




1 Получение передаточной функции объекта на примере RLC цепи

Получение передаточных функций наглядно представляется на примере электрической цепи.

Таблица 1. Связь мгновенных значений напряжений и токов на элементах

<p>Резистор</p>  <p style="text-align: center;">i_R</p>	$u_R = Ri_R$	$i_R = \frac{u_R}{R}$
<p>Катушка индуктивности</p>  <p style="text-align: center;">i_L</p>	$u_L = L \frac{di_L}{dt}$	$i_L = \frac{1}{L} \int u_L dt$
<p>Конденсатор</p>  <p style="text-align: center;">i_C</p>	$u_C = \frac{1}{C} \int i_C dt$	$i_C = C \frac{du_C}{dt}$

Процедуру получения передаточной функции объекта можно разбить на следующие этапы:

1. получение дифференциальных уравнений системы;
2. запись уравнений в операторной форме;
3. запись передаточной функции.

1.1 Примеры

Пример 1.1

Записать уравнения математической модели, определить передаточную функцию для объекта, приведенного на рисунке 1.1, при $R_1 = R_2 = 1$ кОм, $R_3 = 2$ кОм, $C_1 = C_2 = 1$ мкФ:

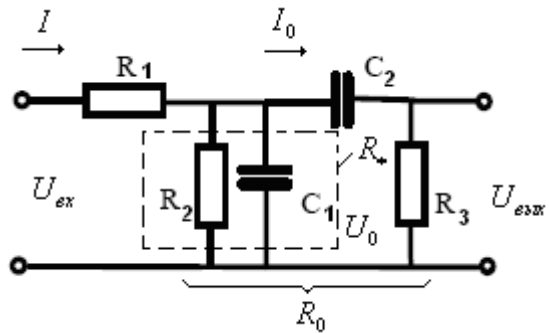


Рисунок 1.1. Эквивалентная схема объекта

1. Выходной величиной будем считать напряжение на выходе цепи, т.е. $y = U_{\text{вых}}$, входным воздействием – напряжение на входе $u = U_{\text{вх}}$. Физическими законами, в силу которых развиваются процессы в объекте, являются законы Киргофа и Ома.

2. Запишем дифференциальные уравнения, характеризующие процессы, протекающие в цепи, выразив сопротивления с помощью оператора дифференцирования, согласно таблице 1, заменяя операцию дифференцирования на p .

3. Запишем сопротивление R_* при параллельном соединении элементов:

$$R_* = \frac{R_2}{R_2 C_1 p + 1}.$$

Запишем сопротивление в контуре, считая, что R_* нам известно:

$$R_0 = \frac{1}{\frac{1}{R_*} + \frac{1}{\frac{1}{C_2 p} + R_3}}.$$

Ток до разветвления по закону Ома равен:

$$I = \frac{U_{\text{вх}}}{R_1 + R_0} = \frac{U_{\text{вх}} ((R_2 C_1 p + 1)(R_3 C_2 p + 1) + R_2 C_2 p)}{R_1 (R_2 C_1 p + (R_3 C_2 p + 1)(R_2 C_1 p + 1)) + R_2 (R_3 C_2 p + 1)},$$

Тогда напряжение в контуре будет равно:

$$U_0 = IR_0 = \frac{U_{\text{вх}} R_2 (R_3 C_2 p + 1)}{R_1 (R_2 C_1 p + (R_3 C_2 p + 1)(R_2 C_1 p + 1)) + R_2 (R_3 C_2 p + 1)},$$

Ток после разветвления равен:

$$I_0 = \frac{U_0}{\frac{1}{C_2 p} + R_3} = \frac{U_{\text{вх}} R_2 C_2 p}{R_1 (R_2 C_1 p + (R_3 C_2 p + 1)(R_2 C_1 p + 1)) + R_2 (R_3 C_2 p + 1)},$$

Запишем выходное напряжение:

$$U_{\text{вых}} = I_0 R_3 = \frac{U_{\text{вх}} R_2 R_3 C_2 p}{R_1 (R_2 C_1 p + (R_3 C_2 p + 1)(R_2 C_1 p + 1)) + R_2 (R_3 C_2 p + 1)}$$

4. Запишем окончательную передаточную функцию, как отношение входа к выходу и раскроем скобки в знаменателе:

$$\frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}} = \frac{R_2 R_3 C_2 p}{R_1 R_2 R_3 C_1 C_2 p^2 + (R_1 R_2 C_1 + R_1 R_2 C_2 + R_1 R_3 C_2 + R_2 R_3 C_2) p + R_1 + R_2}$$

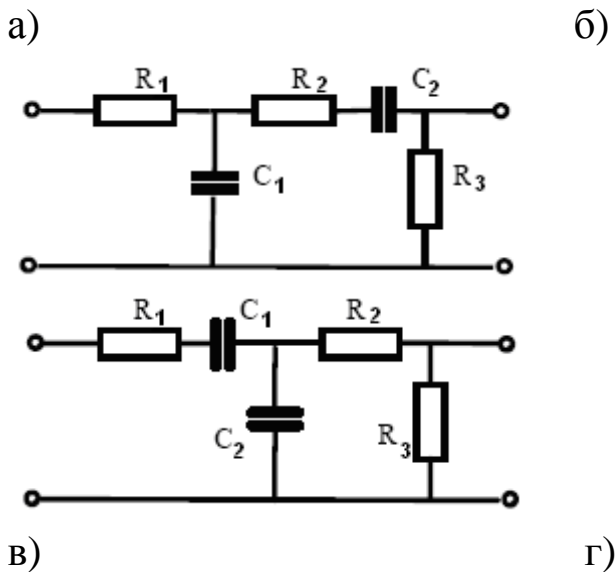
5. Подставив численные значения, получим:

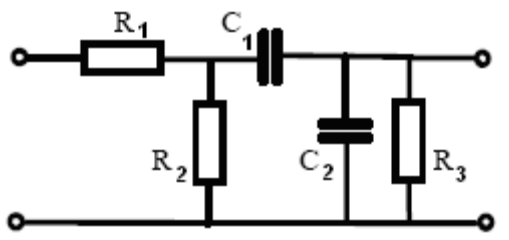
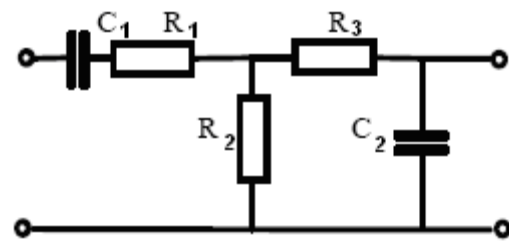
$$W(p) = \frac{2000p}{2000p^2 + 6000p + 2000}$$

1.2 Задания на самостоятельную подготовку

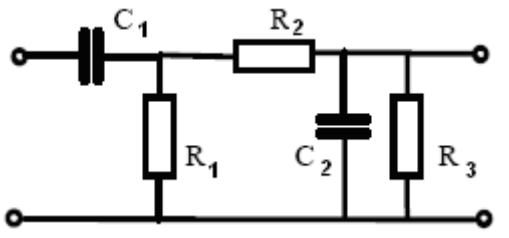
Задача 1.1

Записать уравнения математической модели, определить передаточную функцию для объекта, приведенного на рисунке 1.2, при $R_1 = R_2 = 1$ кОм, $R_3 = 2$ кОм, $C_1 = C_2 = 1$ мкФ, $L_1 = 1$ мГн:

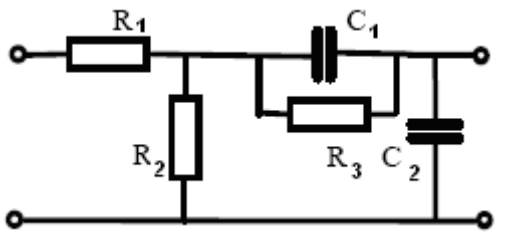




д)

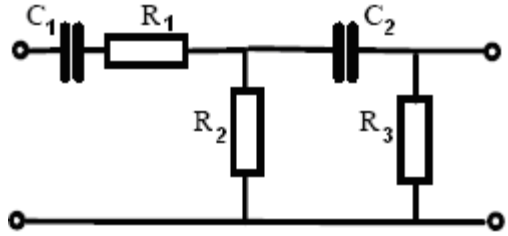
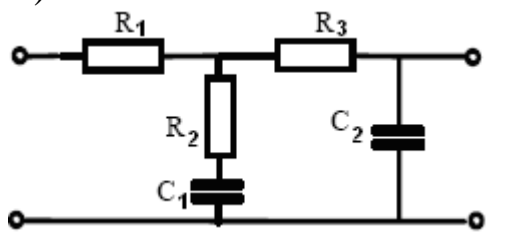


е)



ж)

з)



и)

к)

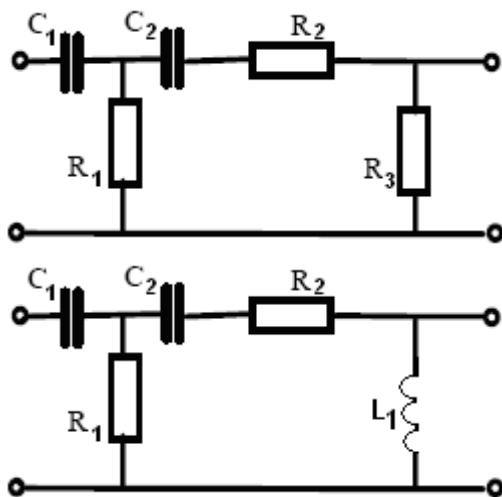


Рисунок 1.2. Эквивалентные схемы объекта