-3} \text{ S}} = 3,5 \times 10^5 \text{ N}$$

Gaya total ke atas rata-rata F_r sama dengan gaya ke atas rata-rata pada kaki yang disebabkan oleh tanah F_1 dikurangi dengan gaya gravitasi mg

Jadi $\bar{F}_r = F_1 - mg$
atau

$$F_1 = F_r + mg = 3,5 \times 10^5 \text{ N} + 690 \text{ N} \approx 3,5 \times 10^5 \text{ N}$$

(c) Di sini pergeseran pusat massa

$$D = (0,50 \text{ m})$$

dan lama waktu bertumbuhan :

$$\Delta t = \frac{D}{V_r} = \frac{0,50 \text{ m}}{5 \text{ m/s}} = 0,1 \text{ S}$$

Gaya total ke atas rata-rata :

$$F_r = \frac{J}{\Delta t} = \frac{690 \text{ N.S}}{0,1 \text{ S}} = 6,9 \times 10^3 \text{ N}$$

Gaya ke atas rata-rata dari tanah pada kaki

$$F_1 = F_r + mg = 6,9 \times 10^3 \text{ N} + 690 \text{ N} = 7,6 \times 10^3 \text{ N}$$

8-2 Sebuah proton mempunyai massa 1,01 sma bergerak dengan kecepatan $3,60 \times 10^4 \text{ m/s}$ menembak secara sentral dan elastis inti Helium ($m = 4,00 \text{ sma}$) yang mula-mula diam. Hitung besar kecepatan proton dan inti Helium setelah tumbukan.

Jawab :

Telah diketahui bahwa :

1. Satuan massa atom (sma) = $1,6606 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Kecepatan proton dan inti Helium mula-mula :

$$u_p = 3,60 \times 10^4 \text{ m/s} \quad \text{dan} \quad u_{\text{He}} = 0$$

dan setelah tumbukan kecepatannya menjadi v_p dan v_{He} .

Menurut hukum kekekalan momentum :

$$m_p u_p + m_{He} u_{He} = m_p v_p + m_{He} v_{He}$$

atau

$$m_p u_p + 0 = m_p v_p + m_{He} v_{He} \dots\dots\dots 1)$$

Menurut hukum kekekalan energi :

$$1/2 m_p u_p^2 + 1/2 m_{He} u_{He}^2 = 1/2 m_p v_p^2 + 1/2 m_{He} v_{He}^2$$

atau

$$1/2 m_p u_p^2 + 0 = 1/2 m_p v_p^2 + 1/2 m_{He} v_{He}^2 \dots\dots\dots 2)$$

Dari persamaan 1) dan 2) diperoleh :

$$v_{He}^2 - v_{He} \left(\frac{2m_p u_p}{m_p + m_{He}} \right) = 0 \dots\dots\dots 3)$$

Solusinya adalah :

$$v_{He} = 0 \quad \text{dan} \quad v_{He} = \frac{2m_p u_p}{m_p + m_{He}} = 1,45 * 10^4 \text{ m/s}$$

Untuk $v_{He} = 0$ persamaan 1) menjadi :

$$\begin{aligned} v_p &= u_p - \left(\frac{m_{He}}{m_p} \right) v_{He} \\ &= u_p = 3,60 * 10^4 \text{ m/S} \end{aligned}$$

Dalam hal ini tidak terjadi tumbukan

Untuk $v_{He} = 1,45 * 10^4 \text{ m/S}$, persamaan 1) menjadi :

$$v_p = u_p - \left(\frac{m_{He}}{m_p} \right) v_{He} = -2,15 * 10^4 \text{ m/S}$$

Tanda minus (-) di sini menunjukkan bahwa setelah tumbukan kecepatan proton berbalik terhadap kecepatan sebelum tumbukan.

- 8-3 Sebuah proton bergerak dengan laju $8,2 \times 10^5$ m/s bertumbukan secara elastik dengan proton lain dari target hydrogen yang dalam keadaan diam. Salah satu proton terpental pada arah 60° terhadap kecepatan proton pertama. Tentukan sudut hamburan dari proton kedua dan hitung pula besar kecepatan kedua proton setelah tumbukan.

Jawab :

Karena tumbukannya elastik dan dalam dua dimensi, maka dapat diselesaikan dengan persamaan (8-8), (8-12a) dan (8-12b), yaitu :

$$1/2m_1u_1^2 + 1/2m_2u_2^2 = 1/2m_1v_1^2 + 1/2m_2v_2^2 \quad (8-8)$$

di sini : $m_1 = m_2 = m_p$ dan $u_1 = 8,2 \times 10^5$ m/s; $\theta_1 = 60^\circ$

$$u_2 = 0 \quad ; \quad \theta_2 = ?$$

diperoleh :

$$u_1^2 = v_1^2 + v_2^2 \quad 1)$$

$$m_1u_{1x} + m_2u_{2x} = m_1v_{1x} + m_2v_{2x} \quad (8-12a)$$

diperoleh :

$$u_1 + 0 = v_1 \cos 60 + v_2 \cos \theta_2$$

atau

$$u_1 = v_1 \cos 60 + v_2 \cos \theta_2 \quad 2)$$

Karena tumbuhannya elastik dan dalam dua dimensi, maka dari persamaan (8-8)

$$1/2 m_1u_1^2 + 1/2 m_2u_2^2 = 1/2 m_1v_1^2 + 1/2m_2v_2^2$$

di sini $m_1 = m_2 = m$; $u_1 = 8,2 \times 10^5$ m/s dan $\theta_1 = 60^\circ$; $u_2 = 0$ dan $\theta_2 = ?$

maka persamaan (8-8) menjadi :

$$u_1^2 = v_1^2 + v_2^2 \quad 1)$$

dari persamaan (8-12a)

$$m_1u_1 + m_2u_{2x} = m_1v_{1x} + m_2v_{2x}$$

atau

$$u_1 = v_1 \cos \theta_1 + v_2 \cos \theta_2 \quad 2)$$

dari persamaan (8-12b)

$$m_1u_{1y} + m_2u_{2y} = m_1v_{1y} + m_2v_{2y}$$

$$0 = v_1 \sin \theta_1 + v_2 \sin \theta_2 \quad 3)$$

Jika suku yang mengandung v_1 dari persamaan 2) dan 3) dipindahkan ke ruas kiri, kemudian dikwadratkan diperoleh :

$$\begin{aligned}
 u_1^2 - 2 u_1 v_1 \cos\theta_1 + v_1^2 \cos^2\theta_1 &= v_2^2 \cos^2\theta_2 \\
 v_1^2 \sin^2\theta_1 &= v_2^2 \sin^2\theta_2 \\
 \hline
 u_1^2 - 2u_1 v_1 \cos\theta_1 + v_1^2 &= v_2^2 \dots\dots\dots 4)
 \end{aligned}$$

Persamaan 1) - 2) diperoleh :

$$2u_1 v_1 \cos\theta_1 - v_1^2 = v_1^2$$

atau :

$$2u_1 v_1 \cos\theta_1 = 2v_1^2$$

$$u_1 \cos\theta_1 = v_1$$

jadi :

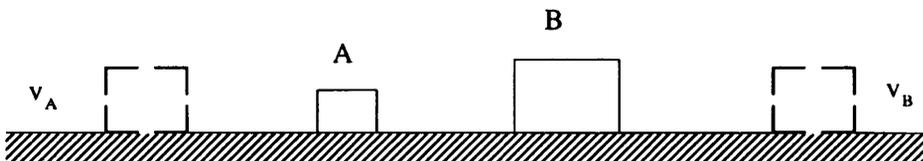
$$v_1 = (8,2 \times 10^5 \text{ m/s}) \cos 60 = 4,1 \times 10^5 \text{ m/s}$$

Dari persamaan 1) $\rightarrow v_2 = \sqrt{u_1^2 - v_1^2} = 7,1 \times 10^5 \text{ m/s}$

Dari persamaan 3) $\rightarrow \sin \theta_2 = - \frac{v_1}{v_2} \sin\theta_1$

$$\begin{aligned}
 &= - \frac{(4,1 \times 10^5 \text{ m/s})}{(7,1 \times 10^5 \text{ m/s})} (0,866) \\
 &= - 0,50 \\
 \therefore \theta_2 &= - 30^\circ
 \end{aligned}$$

8-4. Balok A dan balok B massanya m_A dan m_B dipaksa berpisah oleh pegas yang energi potensialnya V (Gambar 8-6).
 Tentukanlah perbandingan antara energi kinetik benda A dan B sesudah berpisah.



Gambar 8-6

Jawab :

Karena yang ada hanya gaya dalam, maka momentum sistem adalah konstan sama dengan nol

$$0 = m_B v_B - m_A v_A \quad (1)$$

dan energi mekanik sistem juga konstan

$$V = 1/2 m_A v_A^2 + 1/2 m_B v_B^2 \quad (2)$$

Bila persamaan 1) dan 2) dipecahkan hasilnya :

$$K_B = V \frac{m_A}{m_A + m_B} \quad \text{dan} \quad K_A = V \frac{m_B}{m_A + m_B}$$

Dengan demikian, perbandingan energi kinetik benda A dan B :

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{m_B}{m_A}$$

Jadi energi kinetik benda ini berbanding terbalik dengan massanya.

- 8-5. Sebuah bola base ball mempunyai massa 5.5 ounce, dilempar horizontal dengan kecepatan 80 ft/s lalu di pukul dengan "bat". Kecepatan bola menjadi 100 ft/s berlawanan dengan arah semula. Hitunglah besar impuls pukulan

Jawab :

$$\text{Massa bola} = 5 \text{ ounce} \times 1,943 \times 10^{-3} \frac{\text{slug}}{\text{ounce}}$$

$$= 10,7 \times 10^{-3} \text{ slug}$$

Impuls = perubahan momentum

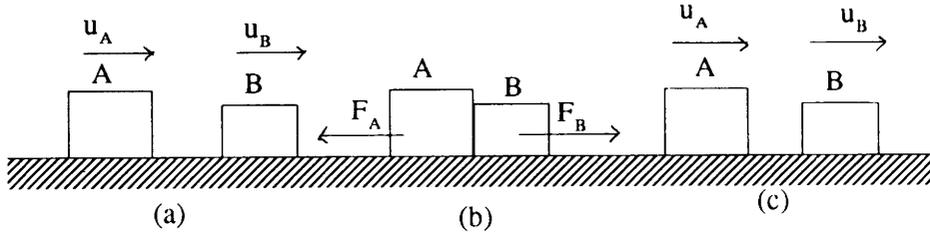
$$= m v - m u = m (v - u)$$

$$= (10,7 \times 10^{-3} \text{ slug}) [(-100 \text{ ft/s}) - (80 \text{ ft/s})]$$

$$= -1,93 \text{ lb.s}$$

Tanda negatif (-) di sini menunjukkan bahwa arah impuls gaya berlawanan dengan arah kecepatan bola datang.

- 8-6. Dalam Gambar 8-7 misalkan $m_A = 1 \text{ kg}$, $m_B = 2 \text{ kg}$ dan $u_A = 5 \text{ m/s}$, $u_B = 2 \text{ m/s}$. Sesudah tumbukan kedua benda tersebut tidak memisah tetapi tetap melihat satu sama lain. Seperti gerbang kereta api yang bersambungan sehingga $V_A = V_B$. Berapakah kecepatannya setelah tumbukan



Gambar 8-7

Gambar 8-7(a) Benda A mengejar benda B (b) Gaya aksi reaksi selama tumbukan (c) Benda B meninggalkan A setelah tumbukan

Jawab :

Berdasarkan hukum kekekalan momentum :

$$m_A u_A + m_B u_B = (m_A + m_B) V$$

maka kecepatan setelah tumbukan :

$$V = \frac{m_A u_A + m_B u_B}{m_A + m_B} = 3 \text{ m/s}$$

- 8-7. Misalkan tumbukan dalam soal nomor 8-6, di atas bersifat elastik. Hitunglah kecepatan benda A dan B setelah tumbukan.

Jawab :

Menurut hukum kekekalan momentum :

$$m_A u_A + m_B u_B = m_A v_A + m_B v_B$$

$$(1\text{kg})(5\text{m/s}) + (2\text{kg})(2\text{m/s}) = (1\text{kg})v_A + (2\text{kg})v_B \quad 1)$$

Karena tumbukannya elastik maka :

$$\mathcal{L} = -\frac{v_A - v_B}{u_A - u_B} = 1$$

$$\text{atau} \quad v_B - v_A = u_A - u_B = 3 \text{ m/s} \quad 2)$$

Dengan menyelesaikan persamaan 1) dan 2) diperoleh :

$$v_A = 1 \text{ m/s} \text{ dan } v_B = 4 \text{ m/s}$$

Sebuah balok dengan massa 100 gram dalam keadaan diam terletak di atas sebuah meja horizontal yang licin. Sebuah gaya horizontal $F = 10^4 + 3 \cdot 10^3 t$ bekerja pada balok, F dalam dyne dan t dalam second.

- (a) Berapa jarak gerak balok selama 5 detik?
- (b) Berapa kecepatan balok?
- (c) Berapa kerja yang dilakukan gaya F selama 5 detik?

Jawab :

$$(a) \quad mv = \int F dt = \int (10^4 + 3 \cdot 10^3 t) dt = 10^4 t + 3/2 \cdot 10^3 t^2$$

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{10^4 t + 3/2 \cdot 10^3 t^2}{m} \longrightarrow m = 100 \text{ gram}$$

atau

$$ds = (10^2 t + 15 t^2) dt$$

$$\text{dan} \quad s = \int (10^2 t + 15 t^2) dt = \left. \frac{100 t^2}{2} + \frac{15 t^3}{3} \right|_0^5$$

$$= 50 \cdot 5^2 + 5 \cdot 5^3 = 1875 \text{ cm}$$

$$(b) \quad v = \frac{ds}{dt} = 10^2 t + 15 t^2 = 10^2 \cdot 5 + 15 \cdot 5^2 = 875 \text{ cm/s}$$

$$(c) \quad W = F \cdot s = 1/2 m v^2 = 1/2 (100 \text{g})(875 \text{ cm/s})^2 \\ = 3828125 \text{ erg} = 0,383 \text{ joule}$$

8-9. Dua balok dengan masing-masing 300 gr dan 200 gr bergerak berlawanan arah di atas permukaan meja yang tidak mempunyai gesekan, masing-masing dengan kecepatan 50 cm/det dan 100 cm/det. Ditanyakan :

- a) Bila kedua balok itu bertumbukan dan bergerak menjadi satu, berapa kecepatan balok yang bersatu itu ?
- b) Hitunglah energi kinetik yang hilang dalam tumbukan ?
- c) Hitunglah kecepatan masing-masing balok bila tumbukan elastis sempurna

Jawab :

- a) Karena tidak ada gaya luar dalam sistem ini, maka berlaku Hukum Kekekalan Momentum.

$$\text{momentum sistem sesudah tumbukan} = (m_1 + m_2)v$$

$$\text{momentum sistem sebelum tumbukan} = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$(m_1 + m_2)v = m_1v_1 + m_2v_2$$

$$(300 + 200)v = 300 \cdot 50 - 200 \cdot 100 \text{ (tanda - untuk } v_2 \text{ sebab } v_2 \text{ berlawanan arah dengan } v_1 \text{ yang positif)}$$

$$500v = -5000 \longrightarrow v = -\frac{5000}{500} = -10 \text{ cm/det}$$

Kecepatan balok setelah tumbukan sama dengan -10 cm/det searah dengan arah v_2 .

b) Energi kinetik sebelum tumbukan = $\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 =$
 $\frac{1}{2} \cdot 300 \cdot 50^2 + \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 100^2 = 1375000 \text{ erg}$

Energi kinetik sesudah tumbukan = $\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 =$
 $\frac{1}{2}(300 + 200) \cdot 10^2 = 25000 \text{ erg}$

Energi kinetik yang hilang dalam tumbukan =
 $1375000 - 25000 = 1350000 \text{ erg} = 0,135 \text{ joule.}$

c) Tumbukan elastis sempurna : ($e = -1$)

$$e = \frac{v_1^1 - v_2^1}{v_1 - v_2} = -1$$

v_1^1 dan v_2^1 adalah kecepatan m_1 dan m_2 sesudah tumbukan. v_1 dan v_2 adalah kecepatan m_1 dan m_2 sebelum tumbukan. $-v_1^1 + v_2^1 = v_1 - v_2 = 50 - (-100) = 150$ (1)

Momentum sebelum tumbukan = -5000

Momentum sesudah tumbukan = $m_1v_1 + m_2v_2$
 $= 300v_1 + 200v_2$

$$300v_1 + 200v_2 = -5000 \tag{2}$$

Penjelasan persamaan (1) dan (2), didapatkan :

$$v_1 = -70 \text{ cm/det ; } v_2 = 80 \text{ cm/det}$$

Kecepatan m_1 sesudah tumbukan -70 cm/det berlawanan arah dengan v_1 .

Kecepatan m_2 sesudah tumbukan 80 cm/det , berlawanan arah dengan v_2 .

8-10. Suatu benda mula-mula dalam keadaan diam di atas satu permukaan tanpa gesekan. Pada benda itu bekerja satu gaya horizontal yang konstan selama 8 detik. Kerja yang dilakukan selama 8 detik itu besarnya 480 erg, akibatnya benda itu mendapat momentum = 120 gram cm/det. Ditanyakan :

- a) Massa benda itu
- b) Kecepatan benda itu pada detik yang ke 8
- c) Jarak yang ditempuh benda itu dalam 8 detik
- d) Gaya konstan yang bekerja pada benda itu

Jawab :

- a) Momentum benda = 120 gram cm/detik

$$mV = Ft \longrightarrow F = \frac{mv}{t} = \frac{120}{8} = 15 \text{ dyne}$$

Kerja yang dilakukan: $W = FS = 480$

$$\text{Maka } S = \frac{480}{F} = \frac{480}{15} = 32 \text{ cm}$$

$$mv = m \frac{dS}{dt} = Ft \longrightarrow \int m ds = \int Ft dt$$

$$mS = 1/2 Ft^2$$

$$32 m = 1/2 \cdot 15 \cdot 8^2 = 480 \longrightarrow m = \frac{480}{32} = 15 \text{ gram}$$

$$mv = 120 \longrightarrow v = \frac{120}{15} = 8 \text{ cm/det}$$

Jadi :

- a) massa benda = 15 gram
- b) kecepatan benda pada detik ke 8 = 8 cm/det
- c) jarak yang ditempuh benda dalam 8 det : $S = 32 \text{ Cm}$
- d) gaya konstan yang bekerja pada benda : $F = 15 \text{ dyne}$

8-11. Sebuah peluru dengan massa 10 gram ditembakkan mengenai sebuah balok yang sedang dalam keadaan diam diatas satu bidang horisontal yang tak bergeseran. Balok itu melekat pada satu pegas dan kemudian menekan pegas itu sejauh 10 cm. Untuk menekan pegas itu, setiap 1 cm diperlukan gaya sebesar 100000 Dn. Massa balok 990 gr.

Ditanyakan :

- a) Energi potensial dari pegas (maksimum) akibat tekanan balok ?
- b) Kecepatan balok itu setelah terkena peluru ?
- c) Kecepatan mula-mula peluru ?

Jawab:

a) Konstanta pegas $k = 100000 \text{ dn/cm}$

$$\text{Energi potensial pegas } E = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \cdot 100000 \cdot 10^2 \\ = 5000000 \text{ erg.}$$

b) Energi kinetik dari balok dan peluru sama dengan energi potensial dari pegas.

$$\text{Energi kinetik balok + peluru} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 \\ \frac{1}{2}(990 + 10)v^2 = 5000000$$

$$v = 100 \text{ cm/det (kecepatan balok setelah kena peluru)}$$

c) Misal kecepatan peluru mula-mula = v_0 , massa peluru = 10 gram.

$$\text{Momentum sebelum kena balok} = m_1 v_0 = 10 v_0$$

$$\text{Momentum sesudah kena balok} = (m_1 + m_2)v = 1000 \cdot 100$$

$$\text{Maka } 10 v_0 = 100000 \longrightarrow v_0 = 10000 \text{ cm/det}$$

$$\text{Kecepatan mula-mula peluru} = 10000 \text{ cm/det.}$$

8-12. 100 gram dempul dilemparkan ke arah balok dengan kecepatan 700 cm/det. Mula-mula balok dalam keadaan diam di atas sebuah meja dengan koefisien gesekan 0,25. Balok itu melekat pada sebuah pegas yang mempunyai konstanta $k = 98000 \text{ dn/cm}$, massa balok 900 gram. Setelah mengenai balok, dempul itu terus melekat pada balok dan akibatnya pegas tertekan oleh balok. Berapa cm pegas itu tertekan ?

Jawab :

$$\text{Momentum dempul sebelum kena balok} : mV = 100 \cdot 700 \\ = 70000 \text{ gram/det}$$

Momentum dempul + balok sesudah dempul kena balok :

$$(m + M) V_1 = (100 + 900) V_1 = 1000 V_1$$

Kekekalan momentum : $mV = (m + M) V_1$

$$70000 = 1000 V_1 \longrightarrow V_1 = 70 \text{ cm/det}$$

$$\text{Energi kinetik balok + dempul} = \frac{1}{2} (m + M) V^2 \\ = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 70^2 = 2450000$$

Energi kinetik ini digunakan untuk menekan pegas sejauh $x \text{ cm}$, dan melawan kerja yang dilakukan gaya gesekan sejarak $X \text{ cm}$.

$$\text{Maka : } \frac{1}{2} kX^2 + 0,25 \cdot 1000 \cdot 980 \cdot X = \frac{1}{2} (m + M) V^2$$

$$\frac{1}{2} 98000 \cdot X^2 + 245000 X = 2450000$$

$$x^2 + 5X = 50 \longrightarrow (X - 5) (X + 10) = 0$$

$$X_1 = 5 \text{ cm ; } X_2 = -10 \text{ (tak dianggap)}$$

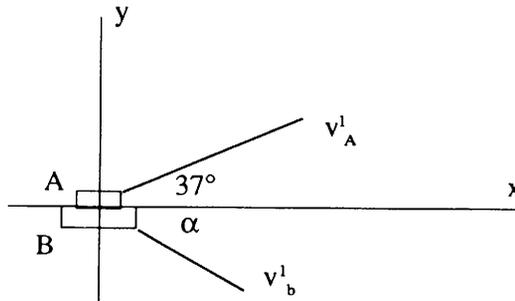
Maka pegas tertekan sejauh 5 cm.

8-13. Sebuah benda dengan massa 600 gr mula-mula dalam keadaan diam. Benda itu ditumbuk oleh sebuah benda lain dengan massa 400 gr yang bergerak dengan kecepatan 100 cm/det dengan arah sumbu X positif. Sesudah tumbukan, benda yang bermassa 400 gr bergerak dengan kecepatan 100 cm/det dengan arah 37° di atas sumbu X positif. Kedua benda itu bergerak pada bidang horisontal (sumbu XY pada bidang horisontal)

Ditanyakan:

- Bagaimana arah dan berapa kecepatan benda dengan massa 600 gr setelah tumbukan
- Berapa energi kinetik yang hilang selama tumbukan.

Jawab :



- Massa A, $m_A = 400$ gr; massa B, $m_B = 600$ gr
Momentum A sebelum tumbukan $m_A V_A = 400 \cdot 125$
 $= 50000$ gr cm/det

Setelah tumbukan, kecepatan $v_A^1 = 100$ cm/det

Arah v_A^1 , 37° dengan sumbu X. Kecepatan V_B arahnya α° .

Momentum sesudah tumbukan pada arah X; $m_A V_A \cos 37^\circ + m_B V_B \cos \alpha = 400 \cdot 100 \cdot 0,8 + 600 V_B \cos \alpha = 50000$

Momentum sebelum tumbukan pada sumbu X :

$m_A V_A = 50000$ gr cm/det, maka :

$$32000 + 600 V_B \cos \alpha = 50000$$

$$V_B \cos \alpha = 30 \quad (1)$$

Momentum sesudah tumbukan pada sumbu y :

$$m_A v_A^1 \sin 37^\circ + m_B v_B \sin \alpha = 400 \cdot 100 \cdot 0,6 + 600 v_B \sin \alpha$$

$$= 24000 + 600 v_B \sin \alpha$$

Momentum sebelum tumbukan pada arah sumbu Y : = 0

$$\text{Maka } 0 = 24000 + 600 V_B \sin \alpha \longrightarrow V_B \sin \alpha = -40 \quad (2)$$

Persamaan (2) : (1) didapat :
$$\frac{V_B^1 \sin \alpha}{V_B^1 \cos \alpha} = \text{Tg } \alpha$$

$$\alpha = -1,333$$

Dari (1): $V_B^1 \cos(-53^\circ) = 30 \longrightarrow V_B^2 = \frac{30}{0,6} = 50 \text{ cm/det}$

Kecepatan benda B setelah tumbukan adalah 50 cm/det dengan arah membuat sudut -53° dengan sumbu X.

b) Energi kinetik sebelum tumbukan $\frac{1}{2} m_A V_A^2 = \frac{1}{2} \cdot 400 \cdot 125^2 = 3,1255 \cdot 10^6$
 Energi kinetik sesudah tumbukan $\frac{1}{2} m_A V_A'^2 + \frac{1}{2} m_B V_B'^2$
 $= \frac{1}{2} \cdot 400 \cdot 100^2 + \frac{1}{2} \cdot 600 \cdot 50^2 = 2,75 \cdot 10^6 \text{ erg}$

Jadi energi kinetik yang hilang dalam tumbukan :
 $(3,125 - 2,75) \cdot 10^6 \text{ erg} = 0,375 \cdot 10^6 \text{ erg}$.

8-14. Sebuah bola dijatuhkan bebas pada sebuah bidang horizontal. Bola itu memantul kembali setinggi 64 % dari tinggi semula

- Berapa koefisien Restitusi ?
- Dengan kecepatan berapa bola itu jatuh ke bidang horizontal supaya bola memantul kembali setinggi 25 ft.

Jawab :

a) Kecepatan tiba di bidang horizontal $= v_o = \sqrt{2gh_o}$

Kecepatan pantulan $= V_1 = \sqrt{2gh_1}$

$$\text{Koefisien restitusi } e = \frac{-V_1}{v_o} = \frac{\sqrt{2gh_1}}{\sqrt{2gh_o}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{100}}$$

$$e = 0,8$$

b) Bila $h_1 = 25 \text{ ft}$, kecepatan pantulan $V_1 = \sqrt{2gh_1}$

$$V_1 = \sqrt{2 \cdot 32 \cdot 25} = 40 \text{ ft/det (arah ke atas)}$$

$$-V_1 = 0,8V_o \longrightarrow V_o = -\frac{40}{0,8} = -50 \text{ ft/det (arah ke bawah)}$$

Bola jatuh ke bidang dengan kecepatan 50 ft/det.

8-15. Sebuah bola diikat oleh seutas tali panjang L yang ujung satunya diikat pada titik O . Bola itu dijatuhkan bebas dari titik A dan berayun ke bawah menumbuk balok yang bermassa M dan bola itu memantul kembali ke titik C . Gesekan antara balok dengan bidang = 0. Tumbukan adalah elastis sebagian. Jawaban nyatakan dalam m, M, L, O dan g .

Dinyatakan :

- Kecepatan bola pada saat akan mengenai balok (V_1)
- Kecepatan bola pada saat mantul dari balok (V_2)
- Kecepatan balok setelah ditumbuk bola ?

Jawab:

- Energi bola di A : $E_p = mgl$

$$\text{Energi bola di B : } E_k = 1/2 mv^2$$

$$\text{Maka } mgL = 1/2 mV_1^2 \longrightarrow V_1 = \sqrt{2gL}$$

- Momentum bola sebelum tumbukan : mV_1
Momentum sistem setelah tumbukan : $mV_2 + MV(V_2 - \text{kecepatan balok setelah ditumbuk; } V - \text{kecepatan balok})$
Energi kinetik bola di $B = 1/2 mV_2^2$
Energi potensial bola di $C = mg(L_2 - L \cos \theta)$
Hukum kekekalan energi : $1/2 mv_2 = mg(L - L \cos \theta)$

$$v_2 = \sqrt{2gl(1 - \cos \theta)}$$

Kecepatan bola pada saat mantul dari balok

$$= \sqrt{2gL(1 - \cos \theta)}$$

$$\text{Hukum kekekalan momentum : } mv_1 = mv_2 + Mv$$

$$Mv = m(\sqrt{2gL}(1 - \cos \theta) + \sqrt{2gL})$$

$$v = \frac{m}{M} (\sqrt{2gL})(1 + \sqrt{1 - \cos \theta}). \text{ Ini adalah kecepatan balok setelah tumbukan.}$$

8-16. Sebuah bom atom berisi 20 kg plutonium meledak. Massa yang menjadi energi karena ledakan ada $1/10000$ dari massa plutonium sebelum meledak. Ditanyakan :

- Berapa besar energi yang dibebaskan dalam peledakan
- Bila ledakan berlangsung dalam 1 micro det/k, berapa besar tenaga yang diberikan oleh ledakan itu
- Berapa banyak air dapat diangkat setinggi 1 km oleh energi yang dilepaskan dalam peledakan itu.

Jawab :

a) Banyaknya massa yang jadi energi dalam peledakan = $1/10000.20 \text{ kg} = 2 \text{ gr}$

Besarnya energi = mc^2 (c \rightarrow kecepatan cahaya)

$$= 2.(3.10^{10})^2 = 18 . 10^{20} \text{ erg}$$

b) Daya yang dihasilkan peledakan : (P)

$$P = \frac{mc^2}{t} = \frac{18.10^{20}}{10^{-6}} = 18 . 10^{26} \text{ erg/det}$$

Sebab ledakan berlangsung dalam 10^{-6} detik.

c) Energi yang dilepaskan oleh bom atom digunakan untuk mengangkat air setinggi

1 km = 100000 cm

$$mgh = 18 . 10^{20}$$

$$m.1000.100000 = 18.10^{20}$$

$$m = 18.10^{12} \text{ gram}$$

Jadi banyaknya air yang dapat diangkat adalah 18.10^{12} gram

8-17. Peluru 8 g ditembakkan ke dalam balok kayu 9 kg dan menancap di dalamnya. Balok itu yang dapat bergerak bebas, setelah tertumbuk mempunyai kecepatan 40 cm/s. Berapakah kecepatan awal peluru ?

Jawab :

Di sini sistem = peluru + balok kayu. Kecepatan balok sebelum tumbukan adalah nol, maka momentumnya nol. Hukum kekekalan momentum menyatakan :

Momentum sistem sebelum tumbukan = momentum sistem sesudah tumbukan.

$$(\text{massa}) \times (\text{kecepatan peluru}) + 0 =$$

$$(\text{massa}) \times (\text{kecepatan balok dan peluru})$$

$$(0,008 \text{ kg})v + 0 = (9,008 \text{ kg})(0,40 \text{ m/s})$$

Maka kecepatan peluru sebelum tumbukan $v = 450 \text{ m/s}$

8-18. Massa 16 g melaju dalam arah +x dengan kecepatan 30 cm/s, sedangkan massa kedua 4 g bergerak dalam arah -x dengan kecepatan 50 cm/s. Kedua massa itu bertumbukan, dan sesudah tumbukan kedua benda tetap bersatu. Berapa kecepatan sistem sesudah tumbukan ?

Jawab :

Hukum kekekalan momentum : momentum sebelum = momentum sesudah tumbukan.

$$(0,016\text{kg})(0,30 \text{ m/s}) + (0,004 \text{ kg})(-0,50 \text{ m/s}) = (0,020 \text{ kg})v$$

Perhatikan bahwa benda 4 g di sini memiliki momentum yang negatif. Hasil perhitungan $v = 0,14 \text{ m/s}$.

8-19. Batu 2 kg berkecepatan 6 m/s. Hitunglah gaya F yang dapat menghentikan batu itu dalam waktu 7×10^{-4} detik.

Pakailah persamaan impuls: impuls pada batu = perubahan momentum batu.

$$Ft = mv_f - mv_o$$

$$F(7 \times 10^{-4} \text{ s}) = 0 - (2 \text{ kg})(6 \text{ m/s})$$

Jadi :

$$F = -1,71 \times 10^4 \text{ N}$$

Tanda minus berarti bahwa gaya tersebut arahnya berlawanan dengan arah gerak batu.

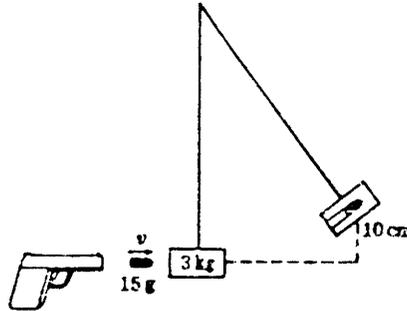
8-20. Pada Gambar 8-9 tampak peluru 15 g ditembakkan dalam arah datar ke dalam balok kayu yang digantungkan pada tali yang panjang. Peluru menancap dalam kayu itu. Tentukan kecepatan peluru kalau tumbukan ini menyebabkan balok menyimpang sampai 10 cm dari kedudukan sebelumnya.

Jawab :

Perhatikan dahulu tumbukan antara balok dan peluru; pada tumbukan momentum adalah kekal, maka momentum sebelum = momentum sesudah tumbukan.

$$(0,015 \text{ kg})v + 0 = (3,015 \text{ kg})V$$

di mana v adalah kecepatan peluru tepat sesudah tumbukan.



Gambar 8-9

Pada persamaan ini terdapat dua besaran yang tidak diketahui. Persamaan kedua yang diperlukan agar soalnya dapat terselesaikan, dapat kita ambil dari informasi bahwa balok dan peluru di dalamnya mendapat simpangan setinggi 10 cm. Dengan memilih EPG = 0 pada kedudukan semula balok, dapat kita tulis :

$$EK \text{ tepat sesudah tumbukan} = \frac{1}{2}(3,015 \text{ kg})V^2 = (3,015 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(0,10 \text{ m})$$

Dari persamaan ini diperoleh $V = 1,40 \text{ m/s}$; dengan mengisikan nilai ini ke dalam persamaan pertama, diperoleh $v = 281 \text{ m/s}$.

Perhatikan bahwa kita tidak boleh memakai hubungan $\frac{1}{2} mv^2 = (m+M)gh$, dengan $m = 0,015 \text{ kg}$ dan $M = 3,0 \text{ kg}$. Mengapa tidak ?

8-21. Inti suatu atom diam dan massanya $3,8 \times 10^{-25}$ kg. Karena bersifat radioaktif maka inti ini pada suatu saat mengeluarkan partikel yang bermassa $6,6 \times 10^{-27}$ kg dengan kecepatan $1,5 \times 10^7$ m/s. Karena itu sisa inti tersentak ke belakang ("recoil"). Berapakah kecepatan sentakan itu?

Jawab :

Peristiwa peluruhan radioaktif ini tidak lain adalah suatu ledakan, maka momentum sistem kekal :

Momentum sebelum = momentum sesudah ledakan

$$0 = (3,733 \times 10^{-25} \text{ kg})(v) + (6,6 \times 10^{-27} \text{ kg}) (1,5 \times 10^7 \text{ m/s})$$

Di sini $3,73 \times 10^{-25}$ kg adalah massa inti yang tersisa, dan v adalah kecepatannya. Maka

$$v = \frac{-(6,6 \times 10^{-27})(1,5 \times 10^7)}{3,73 \times 10^{-25}} = \frac{-10,0 \times 10^{-20}}{3,73 \times 10^{-25}}$$

$$= -2,7 \times 10^5 \text{ m/s}$$

8-22. Senapan menembak peluru 2 lb dengan kecepatan peluru 1600 ft/s. (a) Kalau berat senapan 500 lb, berapakah kecepatan v -nya karena sentakan? (b) Kalau sentakan ini dilawan gaya tetap sebesar 400 lb, dalam waktu berapakah senapan dapat dihentikan, dan berapakah jarak sentakan itu?

Jawab :

(a) Anggaplah senapan+ peluru = sistem. Sebelum tembakan terjadi, momentum linier sistem nol.

Karena momentum kekal dalam peristiwa ini :

Momentum sebelum tembakan = momentum sesudahnya

$$\text{atau } 0 = \frac{2}{32} \text{ slug } (1600 \text{ ft/s}) + \frac{500}{32} \text{ slug } v$$

maka $v = -6,4 \text{ ft/s}$.

(b) Hilangnya momentum selama sentakan disebabkan impuls yang dilakukan gaya 400 lb pada senapan. Berlakulah :

$$\text{impuls} = mv_f - mv_o$$

$$\text{atau } (-400 \text{ lb})t = 0 - \frac{500}{32} \text{ slug } (6,4 \text{ ft/s})$$

maka $t = 0,25 \text{ s}$.

Karena gaya yang melawan sentakan adalah konstan, maka senapan itu mengalami perlambatan. Dapat kita tulis :

$$\bar{v} = 2(0 + 6,4) \text{ ft/s} = 3,2 \text{ ft/s}$$

maka $x = \bar{v}t = (3,2 \text{ ft/s})(0,25 \text{ s}) = 0,80 \text{ ft}$. adalah jarak sentakan senapan.

- 8-23. Bola 0,25 kg yang melayang dengan kecepatan 13 m/s dalam arah x positif dipukul dengan 'bat', hingga mendapat kecepatan 19 m/s dalam arah -x. "Bat" menyentuh bola hanya selama 0,010 detik. Berapakah gaya rata-rata pada bola oleh 'bat' ?

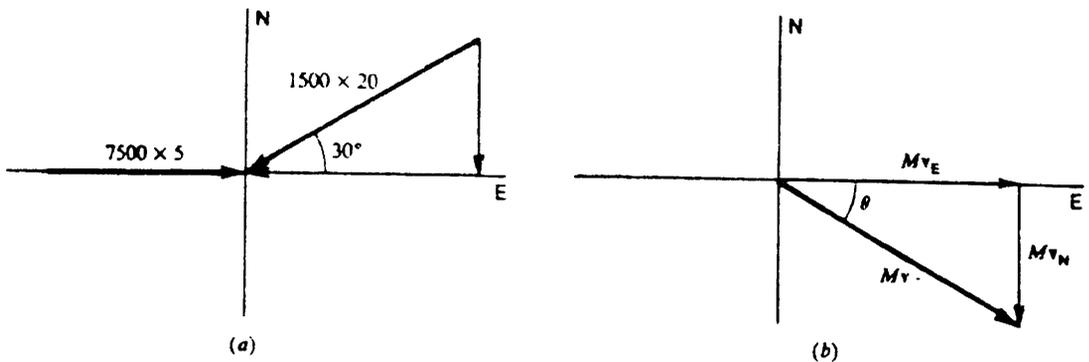
Jawab :

$v_o = 13 \text{ m/s}$ dan $v_f = -19 \text{ m/s}$. Persamaan impuls menghasilkan $Ft = mv_f - mv_o$ atau

$$F(0,01 \text{ s}) = (0,25 \text{ kg})(-19 \text{ m/s}) - (0,25 \text{ kg})(13 \text{ m/s})$$

Maka $F = -800 \text{ N}$

- 8-24. Truk 7500 kg yang sedang menuju ke arah Timur dengan kecepatan 5 m/s, bertumbukan dengan mobil 1500 kg, yang bergerak dalam arah 30° arah Barat-daya (dihitung dari arah Barat). Sesudah bertumbukan kedua kendaraan tetap menyatu. Bangkai kedua mobil itu terhempas ke arah manakah dan berapa kecepatannya ?



Gambar 8-10

Momentum sebelum tumbukan ditunjukkan Gambar 8-10 a, sedangkan momentum sesudah tumbukan tampak pada Gambar 8-10 b. Hukum kekekalan momentum mengatakan bahwa komponen dalam arah Utara dan dalam arah Timur haruslah kekal. Maka

$$(\text{momentum sebelum})_{\text{Timur}} = (\text{momentum sesudah})_{\text{Timur}}$$

$$\text{atau } (7500 \text{ kg})(5 \text{ m/s}) - (1500 \text{ kg})[(20 \text{ m/s}) \cos 30^\circ] = Mv_{\text{Timur}}$$

di sini $M = 7500 + 1500 = 9000 \text{ kg}$, dan v_{timur} adalah komponen kecepatan bangkai mobil dalam arah Timur. Selanjutnya :

$$(\text{momentum sebelum})_{\text{Utara}} = (\text{momentum sesudah})_{\text{Utara}}$$

$$(7500 \text{ kg})(0) - (1500 \text{ kg})[(20 \text{ m/s}) \sin 30^\circ] = Mv_{\text{Utara}}$$

Persamaan pertama menghasilkan $v_{\text{Timur}} = 1,28 \text{ m/s}$;

persamaan kedua : $v_{\text{Utara}} = -1,67 \text{ m/s}$

Kecepatan resultan :

$$v = \sqrt{(1,67)^2 + (1,28)^2} = 2,1 \text{ m/s.}$$

Sudut θ dalam Gambar 8-2 (b) adalah :

$$\theta = \arctan \frac{1,67}{1,28} = 53^\circ$$

- 8-25. Dua bola identik bertumbukan dengan kecepatan masing-masing 0,75 m/s dan -0,43 m/s. Tumbukan bersifat linier (berdimensi-1) dan kenyal sempurna. Berapakah kecepatan masing-masing bola sesudah tumbukan ?

Jawab :

Misalkan massa bola m . Hukum kekekalan momentum berlaku, maka momentum sebelum = momentum sesudah tumbukan atau

$$m(0,75 \text{ m/s}) + m(-0,43 \text{ m/s}) = mv_1 + mv_2$$

v_1 dan v_2 adalah kecepatan sesudah tumbukan kedua bola. Persamaan ini menghasilkan :

$$0,32 \text{ m/s} = v_1 + v_2 \quad (1)$$

Karena diketahui bahwa tumbukan ini bersifat kenyal sempurna, maka di samping momentum, energi kinetik juga kekal :

EK sebelum = EK sesudah tumbukan atau

$$1/2 m(0,75 \text{ m/s})^2 + 1/2 m(0,43 \text{ m/s})^2 = 1/2 mv_1^2 + 1/2 mv_2^2$$

atau

$$0,747 = 1/2 v_1^2 + v_2^2 \quad (2)$$

Dari persamaan (1) diperoleh $v_2 = 0,32 - v_1$. Setelah diisikan ke dalam persamaan (2) diperoleh

$$0,747 = (0,32 - v_1)^2 + v_1^2$$

maka

$$2v_1^2 - 0,64v_1 - 0,645 = 0$$

$$v_1 = \frac{0,64 \pm \sqrt{(0,64) + 5,16}}{4} = 0,16 \pm 0,59$$

atau

$v_1 = 0,75 \text{ m/s}$ dan $-0,43 \text{ m/s}$. Isikan dalam (1) : $v_2 = -0,43 \text{ m/s}$ dan $0,75 \text{ m/s}$.

Ada dua pilihan jawaban :

$$(v_1 = 0,75 \text{ m/s. } v_2 = -0,43 \text{ m/s})$$

dan ($v_1 = -0,43 \text{ m/s. } v_2 = 0,75 \text{ m/s}$)

Pilihan pertama tidak dapat digunakan, karena berarti bahwa kecepatan kedua itu tidak berubah : tidak terjadi tumbukan apapun. Jawaban tepat adalah $v_1 = 0,43 \text{ m/s}$ dan $v_2 = 0,75 \text{ m/s}$, yang berarti bahwa pada tumbukan linier yang lenting sempurna antara dua benda identik, kedua massa itu saling bertukar kecepatan.

Cara lain (yang lebih tepat) :

Untuk tumbukan kenyal sempurna, linier, berlaku :

$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2} \quad \text{maka} \quad 1 = \frac{v_2 - v_1}{0,75 - (-0,43)}$$

atau

$$v_2 - v_1 = 1,18 \text{ m/s} \quad (3)$$

Bersama rumus (1), v_1 dan v_2 dapat ditemukan.

- 8-26. Bola 1 kg dengan kecepatan 12 m/s bertumbukan dengan bola 2 kg yang bergerak dalam arah tepat berlawanan dengan kecepatan 24 m/s. Tentukan kecepatan masing-masing bola sesudah tumbukan jika (a) $e = 2/3$, (b) kedua bola menjadi satu, (c) tumbukan bersifat kenyal sempurna.

Dalam ketiga hal di atas momentum adalah kekal, hingga dapat ditulis :

momentum sebelum = momentum sesudah tumbukan

$$(1\text{kg})(12\text{m/s}) + (2\text{kg})(-24\text{m/s}) = (1\text{kg})v_1 + (2\text{kg})v_2$$

atau

$$-36 \text{ m/s} = v_1 + 2v_2$$

(a) di sini $e = 2/3$ atau

$$\frac{2}{3} = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2} = \frac{v_2 - v_1}{12 - (-24)}$$

atau $24 \text{ m/s} = v_2 - v_1$. Bersama dengan persamaan momentum di atas, didapatkan $v_2 = -4 \text{ m/s}$ dan $v_1 = 28 \text{ m/s}$.

(b) Di sini $v_2 = v_1 = v$, maka persamaan momentum menjadi $-36 \text{ m/s} = 3v$ atau $v = -12 \text{ m/s}$.

$$3v = -36 \text{ m/s} \text{ atau } v = -12 \text{ m/s}$$

(c) Sekarang $e = 1$

$$\text{atau } 1 = \frac{v_2 - v_1}{12 - (-24)}$$

Yakni $v_2 - v_1 = 36 \text{ m/s}$. Bila ini ditambahkan pada persamaan momentum diperoleh $v_2 = 0$, maka $v_1 = -36 \text{ m/s}$.

8-27. Bola dari ketinggian h dijatuhkan dan mental mencapai ketinggian $0,65 h$. Berapakah koefisien restitusi antara lantai dan bola itu ?

Jawab :

Kecepatan awal dan akhir lantai u_1 dan v_1 adalah nol. Hingga :

$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2} = - \frac{v_2}{u_2}$$

Mengingat bahwa EK di sini berubah menjadi EPG, dapatlah kita tulis

$$mgh = 1/2 mu_1^2 \text{ dan } mg(0,65 h) = 1/2 mv_2^2$$

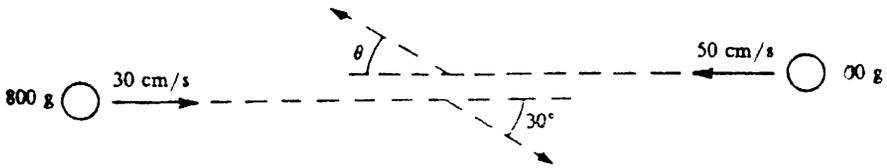
Dengan arah ke bawah kita ambil sebagai arah positif, diperoleh $u_2 = \sqrt{2gh}$ dan $v_2 =$

$$\sqrt{1,30 gh}$$

Isikan dalam rumus e menghasilkan :

$$e = \frac{\sqrt{1,30 gh}}{\sqrt{2gh}} = \sqrt{\frac{1,30 gh}{2gh}} = \sqrt{0,65} = 0,81$$

8-28. Kedua bola pada Gambar 8-11 bertumbukan menurut gambar. (a) Berapakah kecepatan akhir bola 500 g jika sesudah tumbukan bola 800 g diketahui berkecepatan 15 cm/s ? (b) Adakah tumbukan itu kenyal sempurna ?



Gambar 8-11

(a) Hukum kekekalan momentum :

$$(\text{momentum sebelum})_x = (\text{momentum sesudah})_x$$

$$(0,80 \text{ kg})(0,3 \text{ m/s}) - (0,50 \text{ kg})(0,5 \text{ m/s}) = (0,8 \text{ kg}) [(0,15 \text{ m/s}) \cos 30^\circ] + (0,5 \text{ kg})v_x$$

maka : $v_x = -0,228 \text{ m/s}$. Juga :

$$(\text{momentum sebelum})_y = (\text{momentum sesudah})_y$$

$$0 = (0,8 \text{ kg})[(0,15 \text{ m/s}) \sin 30^\circ] + (0,5 \text{ kg})v_y$$

maka : $v_y = 0,120 \text{ m/s}$ dan

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(0,228)^2 + (0,120)^2} = 0,26 \text{ m/s}$$

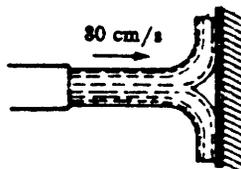
$$\text{dan } \theta = \arctan \frac{0,120}{0,228} = 28^\circ$$

(b) EK total sebelum tumbukan = $1/2(0,8)(0,3)^2 + 1/2(0,5)(0,5)^2 = 0,0985 \text{ J}$

EK total sesudah tumbukan = $1/2(0,8)(0,15)^2 + 1/2(0,5)(0,26)^2 = 0,026 \text{ J}$

Tampak bahwa EK berkurang, maka tumbukan tersebut bukan tumbukan kenyal sempurna.

8-29. Air disemprotkan dalam arah datar mengenai lempengan kaca, lihat Gambar 8-12. Diketahui bahwa $v_{\text{air}} = 80 \text{ cm/s}$ dan air sebanyak 30 cm^3 mengenai lempengan itu setiap detik. Andaikan air mengalir sejajar lempengan setelah mengenai lempengan. Satu sentimeter kubik air massanya satu gram. Berapakah gaya yang dilakukan air pada lempengan ?



Gambar 8-12

Jawab :

Lempengan itu melakukan impuls pada air, hingga momentum itu berubah.

Maka berlakulah :

(impuls)_x = perubahan pada momentum yang berarah x.

$$\text{atau } F_x t = (mv_x)_{\text{akhir}} - (mv_x)_{\text{awal}}$$

Kalau t kita ambil 1 detik, maka ini berarti bahwa m adalah massa air yang bertumbukan dengan lempengan dalam waktu 1 detik, yakni 30 gram. Maka

$$F_x(1 \text{ s}) = (0,030 \text{ kg}(0 \text{ m/s}) - (0,030 \text{ kg})(0,80 \text{ m/s}))$$

atau $F_x = -0,024 \text{ N}$. Ini adalah gaya oleh lempengan pada air.

Atas hukum aksi = -reaksi, maka gaya air pada lempengan adalah $0,024 \text{ N}$.

- 8-30. Sebuah roket berdiri tegak di atas pelataran. Setelah mesinnya dihidupkan gas disemburkan sebanyak 1500 kg setiap detik. Kecepatan molekul gas ternyata 50 km/s . Berapakah massa roket mula-mula, kalau semburan gas itu ternyata cukup untuk mengangkatnya perlahan-lahan meninggalkan landasannya ?

Jawab :

Ingat bahwa dibandingkan terhadap kecepatan (molekul) gas, maka kecepatan roket boleh kita abaikan. Agar molekul gas dapat mencapai kecepatan yang demikian tinggi itu (50 km/s) dari keadaan diam (sebelum dibakar), diperlukan suatu impuls, yakni

$$F_t = mv_f - mv_o = m(50000 \text{ m/s}) - 0$$

maka :

$$F = (50000 \text{ m/s})m/t$$

Tetapi (m/t) 1500 kg/s

$$\text{maka } F = (50000 \text{ m/s})(1500 \text{ kg/s}) = 7,5 \times 10^7 \text{ N}$$

Ini adalah gaya yang bekerja pada gas (hingga gas tersembur keluar). Atas dasar aksi = -reaksi, maka gaya ini adalah juga gaya dorong pada roket. Dapat disimpulkan bahwa mesin roket dapat mengangkat beban sebesar $7,5 \times 10^7 \text{ N}$, hingga massa maksimum yang dapat dimiliki roket adalah

$$M_{\text{roket}} = \frac{\text{berat}}{g} = \frac{7,5 \times 10^7 \text{ N}}{9,8 \text{ m/s}^2} = 7,65 \times 10^6 \text{ kg}$$

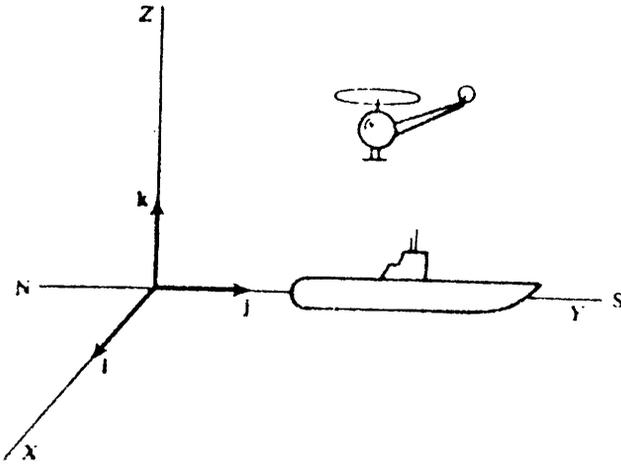
- 8-31. Sebuah helikopter sedang mencoba mendarat di atas geladak kapal induk yang sedang bergerak dengan kecepatan 17 m/s ke arah selatan. Kecepatan angin yang sedang bertiup saat itu 12 m/s ke arah barat. Jika helikopter tersebut mendarat secara vertikal dengan kecepatan 5 m/s , hitunglah (a) kecepatan relatif helikopter terhadap air (b) kecepatan relatif helikopter terhadap udara (gambar 8-13)

$$(a) \quad \vec{V}_{hel/air} = \vec{V}_{kap/air} + \vec{V}_{hel/kap} = 17 \hat{j} + (-5) \hat{k}$$

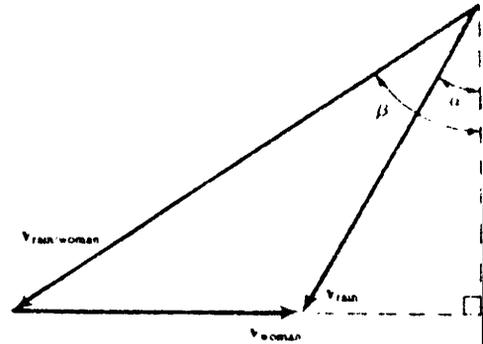
$$= 17 \hat{j} - 5 \hat{k} \text{ m/s}$$

$$(b) \quad \vec{V}_{hel/air} = \vec{V}_{hel/air} + \vec{V}_{air/ud} = \vec{V}_{hel/air} - \vec{V}_{ud/air}$$

$$= (17 \hat{j} - 5 \hat{k}) - 12 \hat{i} = -12 \hat{i} + 17 \hat{j} - 5 \hat{k} \text{ m/s}$$



Gambar 8-13



Gambar 8-14

- 8-32. Hujan turun dan airnya jatuh pada sudut α dengan arah vertikal, mempunyai kecepatan tetap 10 m/s. Saat itu seseorang perempuan lari dengan arah melawan hujan dan kecepatan 8 m/s melihat hujan membentuk sudut β terhadap vertikal. Tentukan hubungan antara α dan β (Gambar 8-14)

Jawab :

$$\text{tg } \beta = \frac{V_{\text{seseorang}} + V_{\text{hujan}} \sin \alpha}{V_{\text{hujan}} \cos \alpha} = \frac{8 + 10 \sin \alpha}{10 \cos \alpha}$$

- 8-33. Sebuah senapan bermassa 0,80 kg menembakkan sebuah peluru yang massanya 0,016 kg dengan kecepatan 700 m/det. Hitung kecepatan senapan.

Jawab :

Mula-mula senapan dan peluru diam, jadi jumlah momentumnya = nol. Sesudah penembakan :

$$\text{momentum peluru} = p_1 = m_p v_p = 0,016 \times 700$$

$$= 11,20 \text{ kg-m-det}^{-1}$$

momentum senapan = p_2

$p_1 + p_2 = 0$ (hukum kekekalan momentum)

Jadi $p_2 = -p_1 = -11,20 \text{ kg m - det}^{-1}$ (berlawanan dengan momentum peluru)

8-34. Partikel α (inti atom He) dipancarkan dengan kecepatan $1,4 \times 10^7 \text{ m/det}$ oleh inti U^{238} yang meluruh, yang mula-mula diam. Tentukan kecepatan inti sisa yang terpental (recoil = Th^{234})

Jawab :



momentum mula-mula = momentum akhir

$$0 = M_\alpha v_\alpha + M_{th} v_{th}$$

$$v_{th} = - \frac{M_\alpha v_\alpha}{M_{th}} = - \frac{4}{234} \times 1,4 \times 10^7 \text{ m/det}$$
$$= -2,4 \times 10^5 \text{ m/det}$$

Tanda minus menunjukkan bahwa inti Thorium terpental pada arah berlawanan dengan arah partikel.

8-35. Sebuah senapan mitraliur dipasang pada sebuah kendaraan yang licin. Massa sistem (kendaraan senjata) pada suatu saat M . Pada saat ini senjata tersebut menembakkan peluru-peluru yang bermassa m dengan kecepatan v . Jika kecepatan kendaraan V , kecepatan peluru relatif terhadap kendaraan : $v - V = v_{rel}$. Jumlah peluru yang ditembakkan per satuan waktu n . Tentukan percepatan kendaraan dan gaya reaksi rata-rata karena peluru yang keluar, jika diketahui :

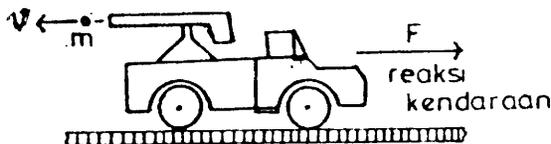
$v_{rel} = 500 \text{ m/det}$, $m = 10 \text{ gram}$, $n = 10 \text{ butir/det}$.

$M = 200 \text{ kg}$ (mula-mula).

Jawab :

Pandang sistem senjata dan kendaraan M berubah, $F_{luar} = 0$

$$M \frac{dv}{dt} = -v_{rel} \frac{dM}{dt}$$



Gambar 8-15

$$\frac{dv}{dt} = a = \text{percepatan sistem}$$

$$v_{\text{rel}} = v - V \text{ kekiri}$$

$$\frac{dM}{dt} = -mn$$

$$a = \frac{dv}{dt} = + \frac{v_{\text{rel}} (mn)}{M} \longrightarrow Ma = + v_{\text{rel}} n m = \text{gaya reaksi pada kendaraan.}$$

Jadi pada saat $M = 200 \text{ kg}$:

$$a = + \frac{500 \cdot 10^{-2} \cdot 10}{200} = + 0,25 \text{ m/det}^2.$$

Besar gaya reaksi rata-rata pada kendaraan karena peluru-peluru yang dilepaskan :

$$F = v_{\text{rel}} n m = 500 \cdot 10 \cdot 10^{-2} = 50 \text{ N}$$

- 8-36. Sebuah roket dari 15000 kg penuh berisi bahan bakar berada pada landasan peluncuran. Ia ditembakkan vertikal ke atas. Pada saat bahan bakar habis massa roket 5000 kg. Laju gas yang dikeluarkan 150 kg/det dengan kecepatan 1500 m/det relatif terhadap roket. Besaran-besaran ini konstan selama ada pembakaran.

Ditanya :

- Jika tak ada gaya-gaya luar (gaya berat & gesekan udara), berapa kecepatan roket pada saat bahan bakar habis?
- Berapa gaya dorong ?

Jawab :

$$\frac{m dv}{dt} = -v_r \frac{dm}{dt} \quad (F_{\text{luar}} = 0)$$

$$\int_{v_0}^v dv = -v_r \int_{m_0}^m \frac{dm}{m}$$

$$v - v_0 = -v_r \ln \frac{m}{m_0} = +v_r \ln \frac{m_0}{m}$$

$$v = +v_r \ln \left(1 + \frac{m_0 - m}{m} \right)$$

Jadi perubahan kecepatan roket pada setiap interval waktu tergantung hanya pada kecepatan keluar gas (arah kecepatan berlawanan dengan arah keluar gas) dan pada berapa bagian massa roket yang hilang selama interval waktu tersebut

$$\text{Bila } v_0 = 0, \frac{m_0}{m} = \frac{15.000}{5.000} = 3$$

Jadi kecepatan roket pada saat bahan bakar habis = $1500 \ln 3$ m/det

$$\begin{aligned} \text{b). } F_{\text{dorong}} &= v_{\text{rel}} \frac{dm}{dt} = 1500 \cdot 150 \cdot N \\ &= 225 \times 10^3 \text{ N} \end{aligned}$$

Catatan : Gaya ke atas pada saat permulaan :

$$F_{\text{dorong}} - \text{berat awal}$$

Gaya ke atas pada saat bahan bakar habis :

$$F_{\text{dorong}} - \text{berat akhir.}$$

- 8-37. Massa roket mula-mula 3000 ton, massa akhir pada saat bahan bakar habis 2780 ton. Laju gas keluar : 1420 kg/det. Hitung kecepatan maximum (=kecepatan pada saat bahan bakar habis). Kecepatan keluar gas 5000 m/det, $v_0 = 0$.

Jawab :

$$v = v_r \ln \frac{m_0}{m} - gt$$

m yang hilang = 220 ton = 220.000 kg.

Jadi :

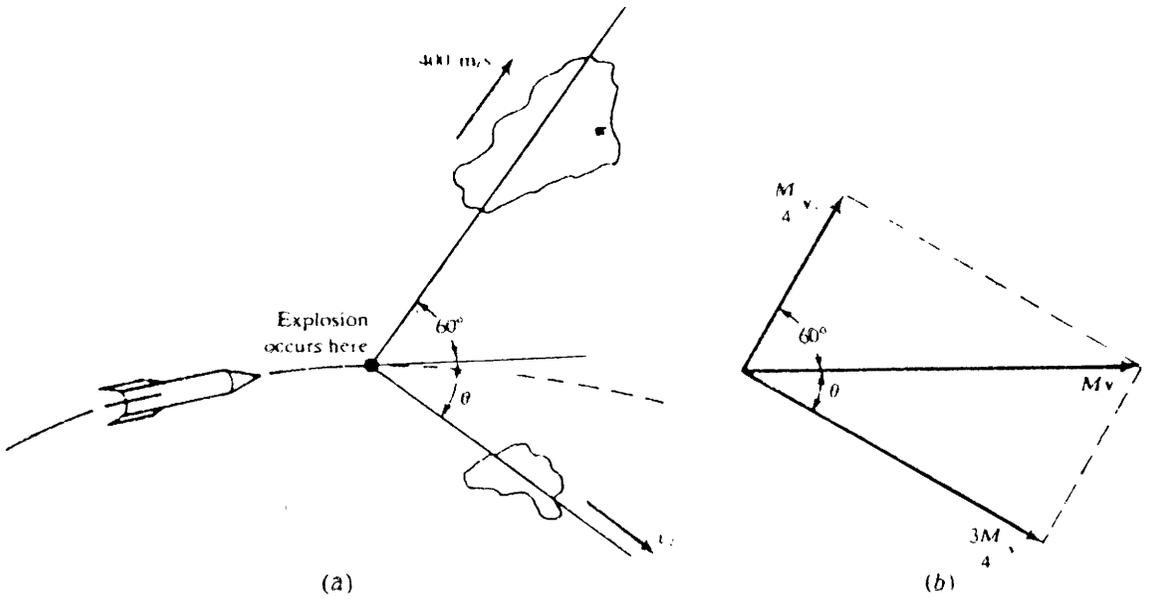
$$v = (55000 \ln \frac{3000}{2700} - 10.155) \text{ m/det} \longrightarrow 2700 \text{ m/det}$$

(g dianggap konstan)

- 8-38. Sebuah rocket mempunyai massa M bergerak dengan kecepatan v ($v = 200$ m/s), meledak di udara, pecah menjadi dua bagian dengan massa $M/4$ dan $3M/4$ (Gambar 8-16). Jika pecahan yang lebih kecil melesat pada arah 60° terhadap arah gerak semula dengan kecepatan 400 m/s. Hitung besar dan arah kecepatan pecahan yang lain.

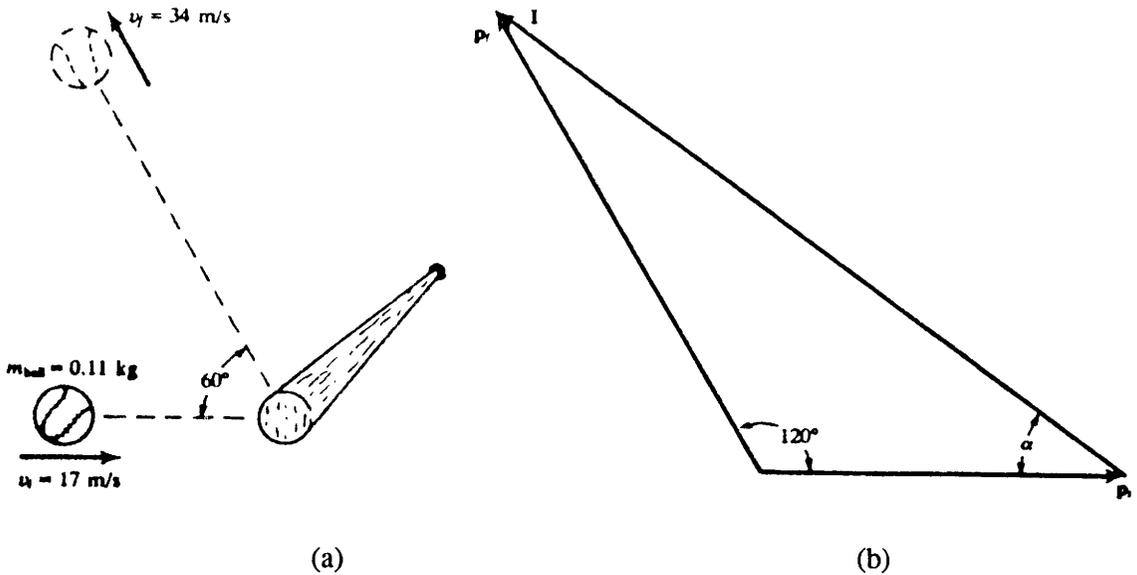
Jawab :

$$v_2 = 231 \text{ m/s dan } \theta = 30^\circ$$



Gambar 8-16

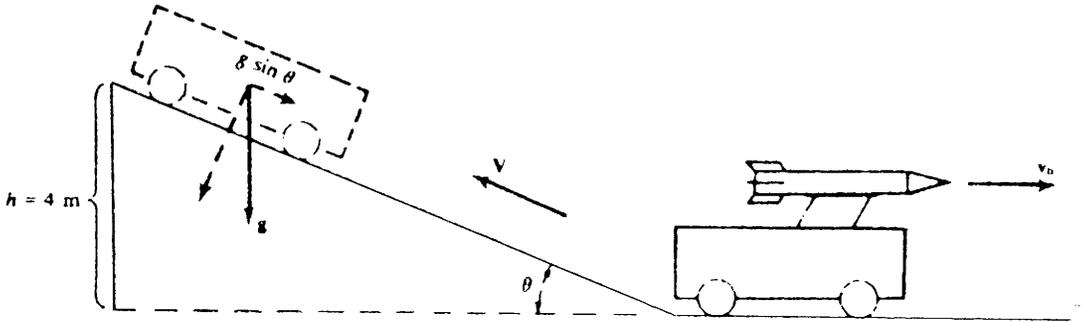
8-39. Sebuah bola kasti di lempar dengan kecepatan 17 m/s kearah pemukul. Bola terpukul dan meluncur dengan kecepatan 34 m/s dan arah 60° terhadap arah semula (Gambar 8-17). Jika bola dan bat kontak dalam waktu $0,025 \text{ s}$, hitunglah besar gaya rata-rata yang dipergunakan pada bola oleh bat.



Gambar 8-17

8-40. Sebuah peluncur rocket mempunyai massa 4400 kg, menembak ke roket yang massanya 110 kg secara horizontal dan tertolak naik ke atas bidang miring yang licin sampai ketinggian 4m (gambar 8-18). Hitunglah kecepatan awal rocket.

Jawab : 35,4 m/s



Gambar 8-18

8-41. Dua buah bola dempul bergerak sepanjang lantai yang licin. Bola A bergerak kekiri dengan kecepatan 15 m/s dan bola B ke kanan dengan kecepatan 24 m/s. Bola A dan bola B mempunyai massa sama dan setelah tumbukan, kedua buah bola melekat menjadi satu. Hitunglah kecepatan bola setelah tumbukan (Gambar 8-19)

Jawab : 5 m/s



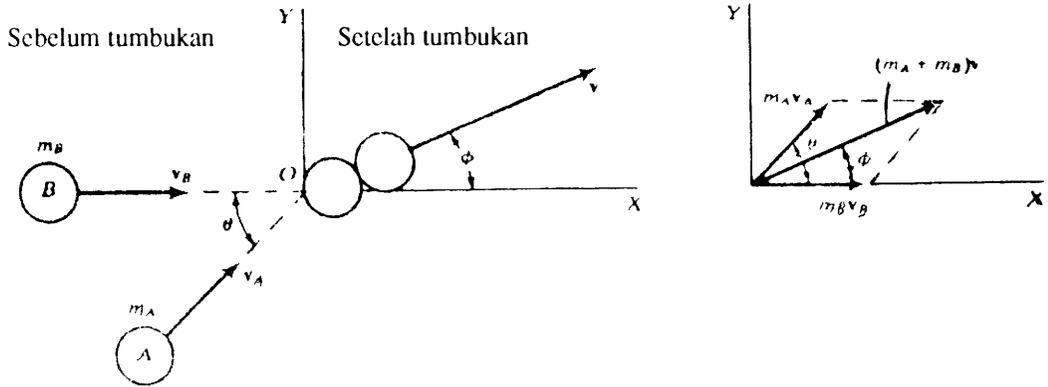
(a) Sebelum tumbukan

(b) Setelah tumbukan

Gambar 8-19

8-42. Dua buah bola dempul Gambar 8-20 bertumbukan dari arah condong dan melekat menjadi satu setelah tumbukan. Massa bola A dan bola B sama, kecepatan bola A dan bola B $V_A = V_B = 45 \text{ m/s}$, dan arah tumbukan $\theta = 45^\circ$. Hitunglah kecepatan bola setelah tumbukan.

Jawab : 41,58 m/s



Gambar 8-20

8-43. Sebuah senapan 4 kg dan sebuah senapan 5 kg menembakkan peluru identik dengan kecepatan moncong sama. Bandingkan momentum balik dan kecepatan balik dari kedua senapan tersebut.

Jawab :

Momentum balik senapan sama, tetapi kecepatan baliknya lebih besar.

8-44. Sebuah truk dengan bagasi kosong diluncurkan dengan mesin mati sepanjang jalan, ketika hujan mulai jatuh. Abaikan gesekan, apa yang terjadi dengan kecepatan truk ?

Jawab :

Kecepatan truk berkurang dan momentum totalnya tetap.

8-45. Seorang pria 80 kg meloncat secara horizontal dari perahu 300 kg dengan kecepatan 2 m/detik. Berapa kecepatan balik dari perahu ?

Jawab :

0,53 m/s

8-46. 4 anak perempuan 50 kg secara simultan meloncat secara horizontal dengan kecepatan 2,5 m/detik dari sisi yang sama sebuah perahu, sehingga kecepatan baliknya 0,1 m/detik. Berapa massa perahu?

Jawab : 5000 kg

8-47. Sebuah mobil 100 kg yang kosong diluncurkan menuruni sebuah bukit dan bergerak sepanjang jalan dengan kecepatan 15 m/detik. Agar mobil berhenti, truk 5000 kg yang bergerak dalam arah yang berlawanan ditumbukkan dengannya. Berapa kecepatan truk kedua kendaraan berhenti sesudah tumbukan ?

Jawab : 3 m/s.

8-48. Seorang laki-laki 50 kg pada keadaan diam berada di atas roda skate menangkap sebuah bola 0,6 kg yang bergerak menuju dia dengan kecepatan 30 m/detik. Berapa kecepatannya bergerak ke arah belakang sebagai akibat hal tersebut ?

Jawab : 0,36 m/s.

8-49. Sebuah mobil 1200 kg dengan kecepatan 10 m/detik menyusul sebuah mobil 1000 kg yang bergerak 8 m/detik dan bertumbukan.

(a) Bila dua mobil menempel bersama-sama, berapa kecepatan akhirnya ?

(b) Berapa energi kinetik yang hilang ? Berapa presentase dari EK semula ?

Jawab : (a) 9,09 m/s

(b) 1100 J; 1,2%

8-50. Mobil dari soal (8-49) bergerak dalam arah berlawanan dan saling bertumbukan

(a) Bila mereka menempel bersama-sama, berapa kecepatan akhirnya ?

(b) Berapa energi kinetik yang hilang ? Berapa presentase dari EK semula ?

Jawab : (a) 1,82 m/s

(b) 88,356 J; 96%

8-51. Sebuah batu 1 kg yang bergerak ke selatan dengan kecepatan 3 m/detik bertumbukan dengan seongkah tanah liat yang bergerak ke barat dengan kecepatan 1 m/detik dan menjadi bersatu dengan bongkah tanah liat.

Tentukan kecepatan (besar dan arah) dari benda yang bergabung tersebut

Jawab : 0,97 m/s pada 31° arah selatan dari barat.

8-52. Sebuah bola 2 kg yang bergerak ke kanan dengan kecepatan 3 m/detik menyusul dan bertumbukan dengan sebuah bola 4 kg yang bergerak ke kanan dengan kecepatan akhir dari kedua bola 4 kg yang bergerak ke kanan dengan kecepatan akhir dari kedua bola, bila koefisien restitusi 0,8.

Jawab : 2,4 m/s ; 2,8 m/s

8-53. Sebuah bola karet dijatuhkan ke atas tanah dari ketinggian 2 m. Bila koefisien restitusi 0,7 tentukan ketinggian pantulan bola !

Jawab : 0,98 m.

8-54. (a) Raket diarahkan tegaklurus ke atas. Berapakah gaya dorong minimum mesin roket agar dapat mengangkatnya ke atas ? Massa roket 2×10^5 . (b) Kalau mesin roket mengeluarkan/membakar bahan bakar sebanyak 20 kg setiap detik, berapakah kecepatan molekul gas yang terbakar itu. (Massa roket berkurang sedikit karena pembakaran bahan bakarnya; ini boleh diabaikan).

Jawab : (a) $19,6 \times 10^5$ N; (b) 98 km/s.

8-55. Balok kayu 2 kg diam di atas meja datar. Peluru 5 kg ditembakkan ke dalamnya dan tetap menancap di dalam balok itu. Dengan peluru berkecepatan 150 m/s dalam arah datar, ternyata balok dapat tergeser 270 cm sebelum berhenti.

- (a) Berapakah kecepatan balok sesaat setelah tertembak ?
- (b) Berapakah gaya gesek antara balok dan meja ?

Jawab : (a) 0,374 m/s; (b) 0,052 N.

8-56. Balok kayu 2 kg diam di atas meja datar. Melalui lubang pada daun meja tepat di bawah balok itu, peluru 7 g ditembakkan vertikal ke atas dan menancap dalam balok. Balok ternyata terangkat 25 cm. Berapakah kecepatan peluru itu ?

Jawab : 635 m/s.

8-57. Truk 6000 kg yang bergerak ke Utara dengan laju 5 m/s bertubrukan dengan truk lain 400 kg yang sedang melaju ke Barat dengan kecepatan 15 m/s. Sesudah tumbukan kedua truk tetap menyatu; berapakah besar dan arah kecepatannya sesudah bertubrukan ?

Jawab : 6,71 m/s, dalam arah $26,6^\circ$ sebelah Utara dihitung dari arah Barat.

8-58. Benda bermassa 3 kg mula-mula kecepatannya 65 cm/s kemudian berkurang menjadi 15 cm/s dalam waktu 0,2 detik. Berapakah gaya hambat rata-rata dideritanya ?

Jawab : 7,5 N.

8-59. Peluru 7 g ditembakkan dalam arah datar dengan kecepatan 200 m/s dan menembus kaleng bermassa 150 g. Sesaat sesudah terkena, kaleng itu mempunyai kecepatan 180 cm/s. Berapakah kecepatan peluru setelah menembus kaleng ?

Jawab : 161 m/s.

8-60. Dua bola dengan massa yang sama, berkecepatan 3 m/s; bertumbukan linier. Berapakah kecepatan masing-masing sesudah bertumbukan itu, kalau (a) diketahui kedua bola tetap bersatu; (b) tumbukan itu kenyal sempurna; (c) koefisien restitusi tumbukan adalah $1/3$.

Jawab :

- (a) 0 m/s; (b) masing-masing mental dengan kecepatan 3,0 m/s;
- (c) masing-masing mental dengan kecepatan 1 m/s.

8-61. Bola 6 lb berkecepatan 10 ft/s bertumbukan linier dengan bola 1 lb yang diam. Tentukan kecepatan masing-masing bola sesudah tumbukan, kalau : (a) kedua bola itu tetap bersatu; (b) tumbukan itu kenyal sempurna; (c) koefisien restitusi tumbukan adalah 0,90.

Jawab: (a) 9 ft/s; (b) 8 ft/s; 18ft/s; (c) 8,1 ft/s; 17,1 ft/s.

8-62. Bola dijatuhkan di atas lantai datar. Setelah tumbukan pertama bola mental setinggi 144 cm dan setelah tumbukan kedua mental 81 cm. Tentukanlah : (a) koefisien restitusi antara bola dan lantai; (b) sampai berapa tinggi bola akan mental setelah tumbukan ketiga ?

Jawab : (a) 0,75 ; (b) 45,6 cm.

8-63. Titik O salib sumbu dua bola yang identik saling bertumbukan. Sebelumnya komponen kecepatan kedua bola adalah ($u_x = 40$ cm/s, $u_y = 0$), dan ($u_x = -30$ cm/s; $u_y = 20$ cm/s). Sesudah tumbukan diketahui bahwa bola pertama diam; tentukan komponen kecepatan bola kedua.

Jawab : $v_x = 10$ cm/s; $v_y = 20$ cm/s.

8-64. Dua bola saling menghampiri pada sumbu x dengan kecepatan masing-masing 30 cm/s. Tumbukan yang terjadi bersifat kenyal sempurna. Sesudah bertumbukan bola yang satu diketahui kecepatannya membentuk sudut 30° dengan sumbu x. Maka tentukanlah laju bola pertama ini dan tentukan pula kecepatan bola kedua.

Jawab : 30 cm/s; 30 cm/s pada arah 30° di bawah sumbu x (jadi berlawanan arah dengan bola pertama).

8-65. Sebuah partikel dengan massa 0,2 kg bergerak dengan kecepatan 0,4 m/det sepanjang sumbu x menumbuk partikel lain dengan massa 0,3 kg dan diam. Sesudah tumbukan partikel pertama mempunyai kecepatan 0,2 m/det pada arah 40° dengan sumbu x.

Tentukan : a. besar dan arah kecepatan partikel II sesudah tumbukan
b. Perubahan kecepatan dan momentum masing-masing partikel
c. jenis tumbukan
d. $\Delta E.k.$
e. koefisien restitusi

8-66. Dua buah kereta A dan B bergerak saling mendekat. Mula-mula B diam sementara A bergerak ke kanan dengan kecepatan 0,5 m/det. Sesudah bertumbukan, A dipantul kembali dengan kecepatan 0,1 m/det dan B bergerak ke kanan dengan kecepatan 0,3 m/det. Pada percobaan kedua, A dimuati suatu massa 1 kg dan didorong melawan B dengan kecepatan 0,5 m/det. Sesudah tumbukan A diam dan B bergerak ke kanan dengan kecepatan 0,5 m/det. Tentukan massa A dan B.

8-67. Sebuah granat bergerak horisontal dengan kecepatan 8 km/det relatif terhadap bumi meledak menjadi 3 bagian yang sama. Salah satu meneruskan gerak horizontalnya dengan kecepatan 16 km/det. Yang kedua bergerak ke atas pada sudut 45° dan yang ketiga bergerak pada sudut 45° di bawah horizontal. Tentukan besar kecepatan-kecepatan bagian kedua dan ketiga.

8-68. Sebuah satelit bergerak secara horizontal pada kecepatan 8 km/det relatif terhadap bumi. Sebuah beban 50 kg dijatuhkan ke bumi dengan menembakkannya secara horizontal ke belakang.

- Berapakah kecepatan beban relatif terhadap bumi segera setelah penembakan.
- Hitung kecepatan satelit sesudah penembakan beban tersebut, jika massa total (termasuk beban) = 450 kg.

8-69. Sebuah massa 20 kg bergerak di bawah pengaruh gaya :

$$\vec{F} = (5t) \hat{x} + (3t^2 - 1) \hat{y} \text{ (N)}. \text{ Pada } t = 0 \text{ benda diam di titik asal.}$$

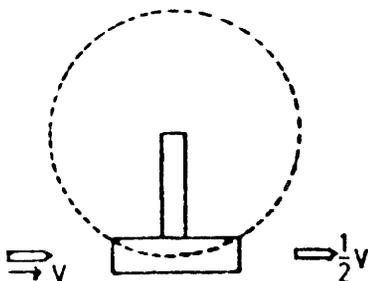
- Tentukan momentum dan E.K. benda pada $t = 0$
- Hitung impuls dan kerja yang dilakukan oleh gaya tersebut dari $t = 0$ ke $t = 10$ det. Bandingkan dengan jawaban a.

Berilah kesimpulan.

8-70. Sebuah proyektil ditembakkan pada arah 60° dengan horizontal dan kecepatan keluarnya dari laras = 400 m/det. Sesudah mencapai titik tertinggi ia meledak menjadi 2 bagian yang sama, salah satu jatuh vertikal.

- Berapa jarak dari titik penembakan, bagian kedua mengenai tanah jika lapangan datar horizontal?
- Berapa energi yang dilepaskan pada ledakan tersebut?

8-71. Sebuah peluru dengan massa m dan kecepatan v menembus sebuah bandul dengan massa M dan kecepatan peluru setelah keluar $\frac{1}{2}v$. Beban bandul berada di ujung kawat yang mempunyai panjang ℓ . Berapakah harga minimum dari v agar bandul dapat membuat satu lingkaran penuh?



Gambar 8-21.

8-72. Truk 40000 kg melaju dengan kecepatan 5,0 m/s sepanjang jalan sempit yang lurus, dan bertabrakan dengan truk lain 30000 kg yang sedang mogok. Kedua truk itu menyatu. Berapakah laju kedua truk itu sesudah bertumbukan ?

Jawab : 2,86 m/s.

8-73. Gerbong terbuka yang sedang kosong (massa 15 000 kg) menggelinding di atas rel yang datar dengan kecepatan 5 m/s. Tiba-tiba batubara sebanyak 5000 kg dijatuhkan ke dalam gerbong itu dari arah tepat atas (kecepatan batu bara semula adalah nol). Berapakah kecepatan akhir gerbong ?

Jawab : 3,75 m/s.

8-74. Pasir dijatuhkan sebanyak 2000 kg/menit pada ban yang berjalan datar kecepatan 250 m/menit. Berapakah gaya yang diperlukan untuk menggerakkan ban berjalan ('conveyor belt') itu ? Anggap gesekan tidak ada.

Jawab : 139 N.

8-75. Dua benda 8 kg dan 4 kg bergerak pada sumbu -x dengan arah berlawanan pada kecepatan 11 m/s dan -7 m/s. Setelah bertabrakan mereka tidak berpisah. Berapakah kecepatan kedua benda itu sesaat sesudah tabrakan ?

Jawab : 5 m/s.

8-76. Meriam 1200 lb yang terpasang di atas kereta menembak granat 8 lb dengan $v = 1800$ ft/s dalam arah 30° dengan arah datar. Meriam tersentak, berapakah komponen horizontal dari kecepatan sentak meriam itu ?

Jawab : 10,4 ft/s

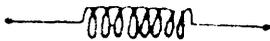
9

MEKANIKA BENDA TEGAR

PENDAHULUAN

Definisi : Benda tegar (rigid = kaku) adalah sistem benda yang terdiri dari sistem-sistem benda titik yang tak hingga banyaknya dan jika ada gaya yang bekerja padanya, jarak antara titik-titik anggota sistem selalu tetap.

Jadi perbedaan antara sistem benda titik dan benda tegar terletak pada adanya perubahan jarak pada sistem benda titik yang mengalami gaya :



(a)



(b)

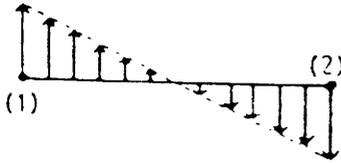
Gambar 9-1

Pada gambar 9-1 (a), adalah sistem benda titik, karena 2 titik dihubungkan dengan pegas yang jarak 2 titik tersebut dapat berubah-ubah jika padanya bekerja gaya.

Gambar 9-1 (b) adalah benda tegar karena keduanya dihubungkan dengan tongkat yang tak dapat berubah panjang jika gaya bekerja padanya. Gerak sistem benda titik terdiri atas 2 macam :

- Gerak pusat massa
- Gerak relatif

Gerak relatif yang sederhana adalah memilih pusat massa sebagai pusat sistem koordinat, sedangkan gerak relatif yang mungkin terjadi dalam gerak benda tegar dalam sistem koordinat pusat massa adalah rotasi terhadap pusat massa dalam keadaan diam.



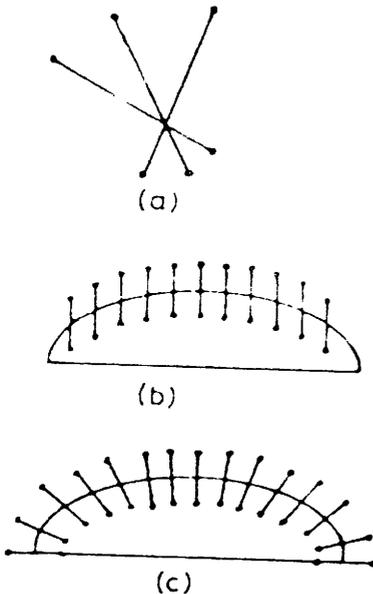
Gambar 9-2 menunjukkan bahwa untuk pusat massa yang diam gerak relatif benda (1) terhadap benda (2) yang mungkin terjadi hanyalah gerak rotasi.

Gambar 9 -2

Jadi gerak benda tegar terdiri dari :

- a. gerak pusat massa, yaitu bila lintasan semua titik tersebut sejajar, disebut translasi. Hal ini mengingatkan kita pada gerak satu benda titik.
- b. Rotasi terhadap pusat massa, yaitu bila lintasan semua titik dari benda tersebut berbentuk lingkaran yang sepusat pada sumbu putar yang melalui pusat massanya.

Macam-macam gerak benda tegar yang sederhana



1. **Gerak rotasi murni (gbr.9-3a)**
Pusat massa diam dan benda-benda bergerak mengelilingi pusat massa.
2. **Gambar 9-3b**
Gerak translasi murni, pusat massa bergerak, sedangkan benda-benda tidak berubah terhadap pusat massa atau diam.
3. **Gambar 9-3c**
Gerak rotasi dan translasi bersama-sama, pusat massa bergerak, benda-benda juga berotasi terhadap pusat massa. Selanjutnya pembicaraan gerak benda tegar dibahas tentang kinematika rotasi.

Gambar 9 - 3

9-1 KINEMATIKA ROTASI

Benda-benda yang berotasi terhadap sebuah titik yang tetap (sumbu putar) berarti setiap titik pada benda tersebut akan melakukan gerak melingkar dengan pusat lingkarannya berada pada sumbu putar. Disini terdapat analog antara besaran-besaran dan translasi yaitu :

1. Besaran sudut putar yang dibuat oleh benda, θ analog dengan pergeseran x .
2. Kecepatan putar (sudut) ω , analog dengan kecepatan v .
3. Percepatan putar(sudut) α , analog dengan percepatan a .

Hubungan antara besaran-besaran translasi dan rotasi adalah :

$$s = \theta r \qquad v_T = \omega r \qquad a_T = \alpha r$$

dengan r adalah jarak titik ke sumbu putar.

9-1-1 Besaran-besaran kinematis rotasi

Besaran kinematis untuk rotasi terdiri dari :

θ = sudut putar, ω = kecepatan putar dan α = percepatan putar. Rumus-rumus kinematika rotasi analog dengan rumus-rumus kinematika translasi seperti yang terdapat pada bab II yaitu :

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + 1/2 \alpha t^2$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

dengan definisi :

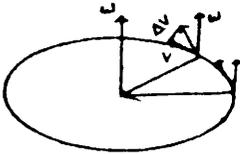
$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \longrightarrow \text{dengan satuan adalah rad/det.}$$

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} \longrightarrow \text{dengan satuan adalah rad/det}^2 \text{ dan } \theta \text{ mempunyai satuan radial.}$$

9-1-2 Macam-macam gerak rotasi

1. Gerak melingkar beraturan
 $\omega = \text{konstan}$ atau $\alpha = 0$
2. Gerak melingkar berubah beraturan
 $\alpha \neq 0$, $\alpha > 0$ atau $\alpha < 0$, berarti gerak melingkar dipercepat atau diperlambat.

9-1-3 Kecepatan dan percepatan sebagai vektor



Gambar 9-4

Pada bab II telah dibicarakan bahwa arah kecepatan pada suatu gerak melingkar, selalu tegak lurus pada jari-jari lingkaran.

Kalau gerak melingkar beraturan dengan $|\bar{v}| = |\bar{v}|$, maka arah Δv ke pusat.

Bila kecepatan sudut gerak melingkar adalah ω , maka :

$$v = \omega r$$

yang hubungannya secara vektoris dinyatakan :

$$\bar{v} = \bar{\omega} \times \bar{r} \quad \bar{r} = \omega r \hat{u}_\theta$$

dengan \hat{u}_θ ialah vektor satuan di arah tegak lurus jari-jari lingkaran (tangensial).

$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t}$ ialah \bar{a} , dengan arah ke pusat juga dan disebut **percepatan santripetal**.

a_R atau $a_{c.p} = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$ yang mempunyai hubungan secara vektoris ialah : $\bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r})$

Untuk kecepatan yang tidak tetap, pada arah lintasannya akan terdapat **percepatan tangensial (a_T)** dengan :

$$a_T = \frac{dv_T}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha, \text{ maka percepatan totalnya :}$$

$a = \sqrt{a_T^2 + a_R^2}$, atau dapat pula dinyatakan :

$$a = -\omega^2 r \hat{u}_r + \alpha r \hat{u}_\theta$$

jika \hat{u}_r adalah vektor satuan pada arah ke pusat lingkaran.

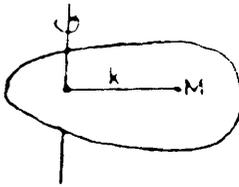
\hat{u}_θ = vektor satuan pada arah tegak lurus jari-jari

9-2 MOMEN INERSIA (KELEMBABAN ROTASI)

- Definisi :**
1. Untuk 1 benda titik : $I = m r^2$
 2. Untuk sistem benda titik : $I = \sum m_i r_i^2$.
 3. Untuk benda tegar : $I = \int r^2 dm$

Momen inersia, tergantung pada bentuk benda, artinya pada ukuran-ukurannya, juga massanya, dan tergantung pada letaknya sumbu putar (r). Apabila bentuk benda tidak beraturan, maka digunakan besaran lain untuk jarak ke sumbu putar yaitu **jari-jari girasi**.

Jari-jari girasi



Gambar 9-5

Bila k adalah jarak radial dari tiap sumbu putar, m adalah massa benda yang dikonsentrasikan, maka akan terdapat hubungan :

$$I_{pm} = m k^2 \quad k = \sqrt{\frac{I_{pm}}{m}}$$

Jadi **jari-jari girasi** adalah jarak radial dari sumbu putar, ke suatu titik tempat massa benda dikonsentrasikan, sehingga momen inersia pada benda tersebut : $I_{pm} = m k^2$

9-2-1 Perhitungan momen inersia untuk benda tegar yang kontinu dan teratur

1. Batang

Batang dengan panjang l , dan massa m , berputar terhadap sumbu melalui pusat massa. Ambil dm dengan panjang dx , yang terletak sejauh x dari sumbu. Bila λ adalah rapat massa per satuan panjang, maka :

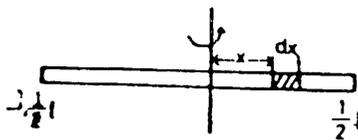
$$m = \lambda l \quad dm = \lambda dx$$

$$I = \int r^2 dm = \int x^2 dm$$

$$= \int_{-1/2l}^{1/2l} \lambda x^2 dx = 2 \int_0^{1/2l} \lambda x^2 dx$$

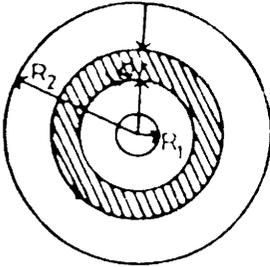
$$= 2 \lambda \cdot \frac{1}{3} x^3 \Big|_0^{1/2l} = 2 \lambda \cdot \frac{1}{3} (1/2l)^3$$

$$= \frac{1}{12} \lambda l^3 = \frac{1}{12} m l^2$$



Gambar 9-6

2a. Cincin tebal



Gambar 9-7

Misalnya :

R_1 menyatakan jari-jari dalam cincin, R_2 menyatakan jari-jari luarnya, f menyatakan rapat jenis dari massa cincin maka :

$$dm = \int dv = \int 2 \pi r dr t,$$

t = tebal dari cincin.

$$I = \int_{R_1}^{R_2} r^2 dm = 2\pi \int t \int_{R_1}^{R_2} r^3 dr$$

$$= 1/2 \pi \int t (R_2^4 - R_1^4)$$

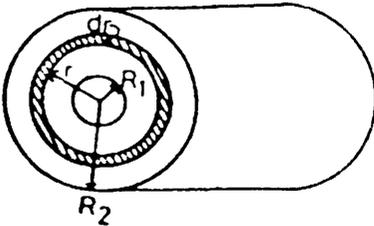
$$= 1/2 \pi \int t (R_2^2 - R_1^2) (R_2^2 + R_1^2)$$

Karena $m = \pi \int t (R_2^2 - R_1^2)$ maka :

$$I = 1/2 m (R_1^2 + R_2^2)$$

2b. Silinder berdinding tebal

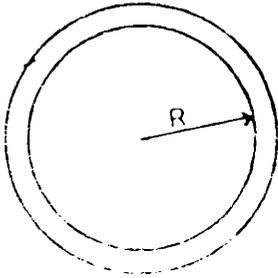
Silinder berdinding tebal adalah cincin tebal yang ditumpuk-tumpuk dengan jari-jari luar R_2 dan jari-jari R_1 , maka cara mencari momen inersia sama dan hasilnya adalah :



Gambar 9-8

$$I = 1/2 m (R_1^2 + R_2^2)$$

3a. Cincin tipis



Gambar 9-9

Untuk cincin tipis $R_1 \approx R_2$

$$I = \int r^2 dm$$

dengan cara yang sama seperti cara diatas kita dapatkan :

$$I = 1/2 m (R_1^2 + R_2^2)$$

Karena $R_1 \approx R_2 = R$, maka momen inersia untuk cincin tipis :

$$I = 1/2 m (R^2 + R^2) = m R^2$$

3b. Silinder kosong

Silinder kosong terdiri dari cincin-cincin berdinding tipis yang ditumpuk-tumpuk (jari-jari luar = jari-jari dalam).

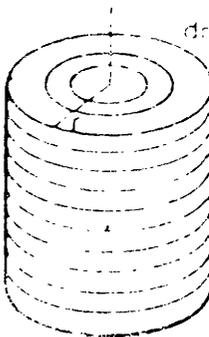
Jadi $I_{\text{sil.kosong}} = I_{\text{cincin tipis}} = m R^2$, dengan $R = \text{jari-jari}$.

4a. Silinder pejal

$R_1 = 0, R_2 = R$, maka $I = 1/2 m (0 + R^2) = 1/2 m R^2$

Silinder pejal terdiri dari piring-piring yang ditumpuk-tumpuk, berarti I piringan = $I_{\text{silinder pejal}} = 1/2 m R^2$

4.b Piringan



Gambar 9-10

Bukti (cara II).

Buatlah cincin-cincin pada piringan yang massanya dm , jari-jari cincin r tebalnya dr . Massa piringan berbentuk luas, karena tebal diabaikan

$$dm = \sigma dA = \sigma 2 \pi r dr$$

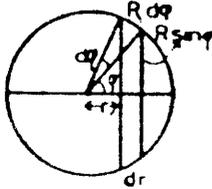
$$I = \int r^2 dm = \sigma 2 \pi \int_0^R r^3 dr$$

$$= 2 \pi \sigma \frac{1}{2} R^4$$

$$= 2 \pi \frac{m}{\pi R^2} \frac{1}{4} R^4 = 1/2 m R^2$$

Kalau piringan ini ditumpuk-tumpuk maka akan merupakan silinder pejal yang telah kita sebutkan pada 4a.

5.a Bola tipis berongga (kosong)



Gambar 9-11

Massa bola ada di kulit dan tipis. Buatlah dm berbentuk cincin-cincin berjari-jari $R \sin \pi$ tebalnya $R d\pi$

$$dA = R d\pi 2\pi R \sin \pi$$

$$= 2\pi R^2 \sin \pi d\pi$$

$$dm = \sigma dA = 2\pi r R^2 \sin \pi d\pi$$

$$I_{\text{bola}} = \int dI_{\text{cincin tipis}}$$

$$= \int dm (R \sin \pi)^2 = 2\pi \sigma R^2 \sin^2 \pi R^2 \sin^2 \pi d\pi$$

$$= 2\pi \sigma R^4 \int_0^\pi \sin^3 \pi d\pi$$

$$\cos \pi = \frac{r}{R} \longrightarrow -\sin \pi d\pi = 1/R dr \longrightarrow \pi = 0, r = R$$

$$\pi = \pi, r = -R$$

$$\sin^2 \pi = 1 - \frac{r^2}{R^2} = \frac{R^2 - r^2}{R^2}$$

$$\text{Jadi } I_{\text{bola kosong}} = -2\pi \sigma R^4 \int_{+R}^{-R} \frac{R^2 - r^2}{R^2} \frac{1}{R} dr$$

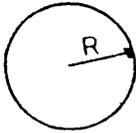
$$= \frac{2\pi \sigma R^4}{R^3} \int_{-R}^{+R} (R^2 - r^2) dr$$

$$= 2.2.\pi \sigma R (R^2 r - 1/3 r^3) \Big|_0^{+R}$$

$$= 2.2 \pi \sigma R 2/3 R^3 = 2.4/3 \pi \sigma R^2.R^2$$

$$\therefore = 2. \frac{4\pi R^2}{3} \frac{m}{4\pi R^2} R^2 = 2/3 m R^2$$

5b. Bola pejal

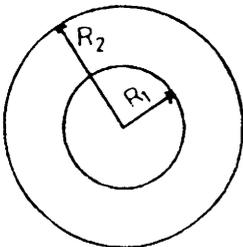


Gambar 9-12

Bola pejal terdiri dari banyak sekali bola-bola kosong, berarti dm merupakan bola kosong, berjari-jari r , $dm = \int dv = \int 4 \pi r^2 dr$.

$$\begin{aligned}
 I_{\text{bola pejal}} &= \int dI_{\text{bola kosong}} \\
 I_{\text{bola pejal}} &= \int \frac{2}{3} dm r^2 = \int \frac{2}{3} \int 4 \pi r^2 dr r^2 \\
 &= \frac{2}{3} \int 4 \pi \int_0^R r^4 dr = \frac{2}{3} \int 4 \pi \frac{1}{5} R^5 \\
 &= \frac{2}{3} \frac{m}{4/3 \pi R^3} \frac{4 \pi}{5} R^5 = \frac{2}{5} m R^2
 \end{aligned}$$

5c. Untuk bola berkulit tebal



Gambar 9-13

Jari-jari dalam R_1 , jari-jari luar = R_2 . Tebal = $R_2 - R_1$

Bola berongga berdinding tebal ini merupakan bola-bola berongga berdinding tipis dengan massa dm dan jari-jari r .

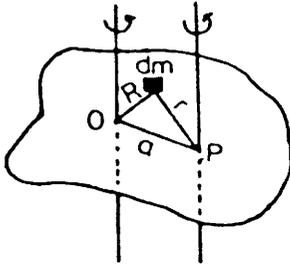
$$\begin{aligned}
 I_{\text{bola berongga}} &= \int dI_{\text{bola tipis}} \\
 &= \int_{R_1}^{R_2} \frac{2}{3} dm r^2 = \frac{2}{3} \int 4 \pi \int_{R_1}^{R_2} r^2 dr r^2 \\
 &= \frac{2}{3} \int 4 \pi \int_{R_1}^{R_2} r^4 dr \\
 &= \frac{m}{4/3 \pi (R_2^3 - R_1^3)}
 \end{aligned}$$

$$I_{\text{bola berongga}} = \frac{2}{3} \int 4 \pi \frac{1}{5} (R_2^5 - R_1^5) \longrightarrow \int = \frac{m}{4/3 \pi (R_2^3 - R_1^3)}$$

$$\text{jadi } I = \frac{2}{3} \cdot 4\pi \cdot \frac{1}{5} \frac{m}{4/3 \pi (R_2^3 - R_1^3)} (R_2^5 - R_1^5) = \frac{2}{5} m \frac{R_2^5 - R_1^5}{R_2^3 - R_1^3}$$

9-2-2 Dalil sumbu sejajar

Jika sumbu putar tidak terletak pada pusat massa, tapi sejajar dengan sumbu melalui pusat massa, maka momen inersia terhadap sumbu tersebut dapat dihitung.



Titik O adalah pusat massa, p adalah titik yang berjarak a dari pusat massa. Sumbu putar melalui p dan sejajar dengan sumbu putar melalui O. Pilih dm yang berjarak R dari pusat massa (O) dan r dari p, maka :

$$r^2 = R^2 + a^2 - 2 R a \cos \theta$$

Gambar 9-14

$$I = \int r^2 dm = \int dm (R^2 + a^2 - 2 R a \cos \theta)$$

$$I = \int dm R^2 + \int dm a^2 - \int 2 a R \cos \theta dm$$

$$= I_{p,m} + m a^2 - \int 2 a R \cos \theta dm$$

Jika O mempunyai koordinat (0,0,0) maka : $R = \cos \theta$ adalah absis dari dm.

$$2 a R \cos \theta dm = 2 a R \int x dm$$

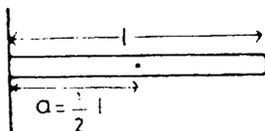
$$x_{p,m} = O = \frac{\int x dm}{\int dm} \longrightarrow \int x dm = 0$$

$$\text{Jadi } 2 a R \cos \theta dm = 0$$

$$\text{atau } I_p = I_{p,m} + m a^2.$$

Contoh :

Sebuah batang dengan massa m, panjang l, mempunyai sumbu putar di ujung batang



$$a = 1/2 l$$

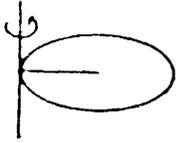
$$I_{poros} = 1/12 m l^2 + m (1/2l)^2$$

$$= (1/12 + 1/4) m l^2$$

$$= 4/12 m l^2 = 1/3 m l^2$$

Gambar 9-15

Piringan :



$$a = R$$

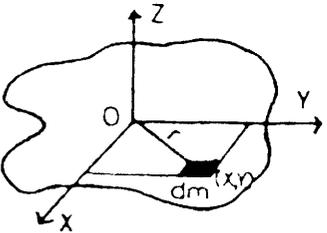
$$I_{\text{poros}} = \frac{1}{2} m R^2 + m R^2$$

$$= \frac{3}{2} m R^2$$

Gambar 9-16

9-2-3 Dalil sumbu tegak lurus

Sumbu tegak lurus artinya sumbu putar yang tegak lurus sumbu melalui pusat massa, yang tegak lurus penampang.



Misal sumbu yang saling tegak lurus x,y,z.

$$I_z = \int dm r^2$$

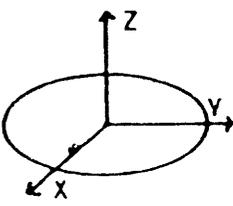
$$= \int dm (x^2 + y^2)$$

$$= \int dm x^2 + \int dm y^2$$

$$I_z = I_x + I_y$$

Gambar 9-17

Contoh :



Sebuah piringan berjari-jari R mempunyai sumbu putar melalui diameternya (sumbu x atau y)

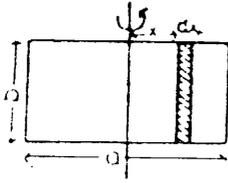
$$\text{Jadi } I_z = 2 I_x = 2 I_y = \frac{1}{2} m R^2$$

$$I_x = I_y = \frac{1}{4} m R^2$$

Gambar 9-18

9-2-4 Perluasan

1. Momen inersia sebuah segi empat :
 - a. Sumbu melalui pusat massa // salah satu sisi.



Gambar 9-19

$$dm = \sigma dA = \sigma b dx$$

$$I = \int dm x^2 = \int_{-1/2a}^{1/2a} \sigma b x^2 dx = 2\sigma b \int_0^{1/2a} x^2 dx$$

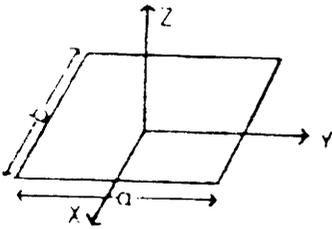
$$= 2 \sigma b \left. \frac{1}{3} x^3 \right|_0^{1/2a}$$

$$= \frac{2}{3} \frac{m}{ab} b (1/2a)^3$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{1m}{8} \cdot \frac{m a^3 b}{a b} = \frac{1}{12} m a^2$$

Jika $b \ll a$, maka segi empat tersebut merupakan sebuah batang yang panjangnya a .

b. Sumbu melalui pusat massa tegak lurus pada bidang.



Gambar 9-20

$$I_z = I_x + I_y$$

$$= \frac{1}{12} m a^2 + \frac{1}{12} m b^2$$

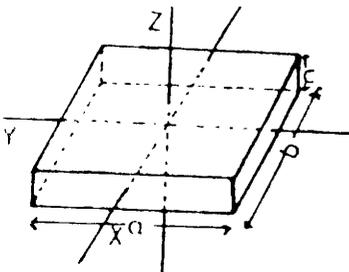
$$= \frac{1}{12} m (a^2 + b^2)$$

Rumus ini berlaku apabila tebal keping ini tipis ataupun tidak.

$$I_z = \frac{1}{12} m (a^2 + b^2)$$

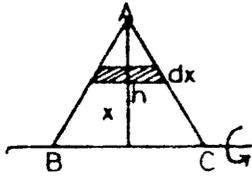
$$I_x = \frac{1}{12} m (a^2 + c^2)$$

$$I_y = \frac{1}{12} m (b^2 + c^2)$$



Gambar 9-21

2. Momen inersia sebuah keping segitiga tipis terhadap sumbu melalui salah satu sisi.



Gambar 9-23

h = tinggi segitiga.

BC = alas = a

Buat elemen dm yang sejajar dengan BC pada jarak x dari sumbu putar dan tebalnya dx .

$$dm = \sigma dA = \sigma p dx$$

$$p : a = (h - x) : h \longrightarrow p = \frac{a(h - x)}{h}$$

$$I = \int dm x^2$$

$$\int \sigma a \frac{(h-x)}{h} x^2 dx$$

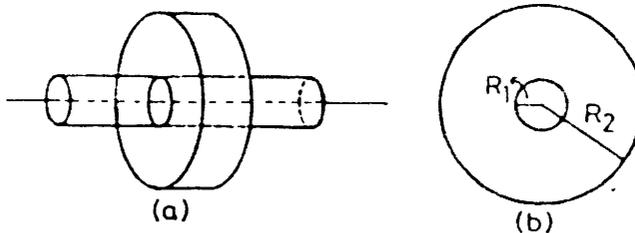
$$= \frac{\sigma a}{h} \int_0^h (h-x) x^2$$

$$= \frac{\sigma a}{h} \int_0^h h x^2 dx - \int_0^h x^3 dx = \frac{\sigma a}{h} (1/3 h^4 - 1/2 h^4)$$

$$= 1/12 \frac{a h^4}{h} \frac{m}{a h}$$

$$= 1/6 m h^2.$$

3. Momen inersia sebuah roda gila berporos.



Gambar 9-24

Poros dan roda mempunyai satu sumbu putar, jadi $I_{\text{sistem}} = I_{\text{roda}} + I_{\text{poros}}$.
 Poros berbentuk silinder pejal berjari-jari R_1 misalnya, sedangkan roda berbentuk silinder ber dinding tebal R_1 dan R_2

$$I_{\text{silinder}} = 1/2 m_r (R_1^2 + R_2^2) + 1/2 m_p R_1^2$$

4. Momen inersia benda berongga

Untuk menentukan momen inersia benda berongga, dihitung dulu momen inersia benda yang penuh, kemudian dikurangi dengan momen inersia rongganya.

$$I_{\text{berongga}} = I_{\text{penuh}} - I_{\text{rongga}}$$

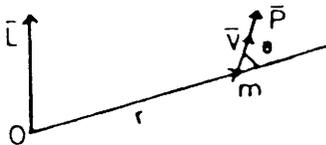
9-3 HUKUM-HUKUM ROTASI

Untuk menentukan rotasi kita kenal 2 macam hukum kekekalan dan hukum Newton untuk gerak rotasi. Hukum-hukum kekekalan adalah :

1. Hukum kekekalan momentum putar
2. Hukum kekekalan energi putar

9-3-1 Momentum putar

Pada gerak translasi momentum sebuah benda adalah perkalian massa dan kecepatan linear (translasi) $\vec{p} = m\vec{v}$. Pada gerak rotasi dikenal momentum putar dengan notasi L analog dengan p adalah perkalian momen inersia dan kecepatan putar. $\vec{L} = I\vec{\omega} = \vec{r} \times \vec{p}$ (sumbu putar melalui O).



Gambar 9-25

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

\vec{r} = vektor posisi dari benda bermassa m .

Momentum putar dinamakan juga momen dari momentum :

$$L = m v r$$

$$= m r^2 \omega$$

$$= I \omega$$

$$\begin{aligned} \text{Untuk sistem benda titik : } L &= \sum m_i v_i r_i \\ &= \sum m_i r_i^2 \omega \\ &= I \omega \end{aligned}$$

Jadi momentum putar adalah jumlah momen dari momentum linear. Dari persamaan gerak rotasi $\tau = I\alpha$ atau :

$$\tau = \frac{I d\omega}{dt} = \frac{d(I\omega)}{dt} = \frac{dL}{dt}, \text{ dengan } \tau \text{ adalah momen gaya luar yang bekerja pada sumbu yang tetap, } \frac{dL}{dt} \text{ menyatakan perubahan momentum per satuan waktu.}$$

Jika sumbu putar pada pusat massa maka :

$$\tau_{p.m} = \frac{dL_{p.m}}{dt}$$

Pada umumnya : $\tau_{p.m} = \frac{dL_{p.m}}{dt}$

$$\tau dt = dL \text{ atau } \int \tau dt = \int dL$$

$$= \int_0^t \tau dt = \int_{I_1\omega_1}^{I_2\omega_2} d(I\omega)$$

$$= I_2\omega_2 - I_1\omega_1$$

luas kiri = impuls putar

luas kanan = perubahan momentum putar

9-3-2 Energi kinetik putar (rotasi)

Dari bab III telah diketahui bahwa pada sistem benda titik berlaku :

$E.K._{sistem} = E.K._{p.m} + E.K._{sistem}$ relatif terhadap pusat massa. Faktor kedua dari ruas kanan adalah E.K. rotasi, karena gerak relatif disini adalah gerak rotasi.

E.K. rotasi pada sistem benda titik adalah :

$$E.K. = \sum 1/2 m_i v_i^2 = \sum 1/2 m_i \omega^2 r_i^2$$

$$= \sum 1/2 m_i r_i^2 \omega^2 = 1/2 I\omega^2$$

(analog dengan $E.K._{trans.} = 1/2 mv^2$)

ω untuk semua anggota sistem sama. Momen inersia dinamakan inersia rotasi (massa adalah inersia translasi). Massa tak tergantung pada letak sumbu putar, tapi momen inersia justru sangat tergantung pada letak sumbu putar. $E.K._{p.m}$ adalah energi kinetik translasi. Jadi jika sebuah benda melakukan gerak translasi dan rotasi bersama-sama maka $E.K. = E.K._{trans} + E.K._{rot}$. Energi kinetik dapat diperbesar dengan cara memperbesar I atau ω . Memperbesar

momen inersia berarti memperbesar massa benda atau jarak ke sumbu putarnya. Sebuah roda berjari-jari R , massa M mempunyai momen inersia $\frac{1}{2} MR^2$ (dianggap silinder). Roda dengan momen inersia besar dapat digunakan untuk memperbesar E.K. rotasi. Roda seperti ini dinamakan **roda gila**.

Contoh : Sebuah mobil-mobilan (mainan) yang mempunyai roda gila dapat berjalan lebih lama dari mobil-mobilan tanpa roda gila. Roda gila ini terdapat juga pada poros-poros mesin bakar (misalnya pada scooter dinamakan kopling).

9-3-3 Hukum kekekalan momentum putar

Hukum ini merupakan analog dengan hukum kekekalan momentum linear.

Dari definisi : $\tau = \frac{dL}{dt}$, jika tak ada momen gaya luar ($\tau = 0$) berarti $\frac{dL}{dt} = 0$ atau L

tetap. $I_0 \omega_0 = I \omega$, adalah hukum kekekalan momentum putar.

Misalnya : kita berdiri di atas meja putar tepat di atas sumbunya dengan memegang beban dengan massa sama pada kedua tangan dan tangan direntangkan, meja berputar dengan kecepatan putar ω_0 , sedangkan I sistem pada saat ini I_0 . Kemudian kedua tangan diturunkan ke sisi badan, hingga beban-beban menjadi lebih dekat dengan poros putar maka I_0 menjadi lebih kecil yaitu I , sedangkan ω_0 akan menjadi lebih besar yaitu ω , maka :

$$I_0 \omega_0 = I \omega = \text{konstan} \rightarrow \text{hukum kekekalan momentum putar.}$$

$$I > I_0 \rightarrow \omega < \omega_0$$

Contoh lain adalah pada olah raga loncat indah, jika badan dilipat serapat mungkin maka putaran salto akan menjadi lebih cepat. Dalam hal ini peloncat sebenarnya tidak melakukan momen gaya untuk memutar badannya, melainkan hanya berusaha mengecilkan momen inersia, tapi sebelum jatuh di air ia memperlambat gerakannya dengan merentangkan tangannya lagi, berarti menambah momen inersia.

9-3-4 Hukum kekekalan energi mekanik

Syarat berlakunya tetap seperti bab III bahwa tak ada gaya luar maka $\Delta E.K. = -\Delta E.P.$ Untuk gerak rotasi momen gaya luar harus tidak ada merupakan syarat untuk berlakunya hukum kekekalan energi.

$$\Delta E.K. = \Delta E.K._{\text{trans}} + \Delta E.K._{\text{rot}}$$

E.P. tak ada yang khusus untuk rotasi

$$\text{Jadi } E.P._{\text{rot}} = I g h \text{ tak ada}$$

9-3-5 Daya

$\bar{p} = \bar{F} \cdot \bar{v}$ (linear), maka analognya : $p = \tau \omega$ (rotasi)

$$\omega_{rot} = \int \tau d\theta \text{ (kerja)}$$

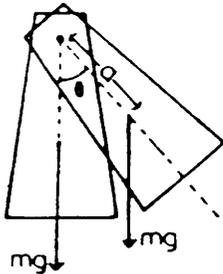
9-4 Gerak benda tegar (rigid)

Benda tegar melakukan juga G.H.S yaitu G.H.S. angular (putar) yaitu G.H.S. yang disebabkan adanya momen (gaya) balik. Gerak-gerak lain adalah :

1. Translasi murni
2. Rotasi murni
3. Translasi dan rotasi

9-4-1 G.H.S. angular (ayunan fisis)

Ayunan fisis adalah benda tegar yang diayun (ayunan matematis adalah penyederhanaan ayunan fisis), berarti gerakannya adalah G.H.S. angular.



Gambar 9-26

Poros putar berada pada jarak a dari pusat massa. Jika benda ini diberi simpangan θ dan dilepaskan maka karena adanya $\tau = m g a \sin\theta$, maka terjadi G.H.S. ini.

$$\tau = I \alpha = - m g a \sin \theta$$

$$= I \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Untuk $\theta \ll \text{---} \rightarrow m g a \theta$

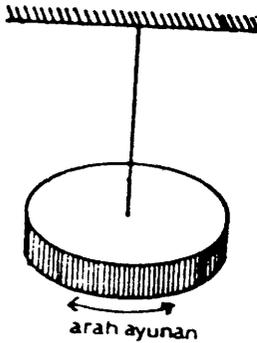
$$= I \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\text{atau } \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{m g a \theta}{I} = 0$$

$$\text{atau } \omega^2 = \frac{m g a}{I} \text{ ---} \rightarrow$$

$$p = 2\pi \sqrt{\frac{I_{poros}}{m g a}}$$

9-4-2 Ayunan torsi



Gambar 9-27

Piringan pejal yang tipis dengan massa m digantungkan pada kawat. Kalau piringan diberi simpangan, berarti kawat penggantung akan terpuntir dan jika dilepaskan, maka momen gaya yang menyebabkan puntiran, τ akan berbanding lurus dengan sudut puntiran θ .

Hukum Hooke untuk rotasi : $\tau = -k_{\theta} \theta$

$$\tau = I\alpha = I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -k_{\theta} \theta \quad (k_{\theta} = \text{konstanta puntiran})$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{k_{\theta}}{I} = 0, \rightarrow \omega^2 = \frac{k_{\theta}}{I}$$

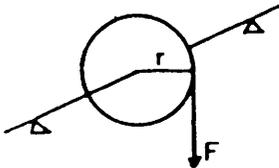
$$\omega = \sqrt{\frac{k_{\theta}}{I}} \rightarrow p = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k_{\theta}}}$$

9-5 MACAM-MACAM GAYA YANG MENYEBABKAN GERAK BENDA TEGAR

- Gaya berat \rightarrow ayunan fisis
- Gaya kontak (gaya gesekan, gaya tegang tali, dan gaya normal).

9-5-1 Rotasi dan translasi oleh gaya tegang tali

- Sumbu putar diam.

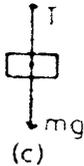
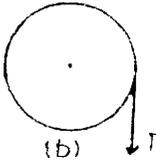
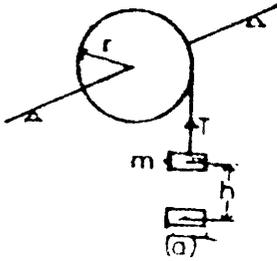


Gambar 9-28

Silinder dapat berputar dengan sumbu melalui pusat massa silinder. Tali dililitkan pada silinder dan ujungnya ditarik dengan gaya F .

$$\Sigma \tau = I\alpha \rightarrow F r = I\alpha$$

$$F = \frac{I \alpha}{r^2}$$



Gambar 9-29

F diganti dengan gaya tegang tali karena beban m.

Jika beban dilepaskan maka silinder akan berotasi dan beban akan bertranslasi, silinder berputar karena

$$T \longrightarrow \tau = T r = I \alpha = I \frac{a}{r}$$

$$T = \frac{I a}{r^2}$$

a adalah percepatan beban = percepatan tangensial pada tepi silinder. Gambar 9-29 dan c adalah gaya-gaya pada silinder dan beban.

Pada beban : $m g - T = m a$.

$$m g - \frac{I a}{r^2} = m a$$

$$a = \frac{m g}{\frac{I}{r^2} + m} = \frac{m g r^2}{I + m r^2}$$

$$T = \frac{I a}{r^2} = \frac{I m g r^2}{(I + m r^2) r^2} = \frac{I m g}{(I + m r^2) r}$$

Jika beban turun sejauh h, kecepatan beban dapat ditentukan. Jika kita memandang sistem ini secara keseluruhan (beban + silinder) maka hukum kekekalan energi mekanik dapat dipakai sebab gaya luar tidak ada. T yang ada merupakan gaya dalam.

$$\Delta E.K. = - \Delta E.P._{grav}$$

$$\Delta E.K._{tr} + \Delta E.K._{rot} = -(\Delta E.P._{beban} + \Delta E.P._{silinder})$$

$$1/2 m v^2 + 1/2 I \omega^2 = -(0 - mgh) + 0$$

$$1/2 m v^2 + 1/2 \frac{I v^2}{r^2} = m g h$$

$$v^2 = \frac{2 m g h}{m + I/r^2} = \frac{2 m g h}{m g/a} = 2 a h$$

$$v = \sqrt{2 a h}$$

Jika dipandang beban dan silinder secara terpisah maka tak berlaku lagi hukum kekekalan energi mekanik sebab gaya T sekarang merupakan gaya luar. Harus digunakan prinsip kerja energi :

$$W_{\text{total}} = \Delta E.K.$$

Beban (translasi) : $W_{\text{total}} = W_{\text{grav}} + W_T = \Delta E.K.$

$$-\Delta E.P. - T.h = \Delta E.K.$$

$$(0 - m g h) - T.h = 1/2 m v^2$$

$$1/2 m v^2 = m g h - T.h$$

$$= (m g - T) h$$

$$= m a h.$$

$$v^2 = 2 a h \longrightarrow v = \sqrt{2 a h}$$

Silinder (rotasi) : $W_{\text{total}} = \Delta E.K.$

$$W_{\text{rot}} = \Delta E.K._{\text{rot}}$$

$$\tau \theta = 1/2 I \omega^2$$

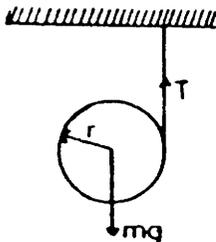
$$\frac{T.h r}{r} = 1/2 I \frac{v^2}{r^2}$$

$$v^2 = \frac{2 T h r^2}{I} = 2 \frac{I a}{r^2} \frac{h r^2}{I} = 2 a h$$

$$v^2 = 2 a h \longrightarrow v = \sqrt{2 a h}$$

jadi $v = \sqrt{2 a h}$ berlaku dalam persoalan baik untuk sistem yang dipandang secara keseluruhan maupun silinder dan beban dipandang sendiri-sendiri.

b. Sumbu putar bergerak



Gambar 9-30

Tali dililitkan pada suatu silinder dan ujung tali dibuat tetap silinder akan jatuh jika dilepaskan. Gerak silinder ini karena gaya berat, tapi rotasinya karena T. Persamaan gerak translasi :

$$\Sigma F_y = m a_y$$

$$m g - T = m a_{\text{pm}} > a_{\text{pm}} = \frac{m g - T}{m}$$

Persamaan gerak rotasi: $\tau = I\alpha$

$$T.r = I_{pm} \alpha$$

$$T.r$$

$$\alpha = \frac{T.r}{I_{pm}}$$

$a_{pm} = \alpha r$, sebab percepatan translasi di semua titik termasuk titik singgung dengan tali adalah sama dengan a_{pm} .

$$\text{Jadi } a_{pm} = \frac{T.r.r}{I_{pm}} = \frac{T.r^2}{I_{pm}}$$

$$mg - T = m a_{pm} = \frac{m T r^2}{I_{pm}}$$

$$T \left[1 + \frac{m r^2}{I_{pm}} \right] = m g \longrightarrow T = \frac{m g}{1 + \frac{m r^2}{I_{pm}}} = \frac{I_{p.m} \cdot m g}{I_{pm} + m r^2}$$

Jika silinder jatuh sejauh h , kecepatan di tempat ini dapat ditentukan sebagai berikut :
Hukum kekekalan energi mekanis dan silinder tidak berlaku sebab ada T , jadi :

$$W_{total} = \Delta E.K.$$

$$W_{total} = W_{rot} + W_{trans} = \tau \theta + W_{grav} + W_T$$

$$= E.K._{rot} + E.K._{trans}$$

$$T.r \cdot \frac{h}{r} - \Delta E.P. + (-T.h) = 1/2 m v^2 + 1/2 I_{pm} \omega^2$$

$$T h + mgh - Th = 1/2 m v^2 + 1/2 I_{pm} \frac{v^2}{r^2}$$

$$m g h = 1/2 v^2 \left(m + \frac{I_{pm}}{r^2} \right) = 1/2 \frac{v^2}{r^2} (m r^2 + I_{pm})$$

$$= 1/2 \frac{v^2}{r^2} \frac{I_{pm} m g}{T} = 1/2 \frac{v^2}{r} \frac{I_{pm} m g}{T r}$$

$$\alpha = \frac{T \cdot r}{I_{pm}} \longrightarrow m g h = 1/2 \frac{v^2}{r} \frac{1}{\alpha} m g$$

$$h = 1/2 \frac{v^2}{a_{pm}} \longrightarrow v^2 = 2 a_{pm} h$$

Jadi ternyata lagi bahwa di sini diperoleh $v = \sqrt{2 a h}$

$$a = a_{pm}$$

Cara lain :

Dengan mengambil sumbu putar melalui titik singgung dengan tali :

$$\tau = m g r = I_{poros} \alpha = (I_{pm} + m r^2) \alpha$$

$$m g r = (I_{pm} + m r^2) \frac{a_{pm}}{r}, \quad a_{pm} = \alpha r$$

$$a_{pm} = \frac{m g r^2}{I_{pm} + m r^2}$$

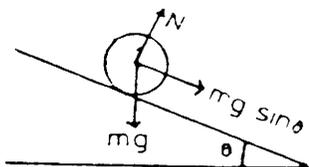
$$W_{total} = \Delta E.K. \longrightarrow m g h = 1/2 \frac{v^2}{r} \frac{I_{pm} m g}{T \cdot r}$$

$$v^2 = \frac{2 T r^2 h}{I_{pm}} = 2 a h$$

$$v = \sqrt{2 a h}$$

Hasil ini sama bila sumbu putar melalui pusat massa.

9-5-2 Translasi dan rotasi karena gaya gesekan



Gambar 9-31

Sebuah silinder yang diletakkan pada bidang miring akan jatuh sepanjang bidang miring. Jika bidang miring licin, silinder akan meluncur (sliding) tapi jika bidang miring tidak licin maka silinder akan berputar pada sumbu melalui pusat massa. Gerakan ini disebut menggelinding (rolling = bergulir), yaitu kombinasi rotasi terhadap sumbu putar yang tetap dan translasi pusat massa.

Jika gerak meluncur tanpa putaran sedikitpun dinamakan gerak translasi murni. Jika gerak berputar tanpa pusat massa berpindah tempat adalah gerak rotasi murni.

Macam-macam menggelinding :

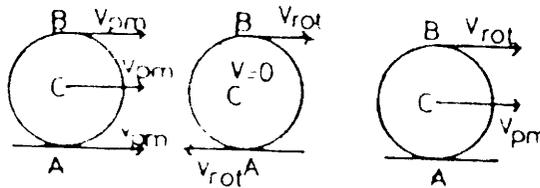
1. Menggelinding tanpa slip.
2. Menggelinding dengan slip.

Syarat menggelinding tanpa slip adalah jika berlaku hubungan :

$$s = \theta r, v_t = \omega r \text{ dan } a_t = \alpha r$$

Artinya jika benda berputar 1 kali, pusat massa berpindah 1 keliling = $2\pi r$, $2\pi =$ sudut satu kali putar. Jika putaran hanya θ , maka $s = \theta r$. Seterusnya ketiga hubungan besaran-besaran kinematis rotasi dan translasi berlaku. Jika benda berputar dengan slip, 1 kali putaran = $2\pi r$, mungkin $> 2\pi r$ atau $< 2\pi r$. Peristiwa menggelinding ini disebabkan oleh adanya gaya gesekan antara benda dan bidang tempat benda berada. Kita kenal 2 macam gaya gesekan yaitu : gaya gesekan statis dan kinetik. Menggelinding tanpa slip disebabkan oleh gaya gesekan statis, sedangkan menggelinding dengan slip disebabkan oleh gaya gesekan kinetik.

Perhatikan gambar 9-32 :



Gambar 9-32

Pandang sebuah silinder berjari-jari r berada pada bidang horizontal.

- a. Gerak translasi murni : $v_A = v_B = v_C = v_{pm}$
- b. Gerak rotasi murni terhadap sumbu melalui pusat massa.

$$v_{pm} = 0, v_A = -\omega r, v_B = +\omega r.$$

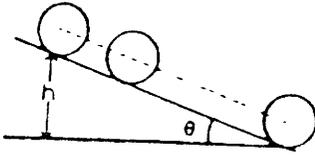
- c. Gerak translasi dan rotasi.

Gerak ini dapat dipandang dengan sumbu putar melalui pusat massa atau sumbu putar melalui A dinamakan **sumbu sesaat**, yaitu garis melalui titik kontak dengan bidang tempat benda berada.

$$v_A = 0, v_B = v_{rot} = 2\omega r = 2v_{pm} \quad v_C = v_{pm} = \omega r$$

Menggunakan sumbu sesaat berarti benda bergerak rotasi murni terhadap sumbu sesaat. Kombinasi gerak translasi dari pusat massa dan rotasi terhadap sumbu melalui pusat massa adalah ekuivalen dengan gerak rotasi murni dengan kecepatan putar yang sama terhadap sumbu sesaat.

Contoh :



Gambar 9-33

Kalau silinder turun sampai ke dasar suatu bidang miring, maka kecepatan dapat ditentukan dengan menggunakan hukum kekekalan energi mekanik, jika menggelinding tanpa slip, (menggelinding dengan slip, tak berlaku hukum kekekalan energi).

$$-\Delta E.P = \Delta E.K = \Delta E.K_{rot} + \Delta E.K_{trans}$$

$$m g h = 1/2 I \omega^2 + 1/2 m v^2 \longrightarrow I = 1/2 m r^2$$

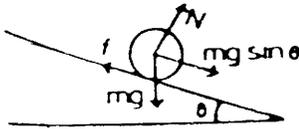
$$m g h = 1/2 \cdot 1/2 m r^2 \omega^2 + 1/2 m v^2$$

$$= 1/4 m v^2 + 1/2 m v^2 = 3/4 m v^2$$

$$v^2 = 4/3 g h \longrightarrow v = \sqrt{4/3 \cdot g \cdot h}$$

Jika menggelinding dengan slip (meluncur) dianggap translasi murni. Kecepatan menggelinding tanpa slip lebih kecil dari pada kecepatan meluncur (menggelinding dengan slip).

Menentukan besar gaya gesekan pada menggelinding tanpa slip.



Gambar 9-34

Perhatikan gambar 9-34

$$f \cdot r = I \alpha = 1/2 m r^2 a/r$$

$$\text{Jadi } f = 1/2 m a_{pm}$$

$f = 1/2 m a$ adalah gaya gesekan terkecil, dari gaya gesekan statik yang diperlukan untuk menggelinding tanpa slip.

$$f_s \leq \mu_s N$$

Jika $f_s \leq 1/2 m a$, maka silinder akan menggelinding lebih cepat, berarti energi untuk rotasi berkurang. Persamaan gerak translasi $m g \sin \theta - f = m a \longrightarrow m g \sin \theta = m a_{pm} + 1/2 m a_{pm}$

$$= 3/2 m a_{pm}$$

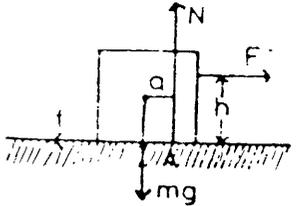
$$\text{Jadi } a_{pm} = 2/3 g \sin \theta$$

Berarti percepatan pada menggelinding tanpa slip lebih kecil dari pada percepatan meluncur ($g \sin \theta$). Percepatan dan kecepatan yang bersifat demikian ini berlaku untuk setiap saat, jadi kecepatan dapat dihitung dengan :

$$v^2 = 2 a s$$

Silinder yang menggelinding tanpa slip menuruni bidang miring sebagian dari kehilangan energi potensial dirubah menjadi E.K rotasi. Sekalipun silinder yang menggelinding tanpa slip berjalan lebih lambat, dari yang slip, tapi energinya sama saja. Gerak tanpa slip sebagian energi untuk rotasi sambil bertranslasi.

9-5-3 Rotasi karena gaya normal



Gambar 9-35

Pada gambar 9-35 terdapat sebuah balok yang homogen, ditarik oleh gaya luar f pada tempat h di atas lantai. Bila $F = 0 \rightarrow$ garis kerja gaya N dan gaya berat berimpit, akan bergeser ke kanan sejauh a dari pusat massa.

Bila F bertambah garis kerja gaya normal tidak lagi berimpit, akan bergeser ke kanan sejauh a dari pusat massa.

$$\text{Jumlah momen terhadap } A : F \cdot h + N (1/2 l - a) - m g \cdot 1/2 l = 0$$

$$N = m g \rightarrow F h = N a = m g a$$

$$a = \frac{F h}{m g}$$

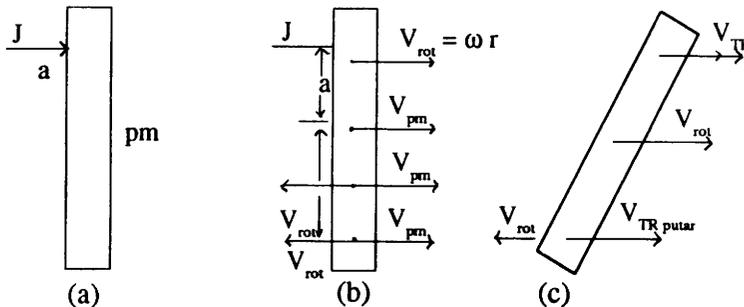
Pada keadaan kritis :

$$a = 1/2 l \rightarrow F = 1/2 \frac{m g l}{h} \text{ atau : } h = \frac{1/2 m g l}{F}$$

9-6 PEMAKAIAN MOMENTUM PUTAR

Setiap benda yang berotasi selalu mempunyai momentum putar, dan selalu berlaku hukum kekekalan momentum putar. Rotasi dari benda ini dapat terhadap poros yang tetap ataupun tidak tetap.

9-6-1 Pusat perkusi



Gambar 9-36

Sebuah tongkat bermassa m dan panjang ℓ berada pada bidang horizontal licin. Pada suatu tempat bergerak a dari pusat massa diberi impuls J . Di sini tidak ada poros yang tetap. Berarti karena adanya pukulan (impuls) tongkat ini akan melakukan gerak translasi dan rotasi. Pusat massanya akan bergerak dengan kecepatan v_{pm} . Semua titik akan mempunyai kecepatan translasi yang sama. Titik-titik lain akan mempunyai kecepatan rotasi di samping kecepatan translasi $= v_{pm}$. Untuk titik-titik di separo bagian yang terkena impuls mempunyai v_{rot} dan v_{trans} yang searah. Di separo bagian yang lain akan berlawanan arah. Besar v_{rot} tidak sama di semua bagian tongkat tergantung pada letaknya (jarak terhadap sumbu putar). Jadi di separo bagian yang tidak mendapat impuls ada v_{tr} dan v_{rot} yang sama besar dan berlawanan arah sehingga di titik tersebut kecepatan $= 0$, berarti titik itu diam. Titik ini disebut **pusat perkusi**, misal letaknya berjarak r dari pusat massa. Titik yang diam pada saat tongkat dipukul ini dapat merupakan sumbu putar.

$$v_{pm} = v_{rot} = \omega r$$

$$J = \int F dt = \Delta(m v) = m v_{pm}$$

$$v_{pm} = \frac{J}{m} \dots\dots\dots (1)$$

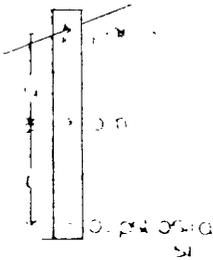
$$J a = \int F a dt = \text{impuls putar}$$

$$= \Delta(I_{pm} \omega) = I_{pm} \omega$$

$$\text{Jadi } \omega = \frac{J a}{I_{pm}} \dots\dots\dots (2)$$

$$J/m = \omega r = \frac{J a r}{I_{pm}} \longrightarrow r = \frac{I_p m}{m a}$$

9-6-2 Pusat osilasi



Gambar 9-37

Sebuah batang yang mempunyai sumbu putar tetap, bila diayun merupakan ayunan fisis, maka ada satu titik pada batang tersebut, di separuh bagian batang yang tidak mempunyai poros yang merupakan letak massa yang dikonsentrasikan sehingga terhadap poros, titik tersebut akan merupakan ayunan sederhana dengan perioda yang sama dengan perioda yang sama dengan perioda ayunan fisis.

Titik ini dinamakan pusat osilasi, misalnya terletak pada jarak r dari pusat massa.

$$P_{\text{fisis}} = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\text{poros}}}{m g a}}$$

$$P_{\text{sederhana}} = 2\pi \sqrt{\frac{(r + a)}{g}}$$

$$P_{\text{fisis}} = P_{\text{sederhana}} \longrightarrow \frac{I_{\text{poros}}}{m g a} = \frac{r + a}{g}$$

$$(r + a) m a = I_{\text{poros}} \longrightarrow m a r + m a^2 = I_{\text{poros}}$$

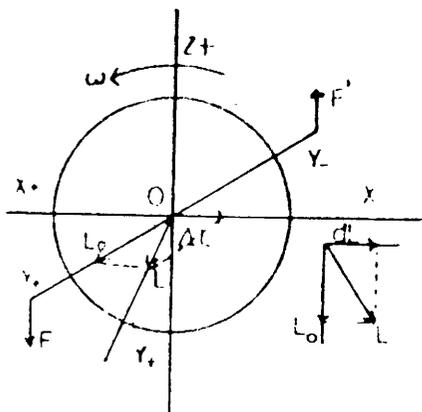
$$m a r = I_{\text{poros}} - m a^2 = I_{\text{pm}} \longrightarrow \text{Jadi } r = \frac{I_{\text{pm}}}{m a}$$

Perhatian : rumus ini sama dengan rumus pusat perkusi.

$$\text{Jika } r + a = r' \longrightarrow r' = \frac{I_{\text{poros}}}{m a}$$

Ternyata titik poros dan pusat osilasi adalah titik yang sekawan (conjugate). Titik poros di sini adalah juga pusat perkusi. Jadi juga pusat perkusi dan pusat osilasi adalah titik-titik yang sekawan.

9-6-3 Gerak preresi



Gambar 9-38

Gerak preresi adalah suatu gerak rotasi dari sumbu putar. Misalkan sebuah piringan berputar dengan kecepatan putar ω yang berlawanan dengan perputaran jarum jam, dan sumbu putar = sumbu y.

Arah $L_0 = I \omega$ pada y(+). Bila pada sumbu y diberi kopel F dan F' maka arah momen kopel ini ke x(-) berarti ada ΔL pada arah x(-).

$L_0 + \Delta L = L$ merupakan arah sumbu putar yang baru, berarti sumbu berputar θ dalam waktu Δt .

Jika $\Delta t \ll \dots \rightarrow \Delta L = \Delta \theta L_0$

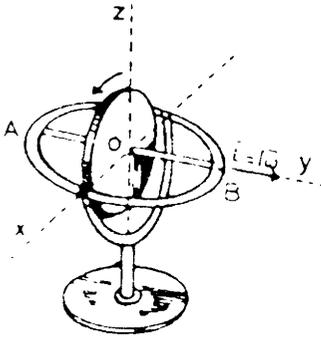
$$\tau \Delta t = \Delta L_0 \rightarrow \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{\tau}{L_0} = \frac{\tau}{I \omega_0}$$

$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \Omega = \text{kecepatan sudut preresi.}$

$$\text{Jadi } \Omega = \frac{\tau}{I \omega} \rightarrow \tau = I \omega \Omega$$

Definisi : Kecepatan sudut preresi adalah kecepatan berputar dari poros terhadap pusat massa yang diakibatkan oleh poros yang diberi momen kopel. Sebaliknya bila pada poros dari piringan yang sedang berputar dipaksakan suatu gerak preresi, maka akan timbul momen kopel pada poros tersebut. Sifat ini merupakan dasar untuk gyrostabilisator yang dipakai untuk mengurangi keolengan kapal laut. Ω berbanding terbalik dengan I , jadi ω dan I besar berarti Ω kecil (preresi kecil).

9-6-4 Giroskop



Gambar 9-39

Giroskop merupakan sebuah contoh dari gerak resesi. **Giroskop** terdiri dari sebuah piringan dengan sumbu putar yang dapat berputar terhadap sumbu x, y, z .

Sumbu piringan ini diberi lingkaran penyangga dan sistem ini semuanya diberi penyangga setengah lingkaran. Pusat massa sistem piringan, sumbu dan piringan penyangga adalah di titik O , maka momen gaya terhadap O akan sama dengan nol. Jika piringan berputar dengan cepat pada sumbunya ($A B$), momen-gaya yang disebabkan oleh gaya berat sistem $= 0$. Misalkan mula-mula sumbu $A-B$ horizontal, piringan diputar dengan cepat, kemudian giroskop dibuat bebas berputar pada 3 arah sumbu kordinat (x,y,z) jika letak giroskop dirobah, maka sumbu AB akan tetap pada arah semula : Hal ini dapat diterangkan sebagai berikut :

$\vec{L} = I \vec{\omega}$ akan tetap karena $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau} = 0$, maka $\vec{\omega}$ juga tetap berarti arah putar atau

sumbu putar akan tetap, begitu pula laju putarannya. Giroskop banyak dipakai di kapal sebagai giro kompas, sebab letak AB menunjuk tempat semula.

Jika momen gaya $\tau \neq 0$:

1)



Gambar 9-40

Gambar9-40 adalah giroskop sederhana. Rotor t berputar karena berat giroskop. G akan menghasilkan reaksi P yang sama besar dan berlawanan arah hingga menimbulkan momen kopel dan giroskop tidak jatuh, melainkan akan melakukan gerak presesi dengan :

$$\Omega = \frac{\tau}{I \omega} = \frac{G.I}{I \omega} = \frac{G.I}{m k^2 \omega}, \quad k = \text{jari-jari girasi}$$

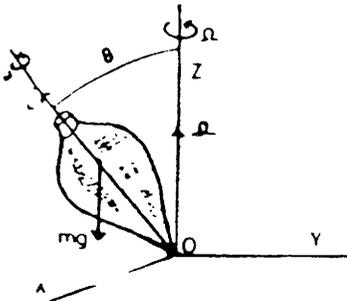
τ = perioda dari gerak presesi

$$t = \frac{2\pi}{\Omega} = \frac{2\pi m k^2 \omega}{G I} = \frac{2\pi m k^2}{m g l} = \frac{2\pi k^2}{g l}$$

Gerak presesi ini sekali dimulai akan tetap bergerak, karena momen gaya beratnya. Pada Ω yang diperbesar, maka sumbu putar akan naik, jika Ω diperkecil maka sumbu akan turun. Naik turunnya sumbu putar atau osilasinya naik turun terhadap posisi setimbang disebut nutasi.

2. Gasing (top)

$\tau \neq 0$ diperoleh bila lingkaran penyangga giroskop dihilangkan. Piringan diputar cepat, maka sumbu putar akan berpresesi.



$$\tau \neq 0 \longrightarrow \tau = \frac{dL}{dt}$$

$dL = \tau dt$, arah putar akan berubah terus dan gasing berputar terhadap sumbu z.

$$\tau = \vec{r} \times m \vec{g}$$

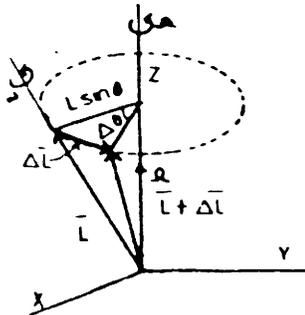
sumbu putar pada arah \vec{r}

$$\Omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

$$\Delta L \ll L \longrightarrow$$

$$\Delta \theta \approx \frac{L}{L \sin \theta} = \frac{\tau \Delta t}{L \sin \theta}$$

$$\frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{\tau}{L \sin \theta}$$



Gambar 9-41

$$= \frac{r \, mg \, \sin (180-\theta)}{L \, \sin \theta}$$

$$= \frac{r \, mg \, \sin \theta}{L \, \sin \theta}$$

$$\Omega = \frac{r \, mg}{L}$$

r = jarak dari O ke p.m.gasing

θ = sudut antara sumbu gasing dan sumbu presesi

9-7 HUKUM NEWTON UNTUK ROTASI

Selain untuk gerak translasi, hukum Newton untuk rotasi akan berbunyi sebagai berikut :

Hukum I : Jika tak ada momen gaya luar yang bekerja pada sebuah benda rigid, maka tidak ada perubahan rotasi terhadap sumbu putar yang tetap.

Hukum II : Perubahan rotasi terhadap sumbu putar yang tetap berbanding lurus dengan momen gaya luar yang bekerja padanya dan arah perubahan ini sama dengan arah momen gaya.

Hukum III : Jika sebuah momen gaya dikerjakan oleh sebuah benda pada benda lain, maka sebuah momen gaya yang berlawanan arah dikerjakan pada benda kedua karena benda pertama terhadap sumbu putar yang sama. Dengan perkataan lain : perubahan momentum

putar pada sebuah benda ($d\tau = \frac{I \, d\omega}{dt}$)

mengakibatkan perubahan momentum putar yang sama tapi berlawanan arah pada benda yang lain.

SOAL YANG DIPECAHKAN

9-1. Tentukan momen inersia dari 2 buah masing-masing dengan massa 5 kg dan dihubungkan dengan tongkat yang tak bermassa, panjang 1 m.

Jawab :

a. Sumbu putar melalui pusat massa

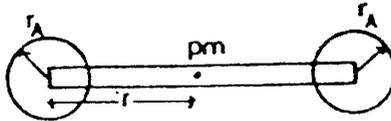
$$I_{pm} = \sum m_i r_i^2$$

$$= 2 \cdot (5 \cdot 0,5^2) = 2,5 \text{ kgm}^2$$

b. Sumbu putar melalui pusat massa salah satu bola

$$I_A = 2/5 m_A r_A^2 + m_B (\pi - r_A)^2$$

Jika r_A diketahui, I_A dapat dihitung.



Gambar 9-42

9-2. Sebuah roda mempunyai percepatan sudut yang tetap $\alpha = 3 \frac{\text{rad}}{\text{det}^2}$. Sebuah garis

(OP) diam dengan arah horizontal.

Tentukan :

a. Sudut putaran garis (OP) (= sudut putar roda) sesudah 2 detik.

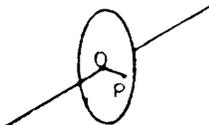
b. Kecepatan putar roda sesudah 2 detik.

Jawab :

$$a. \theta = \omega_0 t + 1/2 \alpha t^2, \omega_0 = 0, t = 2$$

$$\theta = 1/2 \cdot 3 \cdot 4 = 6 \text{ rad} = 0,96 \text{ putaran}$$

$$b. \omega = \alpha t = 3 \cdot 2 = 6 \text{ rad/det.}$$



Gambar 9-43

9-3. Jika jari-jari roda pada soal (9-2) adalah 0,5 m, tentukan :

- Kecepatan linear (tangensial) dari sebuah partikel yang berada di tepian roda.
- Percepatan tangensial dari sebuah titik pada tepian roda.
- Percepatan sentripetal.

Jawab :

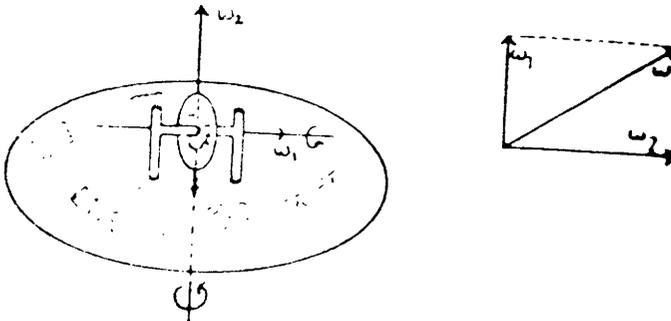
a. $v_T = \omega r = 6.0,5 = 3 \text{ m/det}$

b. $a_T = \alpha r = 3.0,5 = 1,5 \text{ m/det}^2$

c. $a_{cp} = \frac{v_T^2}{r} = \frac{3^2}{0,5} = 18 \text{ m/det}^2$

9-4. Sebuah piringan berputar pada sumbu yang horizontal dengan kecepatan putar $\omega_1 = 100 \text{ rad/det}$. Sumbu dipasang pada tumpuan. Seluruh piringan dan sumbu berada di atas meja putar dengan sumbu putarnya vertikal. Meja berputar dengan $\omega_2 = 30 \text{ rad/det}$, berlawanan arah dengan jarum jam, dilihat dari atas. Jelaskan tentang putaran piringan dilihat oleh pengamat di luar meja.

Jawab :



Gambar 9-44

Piringan mengalami 2 macam putaran, $\bar{\omega}_1$ dengan arah horizontal dan $\bar{\omega}_2$ dengan arah vertikal.

Jadi $\bar{\omega}_{res} = \bar{\omega}_1 + \bar{\omega}_2$

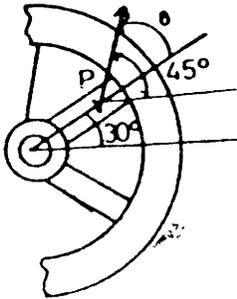
$$\omega_{res} = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2} = \sqrt{100^2 + 30^2} = 104 \text{ rad/det.}$$

$$\text{arah } \omega : \text{tg } \theta = \frac{\omega_2}{\omega_1} = 30/100 = 0,3 \longrightarrow \theta = 16,7^\circ$$

Jadi piringan berputar dengan sumbu baru yang berubah dengan waktu yaitu berputar dengan kecepatan sama dengan 104 rad/det.

- 9-5. Roda sebuah kereta berputar pada sumbu horizontal melalui pusat roda. Sebuah gaya 50 N diberikan pada sebuah jari-jari roda pada titik P, 30 cm dari pusat. OP membentuk sudut 30° dengan horizontal. Gaya berada pada bidang yang membuat sudut 45° dengan horizontal. Berapa momen gaya pada roda?

Jawab :



$$\begin{aligned}\theta &= 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ \\ \tau &= r F \sin 15^\circ \\ &= 30 \cdot 10^{-2} \cdot 50 \sin 15^\circ \\ &= 15 \cdot 0.2588 = 3,88 \text{ N}\cdot\text{m}\end{aligned}$$

Gambar 9-45

- 9-6. Sebuah roda dengan massa 100 kg berbentuk piringan dengan jari-jari 30 cm berputar pada sumbu dengan $\omega = 5$ rps. Pada akhir detik ke 40 karena adanya momen gaya gesekan, kecepatan berkurang menjadi 4 rps. Berapa momen kopel sekarang harus digunakan agar 20 detik kemudian $\omega = 8$ rps ?. Tentukan jumlah putaran seluruhnya.

Jawab :

$$I = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot (30 \cdot 10^{-2})^2 = 4,5 \text{ kg m}^2.$$

$$\alpha_1 = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t} = \frac{-1 \times 2\pi}{40} \text{ rad/det}^2 = -\frac{\pi}{20} \text{ rad/det}^2$$

$$\tau_1 = I \alpha_1 = 4,5 \times \frac{\pi}{20} = 0,707 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Sekarang dinaikkan menjadi 8 rps = $8 \cdot 2 \pi$ rad/det².

$$\alpha_2 = \frac{(8 - 4) \cdot 2\pi}{20} \text{ rad/det}^2 = \frac{2}{5} \pi \text{ rad/det}^2$$

$$\tau_2 = I \alpha_2 = 4,5 \times \frac{2}{5} \pi = 1,8 \pi \text{ N}\cdot\text{m} = 5,655 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Jadi momen kopel yang diperlukan ;

$$\tau_1 + \tau_2 = 0,707 + 5,655 = 6,362 \text{ N-m}$$

Sudut putaran :

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 = (\omega_{01} t_1 - 1/2 \alpha_1 t_1^2) + (\omega_{02} t_2 + 1/2 \alpha_2 t_2^2)$$

$$\theta = (5.2 \pi 40 - 1/2 \frac{\pi}{20} 40^2)$$

$$+ (4.2 \pi.20 + 1/2.2/5 \pi 20^2)$$

$$\theta = 400 \pi - 40 \pi + 160 \pi + 40 \pi$$

$$\theta = 560 \pi \text{ rad} = 280 \text{ putaran.}$$

- 9-7. Sebuah bola dengan massa 50 gr, diameter 2 cm menggelinding tanpa slip dengan kecepatan 5 cm/det. Hitung E.K. total.

Jawab :

Misal bola pejal

$$I = 2/5 m r^2 = 2/5.50.1^2 = 20 \text{ gr-cm}^2$$

$$E.K.\text{total} = E.K._{pm} + E.K._{rot}$$

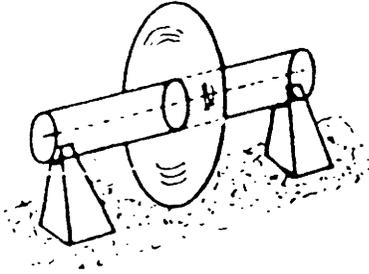
$$= 1/2 m v_{pm}^2 + 1/2 I \omega^2 = 1/2 m v_{pm}^2 + 1/2 I \frac{v_{pm}^2}{r}$$

$$= 1/2.50.25 + 1/2.20. \frac{25}{1} = 625 + 250 = 875 \text{ erg.}$$

- 9-8. Sebuah roda gila dengan massa 100 kg. Jari-jari girasi 20 cm dipasang pada poros horisontal dengan jari-jari 2 cm, poros dipasang pada tumpuan. Gesekan pada poros diabaikan. Tali dililitkan pada sumbu diberi beban 5 kg diujung tali. Beban dilepaskan dari keadaan diamnya. Tentukan :

- Percepatan jatuh dari beban
- Setelah beban jatuh 2 m, tali terlepas, hitung momen gaya jika roda masih berputar 5 kali sebelum berhenti.

Jawab :



Gambar 9-46

$M = 100 \text{ kg}$
 $k = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$
 Jari-jari poros $r = 2 \text{ cm}$
 $m = 5 \text{ kg}$

Persamaan rotasi : $T \cdot r = I \alpha$
 $\tau = I a / r \cdot (a_T = a)$

Persamaan Translasi :
 $m g - T = m a$

$$\text{Jadi } T = \frac{I a}{r^2} \rightarrow m g - \frac{I a}{r^2} = m a \rightarrow a \left(m + \frac{I}{r^2} \right) = m g$$

$$a = \frac{m g}{m + \frac{I}{r^2}} = \frac{m g r^2}{m r^2 + M k^2} = \frac{5 \cdot 10 \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2}{5(2 \times 10^{-2})^2 + 100(20 \times 10^{-2})^2}$$

$$= \frac{20 \times 10^{-3}}{20 \times 10^{-4} + 400 \times 10^{-3}}$$

$$= \frac{2 \times 10}{4002} \text{ m/det}^2$$

$$= \frac{10}{2001} \text{ m/det}^2$$

- b. Setelah beban jatuh h dan roda berputar $\theta = h/r$, maka untuk keseluruhan sistem berlaku :

$$W_{\text{total}} = \Delta E.K.$$

$$W_{\text{total roda}} + W_{\text{total beban}} = \Delta E.K._{\text{rot}} + \Delta E.K._{\text{trans}}$$

$$\tau \theta + (m g - T)h = 1/2 I \omega^2 + 1/2 m v^2$$

$$\text{Tr. } \frac{h}{\pi} + mgh - Th = 1/2 I \omega^2 + 1/2 m v^2$$

$$mgh = \frac{1}{2} \omega^2 (I + mr^2)$$

$$\omega^2 = \frac{2 mgh}{I + mr^2}$$

ini merupakan kecepatan putar pada saat tali lepas dan setelah $\theta = 5$ putaran, roda berhenti, maka :

$$\omega^2 = 2 \alpha \theta \quad \theta = 5 \times 2 \pi = 10 \pi$$

$$\alpha = \frac{\omega^2}{2 \theta}$$

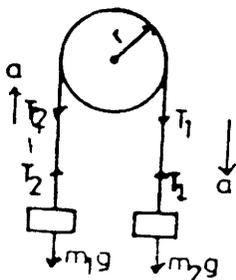
$$\tau = I \alpha = \frac{Mk^2 \omega^2}{2 \theta}$$

$$\frac{Mk^2 2 mgh r}{2 h (Mk^2 + mr^2)} = \frac{100(0,2)^2 : 5 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{100(0,2)^2 + 5 \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2}$$

$$= 1 \text{ N m.}$$

- 9-9. Sebuah katrol jari-jari 60 cm, mempunyai momen inersia 20 kgm². Seutas tali digantungkan pada katrol dan ujung-ujung tali diberi beban 30 kg dan 25 kg, mula-mula kedua beban diam, kemudian dilepaskan. Sesudah beban bergerak 2 m dari tempat semula, berapa kecepatan beban masing-masing? Anggap tak ada gesekan pada poros katrol dan tali tidak tergelincir.

Jawab :



Gambar

$$m_1 g - T_1 = m_1 a \longrightarrow T_1 = m_1 g - m_1 a$$

$$T_2 - m_2 g = m_2 a \longrightarrow T_2 = m_2 a + m_2 g$$

$$T_1 - T_2 = m_1 g - m_1 a - m_2 a - m_2 g$$

$$T_1 - T_2 = (m_1 - m_2)g - (m_1 + m_2)a$$

$$\sum \tau = I \alpha = (T_1 - T_2)r = I \alpha \longrightarrow$$

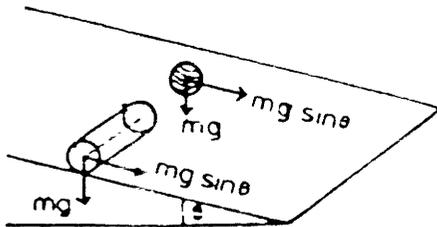
$$\alpha = \left(\frac{T_1 - T_2}{I} \right) r$$

$$a = \alpha r = \frac{(T_1 - T_2)r^2}{I}$$

$$\text{Jadi } a = \frac{(m_1 - m_2)gr^2}{I + (m_1 + m_2)r^2}$$

9-10. Sebuah bola dan sebuah silinder yang mempunyai massa dan jari-jari sama, mula-mula diam kemudian menggelinding pada bidang miring yang sama. Benda yang mana dapat mencapai dasar bidang miring lebih dahulu?

Jawab :



Gambar 9-47

ambif kedua benda pejal.

$$I_{\text{bola}} = \frac{2}{5} m_b r^2$$

$$I_{\text{silinder}} = \frac{1}{2} m_s r^2$$

$$\text{bola : } f_b r = I_b \alpha_b$$

$$= \frac{2}{5} m_b r^2 \cdot a_b / r$$

$$f_b = \frac{2}{5} m_b a_b$$

$$m_b g \sin \theta - f_b = m_b a_b$$

$$m_b g \sin \theta - \frac{2}{5} m_b a_b = m_b a_b \longrightarrow \frac{7}{5} m_b a_b = m_b g \sin \theta$$

$$a_b = \frac{5}{7} g \sin \theta = 0,71 g \sin \theta$$

$$\text{Silinder : } f_s r = I_s \alpha_s = \frac{1}{2} m_s r^2 a_s / r \longrightarrow$$

$$f_s = \frac{1}{2} m_s a_s$$

$$m_s g \sin \theta - \frac{1}{2} m_s a_s = m_s a_s$$

$$\frac{3}{2} m_s a_s = m_s g \sin \theta \longrightarrow a_s = \frac{2}{3} g \sin \theta$$

$$a_s = 0,67 g \sin \theta$$

$$\text{Jadi } a_s < a_b$$

Jadi bola akan mencapai dasar bidang miring lebih dulu. Apakah dapat diterka dari bentuk bendanya ?

Latihan : bandingkan dengan cincin.

Umum :

Ditinjau dari a_{pm} :

$$t = I \alpha \longrightarrow f r = I a / r \longrightarrow f = I a / r^2$$

$$m g \sin \theta - f = ma \longrightarrow m g \sin \theta = m a + \frac{I a}{r^2} = \frac{a(m r^2 + I)}{r^2}$$

$$m g r^2 \sin \theta = a(m r^2 + I) \longrightarrow a = \frac{m g r^2 \sin \theta}{m r^2 + I}$$

untuk benda-benda (bola, silinder, piringan) dengan m dan r sama maka I akan menentukan harga a .

$$I_{\text{bola}} = \frac{2}{5} m r^2 = 0,4 m r^2$$

$$I_{\text{silinder}} = \frac{1}{2} m r^2 = 0,5 m r^2$$

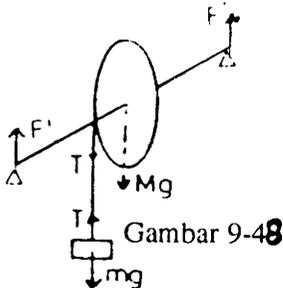
$$I_{\text{cincin}} = m r^2$$

$$\text{Jadi } I_{\text{cincin}} > I_{\text{silinder}} > I_{\text{bola}}$$

$$a_{\text{bola}} > a_{\text{silinder}} > a_{\text{cincin}}$$

Jadi bola paling cepat

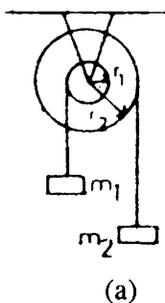
9-11. Perhatikan gambar berikut :



$$\sum F_{\text{katrol}} = 2 F' - T - M g = 0$$

sebab katrol tidak bergerak (poros diam)

$$F' = \frac{T + M g}{2}$$



Gambar 9-49a

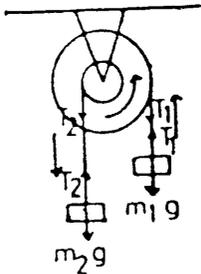
$$m_1 = 25 \text{ kg}, m_2 = 50 \text{ kg}.$$

$$r_1 = 12,5 \text{ cm}, r_2 = 7,5 \text{ cm}.$$

$$k = 10 \text{ cm}, \text{ massa katrol} = 60 \text{ kg}$$

Pada poros tak ada gesekan

Tentukan α



(b)

Gambar 9-49b

Jawab : m_2 akan turun

$$a_1 \neq a_2 \text{ sebab } a_1 = \alpha r_1$$

$$a_2 = \alpha r_2$$

$$\Sigma \tau = T_1 r_1 - T_2 r_2 = I \alpha$$

$$\Sigma \tau = T_1 r_1 - T_2 r_2 = m k^2 \alpha$$

berlawanan arah dengan jarum jam.

Persamaan translasi :

$$m_2 g - T_2 = m_2 a_2 \longrightarrow T_2 = m_2 g - m_2 a_2 = m_2 g - m_2 \alpha r_2$$

$$T_1 - m_1 g = m_1 a_1 \longrightarrow T_1 = m_1 g + m_1 a_1 = m_1 g + m_1 \alpha r_1$$

$$\Sigma \tau = (m_1 g + m_1 \alpha r_1) r_1 - (m_2 g - m_2 \alpha r_2) r_2 = - m k^2 \alpha$$

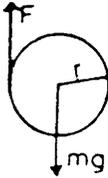
$$m_1 g r_1 + m_1 \alpha r_1^2 - m_2 g r_2 + m_2 \alpha r_2^2 = - m k^2 \alpha$$

$$\alpha (m k^2 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2) = (m_2 r_2 - m_1 r_1) g$$

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{m_2 r_2 - m_1 r_1}{m k^2 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2} g \\ &= \frac{(50.7,5 - 25.12,5) 10^{-2} \cdot 10}{60.10^2 + 25 (12,5)^2 + 50 (7,5)^2 10^4} \\ &= \frac{(375 - 312,5) \cdot 10^3}{6000 + 3906,25 + 2812,5} \\ &= \frac{62,5 \cdot 10^3}{12718,75} = 4,9 \text{ rad/det}^2 \end{aligned}$$

- 9-12. Seutas tali dililitkan sekeliling piringan yang berjari-jari 50 cm dan mempunyai massa 15 kg. Jika tali ditarik dengan gaya 180 N. Tentukan :
- Percepatan pusat massa piringan
 - percepatan tali.

Jawab :



Gambar 9-50

a. Persamaan gerak translasi:

$$\Sigma F_y = F - m g = m a$$

Persamaan gerak rotasi :

$$\Sigma \tau = I \alpha \longrightarrow F r = 1/2 m r^2 \alpha$$

$F_y > 0$ Piringan bergerak ke atas.

Jadi arah putaran searah dengan jarum jam.

a. Dari persamaan gerak translasi :

$$180 - 150 = 15 a_y, a_y = 30/15 = 2 \text{ m/det}^2$$

$$a_y = a_{pm} = 2 \text{ m/det}^2$$

b. Dari persamaan gerak rotasi :

$$180 \cdot 150 \cdot 10^{-2} = + 1/2 \cdot 15 (50 \cdot 10^{-2})^2 \alpha$$

$$90 = + 1/2 \cdot 15 \cdot 25 \cdot 10^{-2} \alpha$$

$$\alpha = \frac{180 \cdot 10^2}{15 \cdot 25} = + 48 \text{ rad/det}^2$$

Percepatan tali = percepatan tangensial pada tepi piringan + $a_{pm} = \alpha r = 48 \cdot 0,5 + 2 = 26 \text{ m/det}^2$

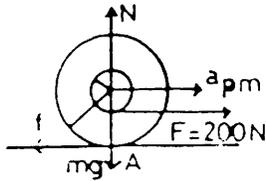
- 9-13. Tali dililitkan pada sumbu roda dan ditarik dengan gaya 200 N, massa roda 50 kg dan jari-jari girasi 10 cm. Jika $\mu_s = 0,2$ dan $\mu_k = 0,15$ adalah koefisien gesekan statik dan kinetik antara roda dan lantai. Tentukan percepatan roda dan percepatan sudut, jika jari-jari sumbu $71/2$ cm dan jari-jari roda $12 \ 1/2$ cm.

Jawab :

Soal ini kita bahas dalam 2 keadaan

- Mengelinding tanpa slip
- Mengelinding dengan slip.

a. Tanpa slip.



Gambar 9-51

$$f_s = \mu_s N = \mu_s m g = 0,2 \cdot 50 \cdot 10 = 100 \text{ N}$$

Karena arah f belum diketahui, maka harus digunakan sumbu sesaat di A.

$\sum \tau_A = I_A \alpha$ merupakan persamaan rotasi murni terhadap sumbu sesaat ekivalen dengan rotasi terhadap pusat massa dan translasi pusat massa.

$$F(r_2 - r_1) = (mk^2 + m r_2^2) \alpha$$

$$\alpha = \frac{F (r_2 - r_1)}{mk^2 + r_2^2} = \frac{200(12,5 - 7,5) \cdot 10^{-2}}{50(10^2 + 12,5^2) \cdot 10^{-4}} = \frac{4 \cdot 10^2 \cdot 5}{100 + 156,25}$$

$$= \frac{2000}{256,25} = 7,805 \text{ rad/det}^2$$

$$a_{pm} = \alpha r_2 = 7,805 \cdot 12,5 \cdot 10^{-2} = 0,976 \text{ m /det}^2$$

$$\text{menentukan arah } f : \sum F = m a_{pm} \longrightarrow F + f = m a_{pm}$$

$$200 + f = 50 \cdot 0,976$$

$$= 48,9$$

$$f = 48,9 - 200$$

$$= -151,1 \text{ N} \neq f_s$$

Jadi f kekiri, tapi $f > 100 \text{ N}$, berarti gerak ini tak mungkin terjadi.

b. Selip.

$$f_k = \mu_k m g = 0,15 \cdot 50 \cdot 10 = 75 \text{ N (kekiri), arah } f_k \text{ sesuai dengan jawaban a.}$$

$$F_x = m a_{pm} \longrightarrow 200 - 75 = 50 a_{pm}$$

$$a_{pm} = \frac{125}{50} = 2,5 \text{ m/det}^2$$

$$a_{pm} \neq r_2 \alpha$$

Menentukan α tidak dengan sumbu sesaat.

$$\tau_{pm} = I_{pm} \alpha \rightarrow f_k r_2 - F r_1 = m k^2 \alpha$$

$$= \frac{(75 \cdot 12,5 - 200 \cdot 7,5) 10^{-2}}{50 \cdot 10^2 \cdot 10^{-4}}$$

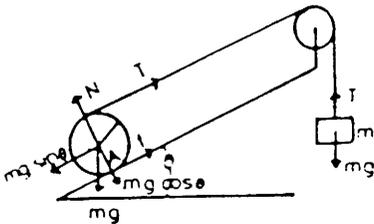
$$= \frac{937,5 - 1500}{50 \cdot 10^2} \cdot 10^{-2}$$

$$= -1,25 \text{ rad/det}^2$$

(berlawanan arah dengan jarum jam)

Kesimpulan : roda menggelinding dengan selip, ke kanan dan berputar berlawanan arah jarum jam, berarti tali lepas.

9-14.



Diketahui : $M = 1 \text{ kg}$
 $m = 0,2 \text{ kg}$
 $r = 0,2 \text{ m}$
 $\theta = 30^\circ$

Tentukan :

- Percepatan beban m
- Percepatan sudut dari silinder pejal (M)
- Gaya tegang tali

Gambar 9-52

Jawab :

Dimisalkan gerak silinder menggelinding tanpa slip :

$$\begin{aligned} \sum \tau_A &= I_A \alpha \quad T 2 r - M g \sin \theta r \\ &= (1/2 M r^2 + M r^2) \alpha \\ &= 3/2 M r^2 \alpha \end{aligned}$$

$$m g - T = m a_T = m \alpha 2 r \text{ (misal gerak ke bawah).}$$

$$a_T = a_{\text{beban}} = \alpha \cdot 2 r$$

$$T = m g - 2 m \alpha r$$

$$\text{Jadi } (m g - 2 m \alpha r) 2r - M g \sin \theta r = 3/2 M r^2$$

$$2 m g r - 4 m \alpha r^2 - M g \sin \theta r = 3/2 M r^2$$

$$\alpha r^2 (3/2 M + 4 m) = 2 m g r - M g \sin \theta r$$

$$\alpha = \frac{2.0.2.10.1.2 - 1.10.0.5.0.2}{(0,2)^2 (3/2.1 + 4.0,2)} = \frac{-0,2}{0,92}$$

$$= -2,174 \text{ rad/det}^2$$

$$a_{\text{beban}} = 2 \alpha r = 2.2,174.0,2 = 0,87 \text{ m/det}$$

$$T = m g - 2 m \alpha r = 0,2.10.2.0,2.2,174.0,2 = 1,826 \text{ N.}$$

Menentukan f : $a_{\text{pm}} = \alpha r = 2,174.0,2 = 0,4348 \text{ m/det}^2$

$$T + f - M g \sin \theta = -M a_{\text{pm}}$$

$$f = -M a_{\text{pm}} + M g \sin \theta - T$$

$$= -1,0,4348 + 1.10.1/2 - 1,826 = 2,739 \text{ N}$$

Jadi f ke kanan (silinder turun)

Jika $\theta = 0$ (bidang horizontal)

$$\tau_A = T.2r = 3/2 M r^2 \alpha \longrightarrow T = 3/4 M r \alpha$$

$$m g - T = m \alpha 2 r \longrightarrow m g - 3/4 M r \alpha = m \alpha 2 r$$

$$r (2m + 3/4 M) = m g$$

$$= \frac{m g}{(2m + 3/4 M) r}$$

$$= \frac{2.0,2 + 3/4.1)0,2}{(2.0,2 + 3/4.1)0,2}$$

$$= 8,7 \text{ rad/det}^2$$

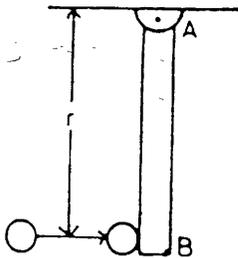
$$T = 3/4 M r \alpha = 3/4.1.0,2.8,7 = 1,305 \text{ N.}$$

$$a_{\text{pm}} = \alpha r = 8,7 . 0,2 = 1,74 \text{ m/det}^2$$

Jika μ_k dan μ_s diketahui, maka dapat ditentukan gerak ini selip atau tidak.

9-15 Sebuah bola ($m = 1,5 \text{ kg}$) berjalan secara horisontal ke kanan dengan kecepatan 6 m/det , menumbuk ujung bawah sebuah tongkat AB yang tergantung vertikal diam. Jika koefisien restitusi pada tumbukan $0,8$, tentukan kecepatan putar batang dan kecepatan bola sesudah tumbukan (massa tongkat 6 kg , panjang $1,2 \text{ m}$).

Jawab :



Gambar 9- 52

Hukum kekekalan yang berlaku adalah hukum kekekalan momentum putar.

Momentum sistem sebelum tumbukan :

$$p = m v.$$

Momentum sistem sesudah tumbukan :

$$p' = m v' + M v_{p,m}$$

v' = kecepatanbola sesudah tumbukan, dianggap arah ke kanan dulu.

v_B = kecepatan titik B pada tongkat

$$e = 0,8 = \frac{+v'_1 - v'_2}{v_1 - v_2} = - \frac{v' - v_B}{v}$$

$$v' - v_B = -0,8 v \longrightarrow v_B - v' = 0,8 v$$

$$v' = v_B - 0,8 v$$

$$p = m v$$

$$p' = m(v_B - 0,8 v) + M v_{pm} = m v_B + M v_{pm} - 0,8 m v$$

$$\text{Momentum putar sebelum tumbukan} = L = m v r$$

$$\text{Momentum putar sesudah tumbukan} = L' = m v' r + I_p$$

$$L = m v r$$

$$L' = m(v_B - 0,8 v)r + 1/3 M l^2 \omega$$

$$L = L' \longrightarrow m v r = m v_B r - 0,8 m v r + 1/3 M l^2 \omega$$

$$1,8 m v r \begin{cases} = m \omega r^2 + 1/3 M l^2 \omega \\ = \omega (m r^2 + 1/3 M l^2) \end{cases}$$

$$\omega = \frac{1,8 m v r}{m r^2 + 1/3 M l^2}$$

$$= \frac{1,8 \cdot 1,5 \cdot 6 \cdot 1,20}{1,5(1,2)^2 + 1/3 \cdot 6(1,2)^2}$$

$$= 3,86 \text{ rad/det}$$

Kecepatan bola sesudah tumbukan = v'

$$\begin{aligned} v' &= v_B - 0,8 v \\ &= \omega I - 0,8 v = 3,86 \cdot 1,2 - 0,8 \cdot 6 \\ &= 4,632 - 4,8 = -0,14 \text{ m/det} \end{aligned}$$

artinya sesudah tumbukan bola bergerak ke kiri.

Jika $p = p' \longrightarrow m v = m v_B - 0,8 m v + M v_{pm}$

$$\begin{aligned} 1,8 m v &= m \omega r + M \cdot 1/2 \ell \\ &= \omega (m r + 1/2 M \ell) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1,8 m v}{1,8 m v r} &= \frac{(m r + 1/2 M \ell)}{(m r^2 + 1/3 M \ell^2)} \\ \frac{\ell}{r} &= \frac{(m r + 1/2 M \ell)}{m r^2 + 1/3 M \ell^2} \end{aligned}$$

$$m r^2 + 1/3 M \ell^2 = m r^2 + 1/2 M r$$

$$1/3 \ell = 1/2 r \longrightarrow r = 2/3 \ell$$

$$v' = v_B - 0,8 v = \omega r - 0,8 v = 3,86 \cdot 1,2 - 0,8 \cdot 6 = 4,632 - 4,8 = -0,168 \text{ m/det}$$

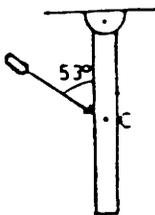
Jadi sesudah tumbukan arah bola ke kiri.

9-16 Sebuah peluru ($m = 0,00625 \text{ kg}$) ditembakkan dengan kecepatan 450 m/det , dalam arah 53° dengan batang ke arah pusat massa batang yang tergantung vertikal. Batang mula-mula diam.

Tentukan : a. Kecepatan sudut batang
b. Reaksi impulsif pada engsel

Setelah tumbukan peluru mengeras dalam batang tumbukan terjadi selama $2 \times 10^{-4} \text{ det}$, panjang batang $1,20 \text{ m}$ massa batang 25 kg .

Jawab :



Gambar 9-53

a. $p = m v \sin 53^\circ$

$$p' = (M + m) v_C$$

$$L = m v \sin 53^\circ r$$

$$L' = m v_C r + I_0 \omega =$$

$$m \omega r^2 + 1/3 M \ell^2$$

$$m v r \sin 53^\circ = m \omega r^2 + 1/3 M \ell^2$$

$$m v r 0,8 = (m r^2 + 1/3 M \ell^2)$$

Jawab:

$$\tau = m g \ell , \quad \tau = I \omega \Omega$$

$$\Omega = \frac{\tau}{I \omega} = \frac{m g \ell}{1/2 m r^2 \omega}$$

$$= \frac{2 g \ell}{r^2 \omega}$$

$$= \frac{2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10^{-2}}{(5 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 100}$$

$$= 2/25 \cdot 100$$

$$= 200/25$$

$$= 8 \text{ rad/det}$$

9-18 Giroskop yang terdiri dari sebuah cincin yang jari-jarinya 0,35 m, massanya 5 kg dipasang pada sumbu yang panjangnya 20 cm pada sebelah menyebelah cincin. Seseorang memegang sumbu pada kedudukan horisontal dan cincin berputar 300 rpm. Tentukan besar dan arah gaya yang bekerja pada setiap tangan pemegang sumbu dalam beberapa hal sebagai berikut :

- sumbu digerakkan // padanya sendiri
- sumbu diputar terhadap pusatnya pada bidang horisontal pada 2 rpm
- sumbu diputar terhadap pusatnya pada bidang vertikal pada 2 rpm. Tentukan juga cincin yang harus dipunyai agar sumbu tetap horisontal jika dipegang dengan satu tangan

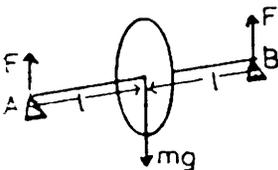
Jawab :

$$r = 35 \text{ cm}$$

$$m_{\text{pm}} = 5 \text{ kg}$$

$$\ell = 20 \text{ cm}$$

$$\omega = 300 \text{ rpm (sumbu horisontal)}$$



Gambar 9-56

- Poros horisontal bergerak sejajar maka pada tangan (tumpuan) massanya = $1/2 m g$

b. $\Omega = 2 \text{ rpm}$

$$\tau = I \omega \Omega = mr^2 \Omega$$

$$\tau = F'l$$

$$F' = \frac{\tau}{l} = \frac{mr^2 \omega \Omega}{l}$$

$$= \frac{5 \cdot (35 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 300 \cdot 2\pi/60 \cdot 2}{20 \cdot 10^{-2}}$$

$$= \frac{5 \cdot 35^2 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 2}{2 \cdot 10^{-1}}$$

$$= 5 \cdot \pi \cdot 35^2 \cdot 10^{-2} \text{ N} = 192,3 \text{ N}$$

Jadi gaya pada tiap tangan $F' + F$ dan $F' - F$

$$F = 1/2 mg$$

$$\text{Jadi } F' + F = 192,3 + 1/2 \cdot 5 \cdot 10 = 192,3 + 25 = 217,3 \text{ N}$$

$$F' - F = 192,3 - 1/2 \cdot 5 \cdot 10 = 192,3 - 25 = 167,3 \text{ N}$$

c. Giroskop dipegang pada tangan

$$\Omega = 2 \text{ rpm}$$

$$\text{Jadi } F'' = mg + 1/2 F' = 5 \cdot 10 + 1/2 \cdot 40,3 = 50 + 20,15 = 70,15 \text{ N}$$

Agar sumbu tetap horisontal gaya pada 1 tangan = $F'' = 70,15 \text{ N}$

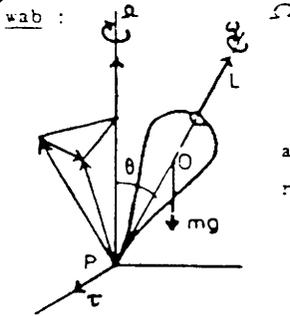
$$F'' \cdot 1/2 l = I \omega \Omega \longrightarrow \frac{F \cdot 1/2 l}{I \Omega}$$

$$= \frac{70,15 \cdot 1/2 (10 \cdot 10^{-2})}{5 \cdot (35 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 2 \cdot \frac{2\pi}{60}}$$

$$= 27,3 \text{ rad/det}$$

9-19 Sebuah gasing berputar dengan kecepatan 30 rps terhadap sumbu yang membuat sudut 30° dengan vertikal, dengan massa 0,5 kg, momen inersia $5 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2$. Pusat massa berada 4 cm dari titik pada sumbu gasing yang menyinggung lantai. Jika putaran gasing searah jarum jam dilihat dari atas, berapa besar dan arah kecepatan sudut preresi ?

Jawab :



$$\Omega = \frac{\tau}{I\omega} = \frac{mg l}{I\omega}$$

$$= \frac{0,5 \times 10 \times 4 \times 10^{-4}}{5 \cdot 10^{-4} \times 30 \times 2} = 2 \text{ rad/det}$$

arah Ω searah jarum jam dilihat dari atas

Gambar 9-57

9-20 Pada sebuah gasing dengan massa 200 gram dan jari-jari girasi 5 cm, dililitkan seutas tali yang kecil panjangnya 100 cm. Tali ditarik dengan gaya 40N. Berapa putaran per detik akan dihasilkan jika tali dilepas semua

Jawab :

Setelah tali (100 cm) terlepas semua, berarti ujung tali mengalami gaya 40N bergerak sepanjang 100 cm

Jadi kerja yang dilakukan gaya ini, seluruhnya digunakan untuk kerja rotasi gasing :

$$\text{Jadi } W_F = \Delta (1/2 I \omega^2)$$

$$F S = 1/2 I \omega^2 = 1/2 m k^2 \omega^2$$

$$\omega^2 = \frac{2 F S}{m k^2} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2 F S}{m k^2}}$$

$$\text{Jadi } \omega = \sqrt{\frac{2 \times 40 \times 1}{200 \cdot 10^{-3} (5 \cdot 10^{-2})^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{4 \times 10^2 \cdot 10^4}{25}}$$

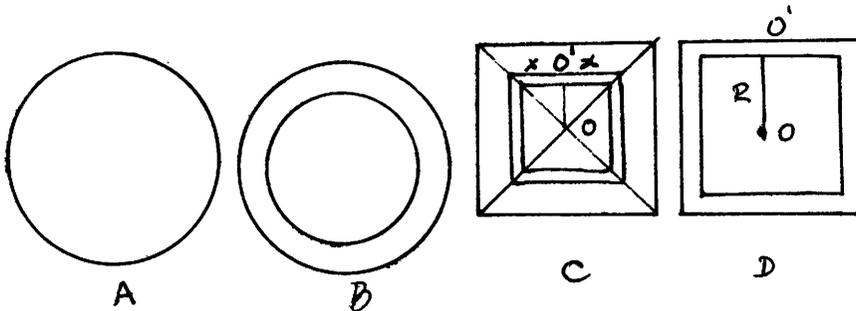
$$= \frac{2}{5} 10^3 = 0,4 \times 10^3 = 400 \text{ rad/det}$$

$$= \frac{400}{2\pi} \text{ rps} = \frac{200}{\pi} \text{ rps}$$

9.21. Keempat benda pada gambar, massanya sama. Benda A berupa silinder pejal dengan radius R . Benda B berupa tabung tipis dengan jari-jari R . Benda C sebuah bujur sangkar tipis dengan sisi $2R$. Benda D berukuran sama dengan C tetapi berlubang di tengah. Tiap-tiap benda mempunyai poros putaran tegak lurus bidang gambar dan lewat titik berat tiap-tiap benda.

- Benda mana yang momen inersianya terkecil?
- Benda mana yang momen inersianya terbesar?

Jawab :



Gambar 9.58

Misalkan tebal benda = h dan massa jenis = s

Untuk benda A : $I = \int r^2 \cdot dm$; $dm = sh \ 2\pi r \ dr$

$$\text{Maka } I = 2\pi sh \int_0^R r^3 \ dr = 1/2 \pi sh R^4 = 1/2 MR^2$$

Untuk benda B : $I = \int r^2 \ dm$. Karena bentuknya tipis maka $r = R$

$$\text{maka } I = \int R^2 \ dm = MR^2$$

Untuk benda C : Ambil sebuah dm dengan jarak x dari pusat massa (lihat gambar).

Setiap sisinya merupakan batang dengan panjang $2x$ dan massa M_x .

$$M_x = 2x \ dx \ sh. \ \text{Momen inersia batang ini terhadap titik tengah batang } O' = 1/12 ML^2 = 1/12 M_x (2x)^2.$$

Momen inersia batang terhadap titik O :

Menurut teori paralel axis :

$$I_x = 1/12 M_x (2x)^2 + M_x \cdot x^2 = 4/3 M_x \cdot x^2$$

Momen inersia seluruh bujur sangkar terhadap O :

$$I = 4 \int_0^R 4/3 M_x \cdot x^2 = 4 \int_0^R 4/3 2x \ hs \ dx \ x^2 = 8/3 hr^4s = 2/3 Mr^2$$

Untuk benda B : Untuk batang bagian atas saja momen inersianya terhadap titik O dapat dihitung sebagai berikut:

Momen inersia terhadap titik tengahnya :

$$\begin{aligned} I_o^1 &= 1/12 M_{\text{bat}} L^2 \\ &= 1/12 \cdot 1/4M \cdot (2R)^2 \\ &= 1/12 MR^2 \end{aligned}$$

Menurut teori Paralellaxis :

Momen inersia terhadap titik O :

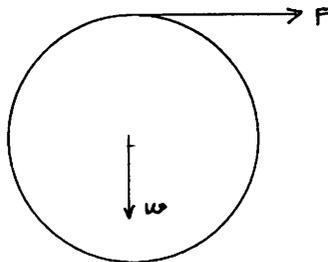
$$\begin{aligned} I_o &= I_o^1 + M_{\text{bat}} R^2 \\ &= 1/12 MR^2 + 1/4 MR^2 = 1/3 MR^2 \end{aligned}$$

karena benda D terdiri dari 4 batang yang simetris terhadap O, maka $I_{\text{tot}} = 4 I_o = 4 \cdot 1/3 MR^2 = 4/3 MR^2$

Jadi benda A mempunyai momen inersia yang terkecil. Benda B mempunyai momen inersia yang terbesar.

- 9.22. Roda suatu motor beratnya 640 lb dan jari-jari gyrasinya 4 ft. Motor menghasilkan momen putar yang tetap sebesar 1280 lb.ft. Dan roda mulai berputar.
- Berapakah percepatan sudut dari roda?
 - Berapakah kecepatan sudut setelah 4 putaran yang pertama?
 - Berapa besar kerja yang dilakukan motor selama 4 putaran yang pertama itu?

Jawab :



Gambar 9.59

- a). Momen putar $\tau = 1280$ lb.ft. Jari-jari gyrasi $k = 4$ ft, momen inersia $= I = Mk^2$
 $= 640/32 \cdot 4^2 = 320$ slug.ft²

$$\tau = I\alpha \longrightarrow 1280 = 320 \alpha$$

$$\text{maka } \alpha = 4 \text{ rad/det}^2$$

b). 1 putaran = 2π ; 4 putaran = 8π rad

$$w^2 = w_0^2 + 2\alpha \theta$$

Karena $w_0 = 0$: maka $w^2 = 2\alpha \theta = 2 \cdot 3.8 \pi$

maka $w = 14,2$ rad/det.

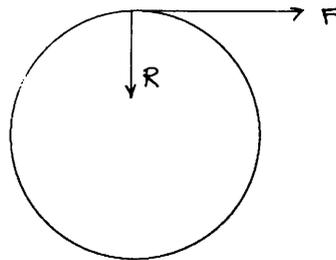
c). Kerja yang dilakukan selama 4 putaran yang pertama :

$$u = \tau \theta = 1280 \cdot 8\pi = 32000 \text{ lb ft.}$$

9.23. Suatu momen kopel yang konstan sebesar 200 Nm dikerjakan pada sebuah roda selama 10 detik. Selama waktu itu kecepatan sudut dari roda bertambah dari 0 sampai 100 rpm. Momen kopel itu tidak dikerjakan lagi dan roda berhenti berputar karena gesekan, dalam 10 detik.

- Hitunglah momen inersia dari roda?
- Momen gesekan?
- Jumlah putaran yang dilakukan roda?

Jawab :



Gambar 9.60

a). momen kopel $\tau = 20 \text{ Nm}$.

$$\int t \, dt = IW - IW_0 = IW \longrightarrow 20 \cdot 10 = I \cdot 100 \cdot 2\pi/60$$

$$\text{maka } I = 60/\pi = 19 \text{ kg m}^2$$

momen inersia dari roda $I = 19 \text{ kg m}^2$

b). Misalkan a = perlambatan sudut yang disebabkan oleh gesekan

$$W = W_0 - \alpha t. \text{ Pada saat } t = 10 \text{ det} \text{ — maka } W_{10} = 0$$

$$0 = 100 \cdot 2\pi/60 - \alpha \cdot 10 \text{ — } \alpha = 2\pi/60 \text{ rad/det}^2$$

$$\tau_1 = I \cdot \alpha = 60/\pi \cdot \pi/30 = 2 \text{ Nm.}$$

Karena momen gesekan berlawanan arah dengan momen kopel maka harus diberi tanda negatif. Dus, $\tau_1 = -2 \text{ Nm}$.

c). Pada waktu momen kopel masih bekerja :

$$\tau = 20 = I \alpha \quad \alpha = 20\pi/60 = \pi/3$$

$$\theta = 1/2 \alpha t^2 = 1/2 \cdot \pi/3 \cdot 10^2 = 100\pi/6$$

Setelah momen kopel berhenti bekerja :

$$\theta_2 = \omega_0 - 1/2 \alpha t^2 = 10\pi/3 \cdot 100 - 1/2 \pi/30 \cdot 100^2$$

$$\theta_2 = 500\pi/3$$

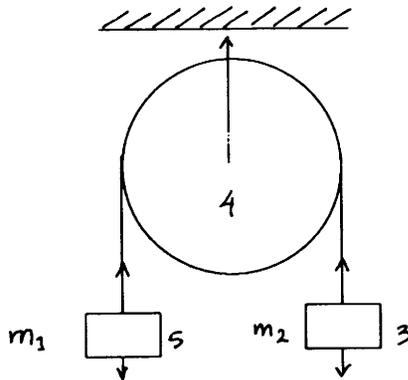
$$\text{Jadi } \theta_{\text{tot}} = \theta + \theta_2 = 100\pi/6 + 500\pi/3$$

dihitung dalam jumlah putaran maka $\theta_{\text{tot}}/2\pi = 92$ putaran.

9.24. Sebuah alat Atwood seperti dalam gambar mempunyai katrol yang massanya 4 slugs. Massa M_1 dan M_2 adalah 5 slug dan 3 slug. Jari-jari katrol = 0,5 ft.

- Carilah percepatan dari massa M_1
- Tegangan tali yang menghubungkan kedua benda?
- Tegangan tali yang menahan katrol?

Jawab :



Gambar 9.61

a). Persamaan gerak momen yang bekerja $TR = I\alpha$

$$a = R\alpha$$

$$\text{Momen inersia katrol } I = 1/2 M_3 R^2$$

$$\text{Maka } TR = 1/2 MR^2 a/R \quad \longrightarrow \quad T = 1/2 M_3 a$$

Persamaan gerak untuk seluruh sistem :

$$M_1 g - M_2 g = M_{\text{tot}} a \quad \text{di mana : } M_{\text{tot}} = M_1 + M_2 + M_3$$

$$5 \cdot 32 - 3 \cdot 32 = (5+3+4)a \quad \longrightarrow \quad a = 16/3 \text{ ft/det}^2$$

b). $T = 1/2 M_3 a = + 1/2 \cdot 4 \cdot 16/3 = 32/3 \text{ lb.}$

Tegangan pada tali yang menghubungkan dua benda adalah $32/3 \text{ lb}$

c). Tegangan pada tali yang menahan katrol T_1 :

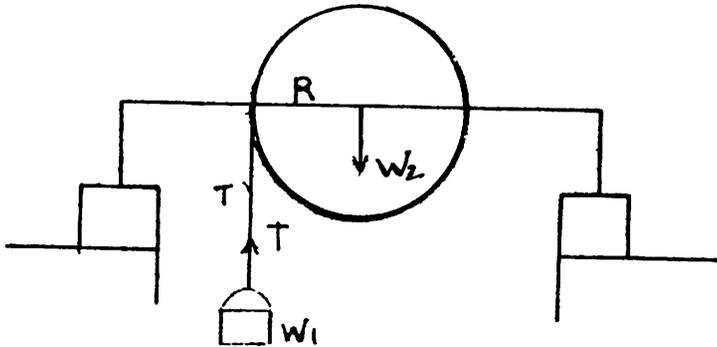
$$T_1 = 2T = 2 \cdot 32/3 = 64/3 \text{ lb.}$$

9.25. Seember air yang beratnya 64 lb tergantung pada seutas tali yang ujungnya dihubungkan dengan sebuah balok yang berbentuk silinder, diameter 1 ft dan beratnya 64 lb. Ember dilepas dari atas dan jatuh setinggi 64 ft.

- Berapakah tegangan pada tali ketika ember sedang jatuh
- Dengan kecepatan berapa ember menyentuh air?
- Berapakah waktu jatuh? berat tali diabaikan.

Jawab :

$$R = 1/2 \text{ ft} ; W_1 = W_2 = 64 \text{ lb} ; M_1 = M_2 = 64/32 = 2 \text{ slug}$$



Gambar 9.62

a). Persamaan gerak : $W_1 - T = M_1 a$

$$64 - T = 2a \longrightarrow (1)$$

$$TR = I \alpha.$$

$$\text{Untuk silinder : } I = 1/2 M_2 R^2 = 1/2 \cdot 2 \cdot (1/2)^2 = 1/4 \text{ slug ft}^2$$

$$TR = I \alpha \longrightarrow T \cdot 1/2 = 1/4 \alpha$$

$$\alpha = 2T$$

Karena $a = \alpha R$, maka $a = 2T \cdot 1/2 = T \longrightarrow (2)$

(2) masuk ke (1) : $64 - a = 2a$

Maka $a = T = 21 \text{ lb}$.

Jadi tegangan tali adalah 21 lb.

b). $V^2 = 2aS = 2 \cdot 21 \cdot 64$

Maka $V = 51,2 \text{ ft/det}$.

Ember menyentuh air dengan kecepatan 51,2 ft/det.

c). $S = \frac{1}{2} at^2 \longrightarrow t^2 = 6 \longrightarrow t = 2,45 \text{ det}$.

Waktu jatuh sama dengan 2,45 detik.

DAFTAR PUSTAKA

1. Dare A Wells, Ph.D. and Harold S. Slusher Dcs. Ph.D Theory and Problems of Physics for Engineering and Science, Schaum Series Mc Graw Hill Book Company 1983
2. Douglas C. Giancoli, General Physics, Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey 07632, 1984
3. Francis Weston Sears and Mark W. Zemansky, University Physics Addison Wesley Publishing Company Inc. Reading Massachusetts, 1953
4. Frederick J. Bueche, Ph. D. Theory and Problems of College Physics 2nd edition Scaum Series Mc Graw Hill Inc. 1979
5. Ganiyanti A.S. Seri Fisika Dasar, Mekanika, Edisi ke III Jurusan Fisika FMIPA-UI 1980
6. W.G. Mc Lean BS. in E.E, M.S. and E.W. Nelson B.S. in M.E., M. Adm. E. Theory and Problems of Engineering Mechanics, Schaum Siries, Mc Graw Hill Inc. Third Edition 1987

TABEL 1 FAKTOR KONVERSI

Conversion factors for common and not-so-common unit may be read off directly from the tables below. For example, 1 degree = 2.778×10^{-2} revolutions, so $16.7^\circ = 16.7 \times 2.778 \times 10^{-2}$ rev. The mks quantities are capitalized in each table.

PLANE ANGLE

	°	'	"	radian	rev
1 degree =	1	60	3600	1.745×10^{-2}	2.778×10^{-2}
1 minute =	1.667×10^{-2}	1	60	2.909×10^{-4}	4.630×10^{-5}
1 second =	2.778×10^{-4}	1.677×10^{-2}	1	4.848×10^{-4}	7.716×10^{-7}
1 RADIAN =	57.30	3438	2.063×10^5	1	0.1592
1 revolusi =	360	2.16×10^4	1.296×10^6	6.283	1

$$1 \text{ rev} = 2\pi \text{ radians} = 360^\circ$$

$$1^\circ = 60' = 3600''$$

SOLID ANGLE

$$1 \text{ sphere} = 4 \pi \text{ steradians} = 12.57 \text{ steradians}$$

POWER

	Btu/hr	ft-lb/min	ft-lb/sec	bp	cal/aec	kw	WATTS
1 British thermal unit per hour =	1	12.97	0.2101	3.929×10^{-4}	7.000×10^{-2}	2.930×10^{-4}	0.2930
1 foot-pound per minute =	7.713×10	1	1.667×10^{-2}	3.030×10^{-5}	5.399×10^{-3}	2.260×10^{-5}	2.260×10^{-2}
1 foot-pound per second =	4.623	60	1	1.818×10^{-3}	0.3239	1.356×10^{-3}	1.356
1 horsepower =	2545	3.8×10^4	550	1	178.2	0.7457	745.7
1 calorie per second =	14.29	1.852×10^2	3.087	5.613×10^{-3}	1	4.186×10^{-3}	4.186
1 kilowatt =	3413	4.425×10^4	737.6	1.341	238.9	1	1000
1 WATT =	3.413	44.25	0.7376	1.341×10^{-3}	0.2389	0.001	1

Diambil dari Robert Resnick, David Halliday
 "Physics" Part I, John Wiley & Son, 1966

LENGTH

	cm	METER	km	inch	ft	mile
1 centimeter =	1	10^{-2}	10^{-5}	0.3937	3.281×10^{-2}	6.214×10^{-3}
1 METER =	100	1	10^{-3}	39.37	3.281	6.214×10^{-4}
1 kilometer =	10^5	1000	1	3.937×10^4	3281	0.6214
1 inch =	2.540	2.540×10^{-2}	2.540×10^{-5}	1	8.333×10^{-2}	1.578×10^{-5}
1 feet =	30.48	0.3048	3.048×10^{-4}	12	1	1.894×10^{-4}
1 statute mile =	1.609×10^5	1609	1.609	6.336×10^4	5280	1

1 angstrom (A) = 10^{-10} meter

1 light-year = 9.4600×10^{12} km

1 yard = 3 ft

1 X-unit = 10^{-13} meter

1 parsec = 3.084×10^{13} km

1 rod = 16.5 ft

1 micron = 10^{-4} meter

1 fathom = 6 ft

1 mil = 10^{-3} in.

1 millimicron (μ) = 10^{-9} meter

1 nautical mile = 1852 meters = 1.1508 statute miles = 6076:10 ft

AREA

	METER ²	cm ²	ft ²	in ²	circ mil
1 SQUARE METER =	1	10^4	10.76	1550	1.974×10^9
1 square centimeter =	10^{-4}	1	1.076×10^{-3}	0.1550	1.974×10^5
1 square foot =	9.290×10^{-2}	929.0	1	144	1.833×10^8
1 square inch =	9.150×10^{-4}	9.153	6.944×10^{-3}	1	1.273×10^6
1 circular mill =	5.067×10^{-10}	5.067×10^{-6}	5.454×10^{-9}	7.854×10^{-7}	1

1 square mile = 27.878.400 ft² = 640 acres

1 acre = 43,560 ft²

1 barn = 10^{-28} meter²

VOLUME

	METER ³	cm ³	i	ft ³	in ³
1 CUBIC METER =	1	10 ⁶	1000	35.31	6.102 X 10 ⁴
1 cubic centimeter =	10 ⁻⁶	1	1.000 X 10 ⁻³	3.531 X 10 ⁻⁵	6.102 X 10 ⁻²
1 liter =	1.000 X 10 ⁻³	1000	1	3.531 X 10 ⁻²	61.02
1 cubic foot =	2.832 X 10 ⁻²	2.832 X 10 ⁴	28.32	1	1728
1 cubic inch =	1.639 X 10 ⁻⁵	16.39	1.639 X 10 ⁻²	5.787 X 10 ⁻⁴	1

1 U.S fluid gallon = 4 U.S. fluid quarts = 8 U.S pints = 128 U.S. fluid ounces = 231 in³

1 British imperial gallon = the volume of 10 lb of water at 62° F = 277.42 in³

1 liter = the volume of 1 kg of water at its maximum density = 1000.028 cm³

MASS

Note : Those quantities to the right of and below the heavy lines are not mass unit at all but are often used as such. When we write, for example.

1 kg “ = 2.205 lb

this means that a kilogram is a mass that weighs 2.205 pounds. Clearly this “equivalence” is approximate (depending on the value of g) and is meaningful only for terrestrial measurements. Thus, care must be employed when using the factors in the shaded portion of the table.

	gm	KG	alug	amu	os	lb	ton
1 gram =	1	0.001	6.852 X 10 ⁻⁵	6.024 X 10 ²³	3.527 X 10 ⁻²	2.205 X 10 ⁻³	1.102 X 10 ⁻⁶
1 KILOGRAM =	1000	1	6.852 X 10 ⁻²	6.024 X 10 ²⁶	35.27	2.205	1.102 X 10 ⁻³
1 slug =	1.459 X 10 ⁴	14.59	1	8.789 X 10 ²⁷	514.8	32.17	1.609 X 10 ⁻²
1 amu =	1.660 X 10 ⁻²⁴	1.660 X 10 ⁻²⁷	1.137 X 10 ⁻²³	1	5.855 X 10 ⁻²⁰	3.660 X 10 ⁻²⁷	1.829 X 10 ⁻³⁰
1 ounce (avoirdupois) =	28.35	2.835 X 10 ⁻²	1.943 X 10 ⁻³	1.708 X 10 ²⁵	1	6.250 X 10 ⁻²	3.125 X 10 ⁻⁵
1 pound (avoirdupois) =	453.6	0.4536	3.108 X 10 ⁻²	2.732 X 10 ²⁶	16	1	0.0005
1 ton =	9.072 X 10 ⁵	907.2	62.16	5.465 X 10 ²⁹	3.2 X 10 ⁴	2000	1

DENSITY

Note : Those quantities to the right or below the heavy line are weight densities and, as such, are dimensionally different from mass densities. Care must be used. (See note for mass table)

	alug/ft ³	KG/METER ³	gm/cm ³	lb/ft ³	lb/in ³
1 slug per ft ² =	1	515.4	0.5154	32.17 1	.882 X 10 ⁻²
1 KILOGRAM per METER ³ =	1.940 X 10 ⁻²	1	0.001	6.243 X 10 ⁻³	3.613 X 10 ⁻⁵
1 gram per cm ³ =	1.940	1000	1	62.43	3.613 X 10 ⁻²
1 pound per ft ³ =	3.108 X 10 ⁻²	16.02	1.602 X 10 ⁻²	1	5.787 X 10 ⁻⁴
1 pound per in ³ =	53.71	2.768 X 10 ⁴	27.68	1728	1

TIME

	yr	day	hr	min	SEC
1 year =	1	365.2	8.766 X 10 ²	5.259 X 10 ⁵	3.156 X 10 ⁷
1 day =	2.738 X 10 ⁻³	1	24	1440	8.640 X 10 ⁴
1 hour =	1.141 X 10 ⁻⁴	4.167 X 10 ⁻²	1	60	3600
1 minute =	1.901 X 10 ⁻⁶	6.944 X 10 ⁻⁴	1.667 X 10 ⁻²	1	60
1 SECOND =	3.169 X 10 ⁻⁸	1.157 X 10 ⁻⁵	2.778 X 10 ⁻⁴	1.687 X 10 ⁻²	1

SPEED

	ft/sec	km/hr	METER/SEC	miles/hr	cm/sec	knot
1 foot per second =	1 1.097	0.3048	0.6318	30.48	0.5925	
1 kilometer per hour =	0.9113	1	0.3778	0.6214	27.78	0.5400
1 METER per SECOND =	3.281	3.6	1	2.237	100	1.944
1 mile per hour =	1.497	1.609	0.4170	1	44.70	0.8689
1 centimeter per second =	3.281 X 10 ⁻²	3.6 X 10 ⁻²	0.01	2.237 X 10 ⁻²	1	1.944 X 10 ⁻²
1 knot =	1.688	1.852	0.5144	1.151	51.44	1

1 knot = 1 nautical mile/hr

1 mile/min = 88 ft/sec = 60 miles/hr

FORCE

	dyne	NT	lb	pdl
1 dyne =	1	10^{-5}	2.248×10^{-6}	7.233×10^{-5}
1 NEWTON =	10^5	1	0.2248	7.233
1 pound =	4.448×10^5	4.448	1	32.17
1 poundal =	1.883×10^4	0.1383	2.106×10^{-2}	1

1 kgf = 9.80665 mt

1 lb = 32.17398 pdl

PRESSURE

	atm	dyne/cm ²	inch of water	cm Hg	NT/ METER ³	lb/in ²	lb/ft ²
1 atmosphere =	1	1.013×10^4	406.8	.76	1.013×10^5	14.70	2116
1 dyne per cm ² =	9.869×10^{-7}	1	4.015×10^{-4}	7.501×10^{-5}	0.1	1.450×10^{-5}	2.089×10^{-2}
1 inch of water at 4° C =	2.458×10^{-3}	2.491	1	0.1868	249.1	3.613×10^{-2}	5.202
1 centimeter of mercury at 0° C =	1.316×10^{-2}	1.333×10^4	5.353	1	1333	0.1934	27.85
1 NEWTON per METER ² =	9.869×10^{-6}	10	4.015×10^{-3}	7.501×10^{-4}	1	1.450×10^{-4}	2.089×10^{-2}
1 pound per in. ² =	6.805×10^{-2}	6.895×10^4	27.68	5.171	6.895×10^2	1	144
1 pound per ft ² =	4.725×10^{-4}	478.8	0.1922	3.591×10^{-2}	47.88	6.944×10^{-2}	1

Where the acceleration of gravity has the standard value 9.80665 meters/sec²

The electron volt (ev) in the kinetic energy an electron gains from being accelerated through the potential difference of one volt in an electric field. The Mev is the kinetic energy it gains from being accelerated through a million-volt potential difference.

The last two items in this table are not properly energy units but are included for convenience. They arise from the relativistic mass-energy, equivalence formula $E = m c^2$ and represent the energy released if a kilogram or atomic mass unit (amu) is destroyed completely. Again, care should be used when employing this table.

ENERGY, WORK, HEAT

	Btu	erg	ft-lb	hp-hr	Joules	cal	kw-hr	ev	Mev	Kg	amu
1 British thermal unit =	1	1.055 $\times 10^{10}$	777.9	3.029 $\times 10^4$	1055	352.0	2.930 $\times 10^4$	6.585 $\times 10^{31}$	6.585 $\times 10^{15}$	1.174 $\times 10^{-14}$	7.074 $\times 10^{13}$
1 erg =	9.481 $\times 10^{-11}$	1	7.376 $\times 10^9$	3.725 $\times 10^{-14}$	10^7	2.389 $\times 10^{-8}$	3.778 $\times 10^{-14}$	6.242 $\times 10^{11}$	6.342 $\times 10^5$	1.113 $\times 10^{-64}$	670.5
1 foot-pound =	1.285 $\times 10^{-2}$	1.356 $\times 10^7$	1	5.051 $\times 10^7$	1.356	0.3239	3.766 $\times 10^7$	8.464 $\times 10^{16}$	8.464 $\times 10^{13}$	1.509 $\times 10^{-17}$	9.092 $\times 10^9$
1 horsepower-hour =	2545	2.685 $\times 10^{11}$	1.980 $\times 10^4$	1	2.685 $\times 10^3$	0.414 $\times 10^3$	0.7457	1.676 $\times 10^{23}$	1.676 $\times 10^{13}$	2.936 $\times 10^{-11}$	1.800 $\times 10^9$
1 JOULE =	9.481 $\times 10^{-4}$	10^7	0.7376	3.725 $\times 10^{-7}$	1	0.2389	2.778 $\times 10^{-7}$	6.942 $\times 10^{13}$	0.242 $\times 10^{11}$	1.113 $\times 10^{-27}$	0.703 $\times 10^3$
1 calorie =	3.968 $\times 10^{-6}$	4.180 $\times 10^7$	3.057	1.559 $\times 10^{-6}$	4.186	1	1.103 $\times 10^{-6}$	2.613 $\times 10^{13}$	2.613 $\times 10^{13}$	4.659 $\times 10^{-17}$	3.307 $\times 10^{18}$
1 kilowatt-hour =	3413	3.6 $\times 10^{13}$	2.655 $\times 10^6$	1.341	3.6 $\times 10^6$	3.601 $\times 10^3$	1	2.347 $\times 10^{15}$	3.270 $\times 10^{13}$	4.007 $\times 10^{-11}$	3.414 $\times 10^{16}$
1 electron volt =	1.519 $\times 10^{-22}$	1.602 $\times 10^{-13}$	1.182 $\times 10^{-13}$	5.967 $\times 10^{-16}$	1.602 $\times 10^{-19}$	3.827 $\times 10^{-20}$	4.450 $\times 10^{-25}$	1	10^4	1.753 $\times 10^{-21}$	1.074 $\times 10^{-9}$
1 million electron volts =	1.519 $\times 10^{-16}$	1.602 $\times 10^{-4}$	1.189 $\times 10^{-13}$	5.967 $\times 10^{-10}$	1.602 $\times 10^{-15}$	3.827 $\times 10^{-14}$	4.450 $\times 10^{-20}$	10^6	1	1.753 $\times 10^{21}$	1.076 $\times 10^3$
1 kilogram =	6.351 $\times 10^{18}$	5.987 $\times 10^{18}$	6.830 $\times 10^{15}$	3.343 $\times 10^{16}$	3.937 $\times 10^{14}$	3.147 $\times 10^{15}$	3.497 $\times 10^{16}$	5.810 $\times 10^{15}$	5.610 $\times 10^{15}$	1	6.033 $\times 10^{17}$
1 atomic mass unit =	1.415 $\times 10^{-18}$	1.492 $\times 10^9$	1.100 $\times 10^{-10}$	5.588 $\times 10^{-17}$	1.493 $\times 10^{-10}$	3.504 $\times 10^{-11}$	4.148 $\times 10^{-17}$	9.31 $\times 10^9$	931.0	1.860 $\times 10^{-31}$	1

1 mkgf = 9.807 joules

1 watt-sec = 1 joules = 1 nt-m

1 cm-dyne = 1 erg

TABEL 3
ANALOGI BESARAN-BESARAN TRANSLASI
DAN ROTASI

Gerak lurus	Rumus	Gerak rotasi terhadap sumbu tetap	rotasi
Pergeseran	x	Pergeseran sudut	θ
Kecepatan	$v = dx/dt$	Kecepatan putar	$\omega = \frac{d\theta}{dt}$
Percepatan	$a = \frac{dv}{dt}$	Percepatan putar	$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$
Massa	m	Momen Inersia (kelembaman rotasi)	I
Gaya	$F = m \cdot a$	Momen gaya	$\tau = I \alpha$
Kerja	$W = F dx$	Kerja	$W = \tau d\theta$
E.K.	$1/2 m v^2$	E. K	$1/2 I \omega^2$
Daya	$P = F \cdot v$	Daya	$P = \tau \omega$
Momentum linear	$p = M \cdot v$	Momentum putar	$L = I \omega$
Impuls gaya pembuat momentum	$\int F dt = \Delta p$	Impuls putar pembuat momentum putar	$\int \tau dt = \Delta L$

TABEL 2 BESARAN-BESARAN PLANET

Planet	Mercury ☿	Venus ♀	Earth ♁, ⊕, 🌍	Mars ♂	Jupiter ♃	Saturn ♄	Uranus ♅, ♁	Neptune ♆	Pluto ♇
Mean diameter km	5,000	12,400	12,742	6,870	139,700	115,100	51,000	50,000	12,700?
Earth diameters	0.39	0.973	1.000	0.532	10.97	9.03	4.00	3.90	0.46
Volume (earth volumes)	0.06	0.92	1.00	0.15	1,318	736	64	39	0.10
Mass (earth densities)	0.04	0.82	1.00	0.11	318.3	95.3	14.7	17.3	1.0?
Density (earth densities)	0.69	0.89	1.00	0.70	0.24	0.13	0.23	0.29	?
Mean density gm/cm ³	3,8	4.86	5.52	3.96	1.33	0.71	1.26	1.6	?
Surface gravity (earth's)	0.27	0.86	1.00	0.37	2.64	1.17	0.92	1.44	?
Velocity of escape, km/sec	3.6	10.2	11.2	5.0	60	36	21	23	11?
Length of day (earth days)	58.6 ^d	30 ^d ?	1 ^d	1 ^d 37 ^m 23 ^s	9 ^h 55 ^m	10 ^h 38 ^m	10.7 ^h	15.8 ^h	?
Period, sidereal days	87.97	224.70	365.26	686.98	4,332.59	10,759.20	30,685.93	60,187.64	90,885
Inclination of equator to orbit	-	0°?	23°27'	25°12'	3°7'	26°45'	98.0°	29°	?
Oblateness	0.00	0.00	1/296	1/192	1/15.4	1/9.5	1/14	1/45	?
Atmosphere, main constituents	none	N ₂ , CO ₂ , A	N ₂ , O ₂	N ₂ , CO ₂ , H ₂ O	CH ₄ , NH ₃	none			
Maximum surface temperature, °K	700	700	350	320	153	138	110?	90?	80?
Distance from Sun, 10 ⁶ km	58	108	149	228	778	1426	2869	4495	5900

The sun O 329,390 earth masses, mean density 1.42, mean diameter 1,390,600 km, surface gravity 28 (earth's).

The Moon O 0.01228 earth masses, mean density 3.36, mean diameter 3,476 km, surface gravity 0.17 (earth's), distance from earth 38 X 10⁴ km

* Adapted from Payne-Gaposchkin and Handbook of Chemistry and Physics.